

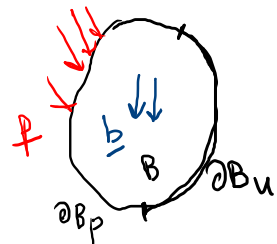
INTRODUZIONE ALLA MECCANICA COMPUTAZIONALE (DELLE STRUTTURE)

7/03/24

3 CFU — 1 CFU : M. GET (FONDAMENTI)

— 2 CFU : M. ROSSI (SVILUPPO DEL METODO DEGLI ELEMENTI FINITI)

• PROBLEMA ELASTICO LINEARE



∂B_u : FRONTIERA VINCOLATA
(VENGONO ASSEGNATI
GLI SPOSTAMENTI)

∂B_p : FRONTIERA LIBERA
(DISTRIB. DI FORZE
SUPERFICIALI)

$$\operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{b}} = \underline{\underline{0}} \quad (3 \text{ EQ.})$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\nabla \underline{\underline{u}} + \nabla \underline{\underline{u}}^T) \quad (6 \text{ EQ.})$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (6 \text{ EQ.})$$

in B

$$\underline{\underline{u}} = \underline{\underline{u}}^0 \quad \text{su } \partial B_u$$

$$\underline{\underline{\sigma}} \underline{\underline{m}} = \underline{\underline{p}} \quad \text{su } \partial B_p$$

C. BORDO (CONTORNO)

INCOGNITE	6	:	COMPON DI	$\underline{\underline{\sigma}}$
	6	:	"	"
	6	:	"	"
	3	:	"	"

FORMULAZ. AGLI SPOSTAMENTI ($\underline{\underline{u}} \rightarrow 3 \text{ COMPON.}$)

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \left[\frac{1}{2} \underline{\underline{C}} (\nabla \underline{\underline{u}} + \nabla \underline{\underline{u}}^T) \right] + \underline{\underline{b}} = \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{u}} = \underline{\underline{u}}^0 \\ \frac{1}{2} \underline{\underline{C}} (\nabla \underline{\underline{u}} + \nabla \underline{\underline{u}}^T) \underline{\underline{m}} = \underline{\underline{p}} \end{array} \right.$$

3 EQ DIFF

FORMULAZIONE
ALLA NAVIER

FORMULAZIONE AGLI SFORZI (BELTRAMI-MICHELL)

POSSO FORMULARE IL PROBLEMA AGLI SFORZI ACCOPPIANDO
IN MANIERA OPPORTUNA LE 15 EQ. DEL PROBLEMA ELASTICO
ESTRAPOLANDO 6 EQ. INDIPENDENTI SOLO NELLE INCOGNITE

σ_{ij} . SI PUO' SCRIVERE FACILM. IL SIST. DI 6 EQ.

AMMETTENDO COMPORT. ISOTROPO.

LE COND. AL BORDO SONO

$$\underline{u} = \underline{u}^0 \quad \text{su } \partial B_u$$

$$\underline{\sigma}_m = \underline{p} \quad \text{su } \partial B_p$$

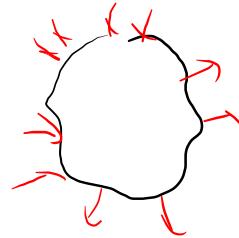
$$\operatorname{div} \sigma = b$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\quad)$$

$$\sigma = C \varepsilon$$

LE COND. AL BORDO SONO
 $\underline{u} = \underline{u}^0$ su ∂B_u
 $\underline{\sigma}_m = \underline{p}$ su ∂B_p

RISPETTO ALLE CONDIZ. AL BORDO LA FORMULAZ.
AGLI SFORZI È MOLTO EFFICACE QUANDO $\partial B_u = \emptyset$



NEL CASO GENERALE, È COMPLESSO TENERE CONTO
NELLE INCOGNITE $\underline{\sigma}$ QUANDO SONO ASSEGN. SPOST.
 \underline{u}^0 .

METODI MISTI

INCOGNITE \underline{u} (3 COMPON.) e $\underline{\sigma}$ (6 COMPONENTI) \Rightarrow FUNZIONALE DI HELLINGER-REISSNER

(OTTIME PER C. BORDO MISTE)

METODO COMPLETO (FORMULAZ. COMPLETA) TUTTE E 15 LE INCOGNITE DEL PROBL. ELASTICO SONO

$3 \underline{u}$
 $6 \underline{\sigma}$
 $6 \underline{\epsilon}$

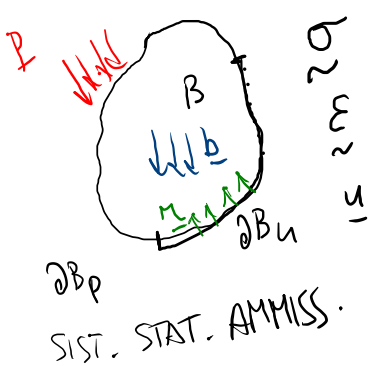
INCOGNITE DEL METODO COMPUTAZIONALE \Rightarrow FUNZIONALE DI HU-WASHIZU.

FORMULAZIONE "FORTE" e "DEBOLLE" DI UN PROBLEMA FISICO

INSIEME DI EQ DIFFERENZIALE CHE DEVONO SODDISFARRE CONDIZ. AL BORDO E VALERE IN OGNI PUNTO DEL DOMINIO (B)

FORMULAZ. DEL PROBLEMA IN TERMINI INTEGRO-DIFFERENZIALI CHE DEVONO ESSERE SODDISFATTI IN MANIERA "INTEGRALE" SUL DOMINIO (E SODDISFARRE LE CONDIZ. AL BORDO).

UN ESEMPIO IMPORTANTE DI FORMULAZ. DEBOLLE È L'ESPRESSIONE DEL T.L.V. DEL PROBLEMA ELASTICO LINEARE.



\underline{u}^* : SIST. FINIZIO DI SPOSTAMENTI

COMPATIBILE:

$$\underline{\varepsilon}^* = \frac{1}{2} (\nabla \underline{u}^* + \nabla \underline{u}^{*T})$$

$$\underline{u}^* = \underline{u}^0 \text{ su } \partial B_u$$

$$\int_B \underline{\sigma} \cdot \underline{\varepsilon}^* dV = \int_{\partial B_p} \underline{p} \cdot \underline{u}^* dS + \int_B \underline{b} \cdot \underline{u}^* dV + \int_{\partial B_u} \underline{r} \cdot \underline{u}^0 dS$$

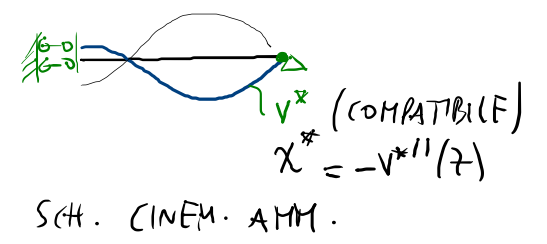
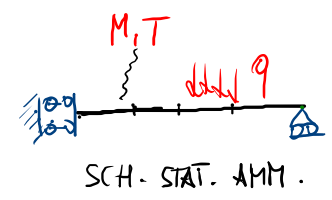
CASO DELLE STRUTTURE INFLESSE

$$(EI v''')' = q$$

+ C. AI LIMITI

FORMULA 2.
FORTE

(EULERO-BERNOULLI
N=0)



$$\int_{Str} M(z) X^*(z) dz = \int q(z) v^*(z) dz$$

T.L.V.
oppure
FORMULA 2.
DEBOLLE

FORMULA 2.
FORTE

FORMULA 2.
DEBOLI

- PRINCIPI VARIAZIONALI
- STAZIONARIETA' E.P.T. (FORMULA 2. AGLI SPOSTAM.)
 - " E.P.T. COMPL (" AGLI SFORZI)
 - " FUNZ. DI HELLINGER-REISSNER (" MISTA)
 - " " " HU-WASHIZU (" COMPLETA)