

Fare almeno un esercizio sui vettori, altrimenti compito non sufficiente. Problemi: la procedura per arrivare al risultato deve essere chiara.

NOME/COGNOME (su tutti i fogli) NUMERO CARTA IDENTITA' O ALTRO DOCUMENTO

ESERCIZI VETTORI

Se $\vec{A} = (2, 5, 0)$ $\vec{V} = 10\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k}$
 $\vec{B} = (0, 2, 2)$ $V = \sqrt{132}$
 $\theta = 48,96^\circ \sim 49^\circ$

1. Dati i vettori $\vec{A} = (1, 5, 0)$ e $\vec{B} = (0, 2, 2)$; calcolare il prodotto vettoriale \vec{V} . Calcolare l'angolo fra i due vettori.

$$\vec{V} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} \hat{i} - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \hat{k} = 10\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$V = \sqrt{10^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{108}$ $A = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26}$ $B = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$

$\sin \theta = \frac{\sqrt{108}}{26 \cdot 0} = 0,7206$
 $\theta = 46,1^\circ$

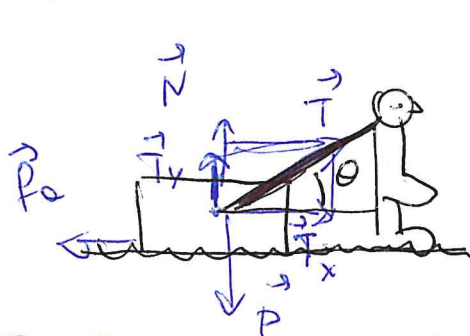
2. Dati i vettori $\vec{A} = (2, 2, 5)$ e $\vec{B} = (4, 1, 2)$ calcolare il prodotto scalare S.

$S = \vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 2 = 20$

(15)

PROBLEMA I

Un uomo trascina una cassa su un pavimento orizzontale con velocità costante, tirando una fune assicurata alla cassa come mostra la figura. La massa della cassa è $m = 45,0$ kg. L'angolo θ tra la fune e l'orizzontale è di $30,0^\circ$ e il coefficiente di attrito cinetico tra la cassa e il pavimento è $\mu_k = 0,630$. Determinare: 1) e 2) la tensione T della fune e la reazione vincolare N applicata sulla cassa dal pavimento. 3) Se l'uomo trascina la cassa per $d = 10,0$ m calcolare l'energia dissipata a causa degli attriti cassa-pavimento, E_{diss} .



1 e 2) x) $V = \text{cost} \Rightarrow a = 0$

$\sum F_i = 0$

y) $\sum F_i = 0$

$\begin{cases} x) T_x - f_k = 0 \\ y) N + T_y - P = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} T \cos \theta - \mu_k N = 0 \\ N + T \sin \theta - mg = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} N = \frac{T \cos \theta}{\mu_k} \\ T \sin \theta + \frac{T \cos \theta}{\mu_k} - mg = 0 \end{cases}$

$\mu_k T \sin \theta + T \cos \theta - mg \mu_k = 0$

$T = \frac{mg \mu_k}{\mu_k \sin \theta + \cos \theta} = \frac{45 \cdot 9,8 \cdot 0,63}{0,63 \cdot \sin 30^\circ + \cos 30^\circ} = 235 \text{ N}$

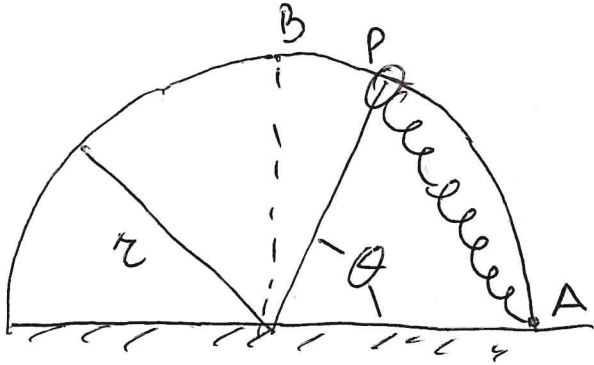
$N = \frac{T \cos \theta}{\mu_k} = \frac{235 \cdot \cos 30^\circ}{0,63} = 323 \text{ N}$

3) $E_{diss} = -W_{f_k} = -(-f_k \cdot d) = \mu_k N d = 0,63 \cdot 323 \cdot 10 = 2035 = 2,04 \cdot 10^3 \text{ J}$

$$Se\ m = 12\ kg$$

PROBLEMA II

Un corpo di massa $m = 16\ kg$ puo' scappare lungo una guida semicircolare di raggio $r = 2,0\ m$, priva di attrito e disposta in un piano verticale (vedi figura). Il corpo e' connesso al punto A mediante una molla di costante elastica $K = 1,0 \cdot 10^2\ N/m$, lunghezza a riposo nulla e massa trascurabile. Si sposta il corpo dal punto A al punto B alla sommita' della guida. 1) Qual e' la variazione di energia interna potenziale del sistema $\Delta U = U_B - U_A$? 2) Successivamente si lascia libera la massa nella posizione B con velocita' nulla. Con qual velocita' v essa arriva in A?



$$\begin{aligned} 1) \quad \Delta U &= \Delta U_{\text{peso}} + \Delta U_{\text{el}} = U_B - U_A = \\ &= mg(2r) + \frac{1}{2} k (\overline{AB})^2 = \\ &= mg \cdot 2 + \frac{1}{2} k (\sqrt{r^2 + r^2})^2 = mg \cdot 2 + \frac{1}{2} k \cdot 2r^2 \\ &= mg \cdot 2 + k r^2 = 16 \cdot 9,8 \cdot 2 + 10^2 \cdot 2^2 = 7136 = 7,1 \cdot 10^3\ J \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad &\text{Peso e } F_{\text{el}} \text{ sono forze conservative} \\ &\Rightarrow E_i = E_f \quad \text{cons. energia meccanica} \\ &E_B = E_A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} mg \cdot 2 + k r^2 + 0 &= 0 + 0 + \frac{1}{2} m v^2 \\ 2mg r + 2k r^2 &= m v^2 \end{aligned}$$

$$v = \sqrt{2g r + \frac{2k r^2}{m}} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 2 + \frac{2 \cdot 10^2 \cdot 4}{16}} = 9,44$$

$$= 9,4\ m/s$$

$$= 10,29$$

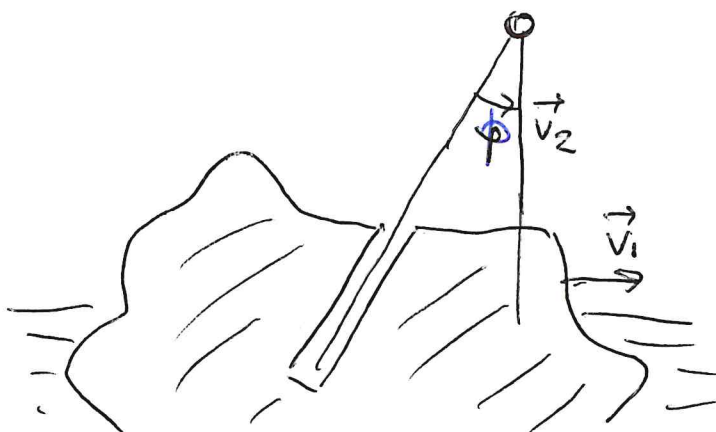
$$= 10\ m/s$$

$$\begin{aligned} &6,352 \\ &\underline{6,4 \cdot 10^2\ J} \end{aligned}$$

Scrivere NOME e COGNOME

PROBLEMA FAC

Un corpo galleggiante si muove di moto rettilineo ed uniforme alla velocità $v_1 = 18 \text{ km/h}$. Sulla superficie della parte emersa è praticato un cunicolo cilindrico inclinato di un angolo $\phi = 0,38 \text{ rad}$ rispetto alla verticale (vedi figura). Un grave scende in direzione verticale con la velocità costante v_2 . Quanto deve valere v_2 se si vuole che il grave, una volta centrato il cunicolo, arrivi sul fondo senza urtarne la parete interna?



$$v_1 = 18 \text{ km/h} = \frac{18 \cdot 10^3}{60 \cdot 60} = 5,0 \text{ m/s}$$

$$\phi = 0,38 \text{ rad} = 21,77^\circ$$

Mettonoci solidali al corpo in movimento.

Rispetto al corpo, il grave ha la velocità

$$\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$



\vec{v} deve essere inclinata rispetto alla verticale con lo stesso angolo ϕ , quindi $\tan \phi = \frac{v_1}{v_2}$

$$v_2 = \frac{v_1}{\tan \phi} = \frac{18}{\tan 0,38 \text{ rad}} = \frac{18}{\tan 21,77^\circ} = 45,07 = 45 \text{ km/h} = 12,5 \text{ m/s}$$

