

ESERCIZIO

Assegnate, rispetto ad una base, le seguenti componenti del campo di spostamento (in cm):

$$\begin{cases} u_x = -0.01x^2 + 0.02y \\ u_y = -0.02y^2 + 0.01z^2 \\ u_z = 0.01z \end{cases}$$

a) Calcolare, nel punto di coordinate $(1, 1, 1)$:

a₁) il tensore delle piccole deformazioni $\underline{\underline{\varepsilon}}$,

a₂) il tensore degli assi di moto rigido $\underline{\underline{W}}$,

a₃) il coefficiente di dilatazione volumetrica;

b) Avendo notato che $\underline{u}(0,0,0) = \underline{0}$ (l'origine del sistema di riferimento non si sposta, si può affermare che anche $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{0}}$? Giustificare la risposta.

c) se il corpo solido è elastico lineare, assegnati i valori $E = 80 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$, qual è il tensore degli sforzi $\underline{\underline{\sigma}}$ nel punto $(1, 1, 1)$?

SOLUZIONE

$$a_1) \quad [\underline{\underline{\varepsilon}}] = \begin{bmatrix} -0.02x & 0.01 & 0 \\ & -0.04y & 0.01z \\ \text{SYM} & & 0.01 \end{bmatrix} \quad ; \quad [\underline{\underline{W}}] = \begin{bmatrix} 0 & 0.01 & 0 \\ -0.01 & 0 & 0.01z \\ 0 & -0.01z & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_2) \quad [\underline{\underline{\varepsilon}}](1,1,1) = \begin{bmatrix} -0.02 & 0.01 & 0 \\ & -0.04 & 0.01 \\ \text{SYM} & & 0.01 \end{bmatrix} \quad ; \quad [\underline{\underline{W}}](1,1,1) = \begin{bmatrix} 0 & 0.01 & 0 \\ -0.01 & 0 & 0.01 \\ 0 & -0.01 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_3) \quad \psi = \text{tr } \underline{\underline{\varepsilon}} \quad ; \quad \Rightarrow \quad \psi(1,1,1) = -0.02 - 0.04 + 0.01 = -0.05$$

$$b) \quad \text{No! Nel punto } (0,0,0) \quad [\underline{\underline{\varepsilon}}] = \begin{bmatrix} 0 & 0.01 & 0 \\ & 0 & 0 \\ \text{SYM} & & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$c) \quad \text{Nel punto } (1,1,1):$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}} + \lambda(\text{tr } \underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{I}} \quad \rightarrow \quad [\underline{\underline{\sigma}}] = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} -0.02 & 0.01 & 0 \\ & -0.04 & 0.01 \\ \text{SYM} & & 0.01 \end{bmatrix} + \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} (-0.05) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si possono poi sostituire i valori.