PROVA SCRITTA II di FISICA per CHIMICA, 17/02/20

NOME/COGNOME

Si valuteranno solo risultati il cui procedimento usato per arrivarvi e' chiaro.
Fare almeno uno degli esercizi sui vettori, pena l'annullamento del compito. Si richiede:

ESERCIZI VETTORI

1. Dati i vettori A=(2,0,3) e B=(4,1,2) calcolare il prodotto scalare e l'angolo compreso α.

$\bar{A}\cdot\bar{B} = 2\cdot 4 + 0\cdot 1 + 3\cdot 2 = 8+6 = 14$ $\quad A = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$ $\quad B = \sqrt{4^2+1^2+2^2} = \sqrt{21}$

$\bar{A}\cdot\bar{B} = AB\cos\alpha$ $\quad \alpha = \arccos\frac{\bar{A}\bar{B}}{AB} = \arccos\left(\frac{14}{\sqrt{273}}\right) = 32^\circ$

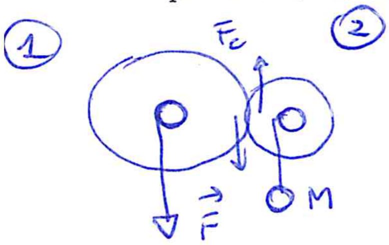
2. Dati A=(3,4,0) e B=(1,2,0) calcolare il prodotto vettoriale.

$\bar{A}\times\bar{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}\hat{i} - \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}\hat{j} + \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}\hat{k} = (3\cdot 2 - 4\cdot 1)\hat{k} = 2\hat{k} = (0,0,2)$

PROBLEMA I

Si richiedono le risposte nel sistema MKS.

Il sistema in figura rappresenta due dischi di raggi $R_1 = R$ ed $R_2 = R/2$ che, per attrito (che agisce qua da forza di contatto), possono ruotare a contatto uno dell'altro senza slittare. Su ciascun disco e' fissato un rocchetto di raggio r su cui e' avvolta una fune. Alla prima e' applicata una forza verticale F, mentre alla seconda e' appesa una massa M. Sui perni non c'e' attrito e tutto il sistema e' in equilibrio. Si calcoli quanto vale il modulo della forza F? Si assuma $M = 10,0$ kg.



equilibrio $\sum \vec{\tau} = 0$

1) $Fr = F_c\cdot R_1 = F_c\cdot R$

2) $Mgr = F_c R_2 = F_c\cdot\frac{R}{2}$ $\rightarrow$ $Mgr = \frac{Fr}{2}$

$F = 2Mg = 2\cdot 10\cdot 9,81 = 196$ N

PROBLEMA II

Si richiedono le risposte nel sistema MKS.

Un recipiente con pareti termicamente isolanti e' diviso in due parti uguali, ciascuna di volume $V = 1,00\text{dm}^3$, da un diaframma anch'esso isolante. Una delle due parti del recipiente contiene dell'elio (massa molare M_{He}=4,000 g mol^{-1}) a $T_{He} = 300$ K e a pressione atmosferica. L'altra parte contiene del neon (massa molare M_{Ne}=20,18 g mol^{-1}) a $T_{Ne} = 500$ K sempre a pressione atmosferica. Dati: numero di Avogadro $N_A = 6,02\times 10^{23}$, costante di Boltzmann $k = 1.381\times 10^{-23}$ J K^{-1}.

Determinare: 1) il numero di moli n_{He} e n_{Ne}; 2) il numero di atomi di elio e neon, N_{He} e N_{Ne}; 3-FAC) le correspondenti velocita' quadratiche medie, vqm_{He} e vqm_{Ne}; 4) l'energia cinetica di una molecola di elio e di una di neon, E_{He} e E_{Ne}.

Ad un certo istante il diaframma viene rimosso ed i due gas si mescolano, determinare: 5) volume e pressione finale del miscuglio V_f e p_f; 6) la temperatura finale del miscuglio T_f; 7) la variazione di energia interna del miscuglio ΔU. Si ringraziano Olimpiadi della fisica 2003.

1) $pV = nRT$ $\quad p = 1{,}00\,atm = 1{,}013 \cdot 10^5\,Pa$

$n = \frac{pV}{RT}$ $\quad V = 1{,}00\,dm^3 = 1{,}00 \cdot 10^{-3}\,m^3$

$$n_{He} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}013 \cdot 10^5}{8{,}31 \cdot 300} = 4{,}06 \cdot 10^{-2}\text{ moli}$$

$$n_{Ne} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}013 \cdot 10^5}{8{,}31 \cdot 500} = 2{,}44 \cdot 10^{-2}\text{ moli}$$

2) $N_{atomi} = n \cdot \mathcal{N}_{Avog}$

$N_{He} = 4{,}06 \cdot 10^{-2} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 2{,}44 \cdot 10^{22}$

$N_{Ne} = 2{,}44 \cdot 10^{-2} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 1{,}47 \cdot 10^{22}$

3) FAC $\quad v_{qm} = \sqrt{\overline{v^2}}$ $\quad E = \frac{3}{2} KT = \frac{1}{2} m_{molecola} \cdot \overline{v^2}$

$f = 3$ gradi di lib. xché monoat.

$$\frac{3}{2} KT = \frac{1}{2} m_{molec.} \overline{v^2} \quad / \times \mathcal{N}_{Avog}.$$

$$\frac{3}{2} RT = \frac{1}{2} M \overline{v^2} \qquad \overline{v^2} = \frac{3RT}{M} \qquad v_{qm} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$v_{qm\,He} = \sqrt{\frac{3RT_{He}}{M_{He}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{4 \cdot 10^{-3}}} = 1{,}37 \cdot 10^3\,m/s$$

$$v_{qm\,Ne} = \sqrt{\frac{3RT_{Ne}}{M_{Ne}}} = \ldots = 0{,}786 \cdot 10^3\,m/s$$

4) $E = \frac{3}{2} KT$ $\quad E_{He} = \frac{3}{2} K T_{He} = \frac{3}{2} \cdot 1{,}381 \cdot 10^{-23} \cdot 300 = 6{,}21 \cdot 10^{-2}\,J$

$E_{Ne} = \ldots = 10{,}4 \cdot 10^{-21}\,J$

5) $V_f = 2V = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\,m^3$ $\quad$ Ogni gas dimezza la sua pressione, ma "assieme" danno stessa pressione

$P_f = P = 1{,}013 \cdot 10^5\,Pa$

6) $P_f V_f = n_f R T_f$ $\quad n_f = n_{He} + n_{Ne} = \ldots = 6{,}50 \cdot 10^{-2}$ moli

$$T_f = \frac{P_f V_f}{n_f R} = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{6{,}50 \cdot 10^{-2} \cdot 8{,}31} = 3{,}75 \cdot 10^2 = 375\,K$$

7) I principio $Q = W + \Delta U$ $\quad$ è chiuso $W = 0$; è adiab. $Q = 0$ $\Rightarrow \boxed{\Delta U = 0}$