

Svolgere i seguenti problemi. Fare almeno un esercizio sui vettori, altrimenti compito non sufficiente. La procedura per arrivare al risultato deve essere chiara.

NOME/COGNOME

ESERCIZI VETTORI

1. Dati i vettori $\vec{A} = (0, 4, 3)$ e $\vec{B} = (0, 2, 1)$ calcolare il prodotto vettoriale \vec{V} .

$$\vec{V} = \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \hat{i} - \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \hat{k} = (4-6)\hat{i} - 0\hat{j} + 0\hat{k} = \underline{-2\hat{i}} = (-2, 0, 0)$$

2. Dati i vettori $\vec{A} = (3, 4, 0)$ e $\vec{B} = (1, 2, 1)$ calcolare il prodotto scalare S ; i moduli; l'angolo compreso α .

$$S = \vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 3 + 8 + 0 = 11 \quad A = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \quad B = \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}$$

$$\cos \alpha = \frac{S}{AB} \quad \alpha = \arccos \frac{S}{AB} = \arccos \frac{11}{5 \cdot \sqrt{6}} \approx 26^\circ$$

PROBLEMA I

Tre corpi di ugual massa $m = 2,00 \text{ kg}$ si trovano in quiete su di un piano orizzontale privo di attrito. Applicando al corpo 1 una forza \vec{F} costante con modulo $f = 10,0 \text{ N}$, il sistema si muove di moto uniformemente accelerato. Determinare 1) l'intensita' dell'accelerazione a del sistema; 2) l'intensita' delle forze che ogni corpo risente a causa degli altri due (cioe' f_{21} su corpo 1, f_{12} e f_{32} su corpo 2, f_{23} su corpo 3).

1) intero sistema $F = 3ma \quad a = \frac{F}{3m} = \frac{10}{6} = 1,67 \frac{m}{s^2}$

2) corpo ① $F - f_{21} = ma$
 $f_{21} = F - ma = F - \frac{F}{3} = \frac{2}{3} F = \underline{6,67 \text{ N}}$
 ↳ in senso opposto ad F

corpo ② $f_{12} - f_{32} = ma \quad f_{21} - f_{32} = ma$
 $f_{32} = f_{21} - ma = \frac{2}{3} F - \frac{1}{3} F = \frac{1}{3} F = \underline{3,33 \text{ N}}$
 ↳ opposto

corpo ③ $f_{23} = f_{32} = ma = \underline{3,33 \text{ N}}$
 ↳ stesso verso

PROBLEMA II

Un cilindro orizzontale ha l'area di base $S = 0,100 \text{ m}^2$ ed e' diviso in due parti da un pistone perfettamente scorrevole e a tenuta. Il pistone e' sottoposto, come in figura, all'azione di una molla che ha costante $k = 200 \text{ N/m}$; quando la molla e' a riposo il pistone e' in contatto con la parete sinistra del cilindro (quindi la parte A ha volume nullo). Nella parte A vengono introdotte $0,0100$ moli di elio e il tutto e' portato alla temperatura $T_1 = 300 \text{ K}$. Nella parte del cilindro dove si trova la molla e' fatto il vuoto. 1) Si scriva l'equazione di stato del gas perfetto. Determinare quanto vale 2) x cioe' lo spostamento della molla dalla posizione di riposo; 3) il volume V_1 e la pressione p_1 del gas.

Successivamente il gas viene lentamente riscaldato fino a raddoppiare il volume iniziale $V_2 = 2V_1$ (fase II). Determinare: 4) p_2 e T_2 ; 5) la quantita' di calore Q necessaria per il riscaldamento (cioe' completare la fase II), trascurando la capacita' termica del cilindro e del pistone, come tutte le eventuali perdite di calore verso l'esterno.

1) $PV = nRT$

2) molla $F = kx \quad P_1 S = kx$
 $P_1 S x = kx^2 \quad P_1 V_1 = kx^2$

$$nRT_1 = kx^2 \quad x = \sqrt{\frac{nRT_1}{k}} = \sqrt{\frac{0,01 \cdot 8,31 \cdot 300}{200}} = \underline{0,353 \text{ m}}$$

$$3) V_1 = Sx = 0,1 \cdot 0,353 = \underline{3,53 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3}$$

$$P_1 = \frac{mRT_1}{V_1} = \frac{0,1 \cdot 8,31 \cdot 300}{3,53 \cdot 10^{-2}} = \underline{7,06 \cdot 10^3 \text{ Pa}}$$

$$4) V_2 = 2V_1 = \left(2 \cdot 3,53 \cdot 10^{-2} = \underline{7,06 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3} \right)$$

$$P_1 S = kx_1$$

$$P_2 S = k \cdot 2x_1$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 2 \quad P_2 = 2P_1 = \underline{14,1 \cdot 10^3 \text{ Pa}}$$

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{mR} = 4T_1 = 4 \cdot 300 = \underline{1200 \text{ K}}$$

5) Applica il I principio

$$Q = \Delta U + W_{\text{gas}} = \Delta U + W_{\text{molla}} =$$

\uparrow
~~lavoro fatto dal gas~~
 lavoro fatto dal gas
 sorge la molla!

$$= mC_V(T_2 - T_1) + \frac{1}{2} k(x_2^2 - x_1^2) =$$

$$= mC_V(T_2 - T_1) + \frac{1}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = mC_V(T_2 - T_1) + \frac{1}{2} \cdot 3 P_1 V_1 =$$

$$= m \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) + \frac{3}{2} mRT_1 = \frac{3}{2} mR T_2 = \frac{3}{2} mR \cdot 4T_1 =$$

\nearrow
 biot.

$$= 6mRT_1 = 6 \cdot 0,1 \cdot 8,31 \cdot 300 =$$

$$= \underline{150 \cdot 10^3 \text{ J}}$$

NOME/COGNOME

Rispondere alle domande. Se si scrivono formule con simboli diversi dagli standard dei libri o delle lezioni scrivere cosa vogliono i dire i vari simboli.

- 1) E' possibile sommare oppure moltiplicare un vettore ad una grandezza scalare?

- 2) In cinematica, cos'e' l'equazione oraria? Scrivi un esempio.

- 3) La frase: "il moto circolare uniforme e' un moto in cui la velocita' e' costante" e' vera o falsa, se e' falsa, perche'?

- 4) Una sferetta lasciata cadere in un recipiente pieno di olio accelera fino a raggiungere una velocita limite di caduta, che equazione scriveresti per calcolarla?

- 5) Disegna un piano inclinato ed un cubetto su di esso. Disegna poi la forza di reazione vincolare R_v applicata al cubetto sul piano inclinato e di' quanto vale R_v rispetto alla forza peso $P = mg$.

- 6) Definisci il momento di una forza (riferito ad un punto massa) spiegandolo con un disegno per far capire bene cos'e' il "braccio".

- 7) Scrivi la definizione di momento di inerzia per un corpo solido di forma qualsiasi.

- 8) La definizione piu' ampia e corretta per il lavoro meccanico $W=?$.

- 9) Definizione di differenza di energia potenziale, $\Delta U=?$
- 10) Scrivere la formula dell'energia potenziale della forza di gravitazione universale.
- 11) Il lavoro in termodinamica $W=?$.
- 12) Scrivere la legge di Stevino. Vale per i liquidi? Vale per i gas? Se una risposta e' NO spiegare velocemente perche'.
- 13) Quale tra queste variabili Q =calore; W =lavoro; U =energia interna e' una funzione di stato in termodinamica? Come si definisce matematicamente il fatto che una variabile e' funzione di stato?
- 14) Definisci l'entropia.
- 15) Perche' si fanno le misure ripetute?

Scrivere NOME e COGNOME

PROBLEMA FAC

Assegnato il moto piano di equazioni: $x = 3 + \frac{3}{2} * t^2$ e $y = 6 + \frac{5}{2} * t^2$, ove le lunghezze si intendono misurate in metri ed il tempo in secondi, si determini l'intensità dell'accelerazione.

$$x = 3 + \frac{3}{2} t^2 \quad (m)$$

$$y = 6 + \frac{5}{2} t^2 \quad (m)$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{3}{2} \cdot 2t = 3t \quad (m/s)$$

$$v_y = \frac{5}{2} \cdot 2t = 5t \quad (m/s)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 3 \quad (m/s^2)$$

$$a_y = 5 \quad (m/s^2)$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \underline{\underline{\sqrt{34} \quad m/s^2}}$$

