

Nel caso di oscillazioni libere è possibile ottenere

16/04/24

la PULSAZIONE FONDAMENTALE :

$$m_{eq} \ddot{x} + K_{eq} x = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{K_{eq}}{m_{eq}} = \frac{\int_0^l EI \psi''^2 ds}{\int_0^l \mu \psi^2 ds}$$

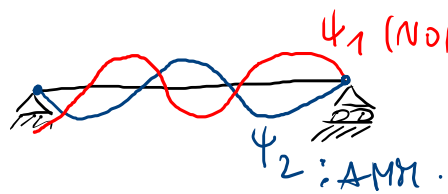
RAPPORTO DI RAYLEIGH

( $\psi(s)$  HA LO STESSO RUOLO DEI MODI DI VIBRARE  $\phi^{(i)}$ )

$\psi$  è SELEZIONATA DALL' OPERATORE

SCELTA DELLA FUNZ. DI FORMA  $\psi(s)$  ...

DEVONO SODDISFARE LE CONDIZIONI "GEOMETRICHE" (CONDIZIONI DI VINCOLO)



$$\left[ \begin{array}{l} EI \psi'''' = q(s) \quad \text{l. el IV ordine} \\ \text{c. limiti: } \psi(0) = \psi(l) \end{array} \right], \quad \left[ \psi''(0) = \psi''(l) = 0 \right]$$

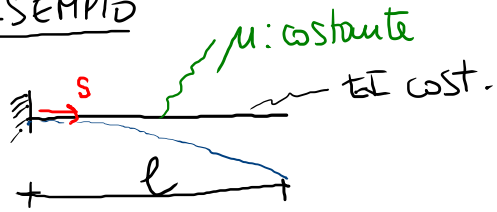
IMPORTANTI

MOM. NULLI ⊕ MENO IMPORT. PER LA  $\psi(s)$

POTREI ASSUMERE UNA  $\psi(s)$  CORRISP.

ALLA SOLUZ. DEL PROBLEMA DELLA LINEA ELASTICA.

# ESEMPIO



STUDIO OSCILL. LIBERE

$$\text{STIMO } \omega^2 = \frac{K_{eq}}{m_{eq}}$$

$$\text{SOLUZ. ESATTA } \dot{\epsilon}: \omega_{ES} = \frac{3.516}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}}$$

$$\Psi_{ES} = f(\cos, \sin, \cosh, \sinh \left( \frac{s}{l} \right))$$

NOTA: VER. DIM. DI  $\omega$ :

$$[\omega] = \frac{1}{l^2} \sqrt{\frac{FL^2 L}{M}} = \frac{1}{l^2} \sqrt{\cancel{FL^2} \frac{L^3}{\cancel{FT^2}}} = \frac{1}{T}$$

$$f = ma$$

$$F = M \frac{L}{T^2}$$

$$1) \text{ I APPROSS: } \Psi_1(s) = \frac{3s^2}{2l^2} - \frac{s^3}{2l^3}$$

$$\Psi_1(0) = 0; \Psi_1'(s) = \frac{3s}{l^2} - \frac{3}{2} \frac{s^2}{l^3} \Rightarrow \Psi_1'(0) = 0$$

COMPATIB.  
VERIFICATA

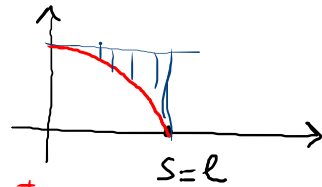
$$m_{eq}^{(1)} = 0.236 \mu l$$

$$\Rightarrow \omega^{(1)} = \frac{3.568}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}}$$

$$K_{eq} = 3 \frac{EI}{l^3}$$

ERRORE 1.5%

$$2) \text{ II APPROSS: } \Psi_2(s) = 1 - \cos \frac{\pi s}{2l}$$



$$\Psi_2(0) = 0$$

$$\Psi_2'(s) = \sin \frac{\pi s}{2l} \cdot \frac{\pi}{2l} \rightarrow \Psi_2'(0) = 0$$

COMPAT.  
VERIFICATA

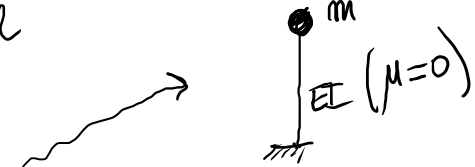
$$m_{eq}^{(2)} = 0.227 \mu l$$

$$\Rightarrow \omega^{(2)} = \frac{3.664}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}}$$

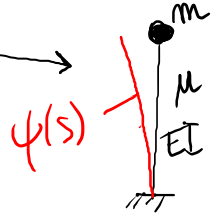
ERRORE  
4%

$$K_{eq}^{(2)} = 3.044 \frac{EI}{l^3}$$

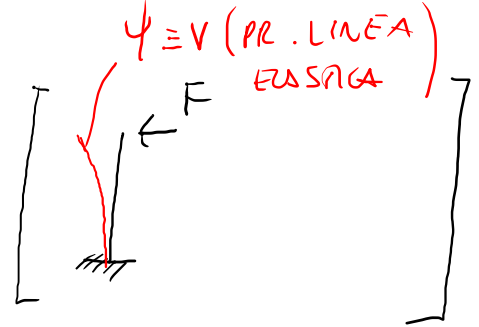
OSS: LE  $\psi_k(s)$  ( $k=1,2$ ) CHE ABBIAMO SCELTO SODDISF.  $\psi_k''(l)=0$  (MOM. NULO NELL'ANALOGO PROBL. DI LINEA ELASTICA), PERO' QUESTA CONDIZ. NON E' INDISPENSABILE PER L'AMMISS. DELLA FUNZ. DI FORMA.



$$K = \frac{3EI}{l^3}$$



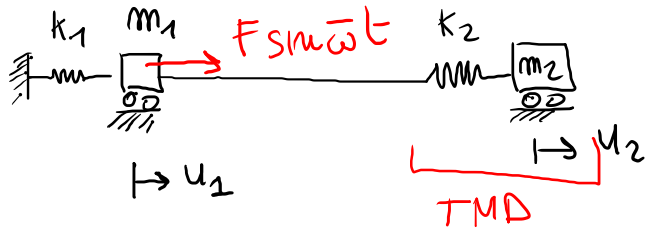
1 G.D.L. GENERALIZZATO  
SCEGLIENDO UNA OPPORT.  $\psi(s)$



METODO NUMERICO  
(E. FINITI)

# PRINCIPIO DI FUNZ. DI UN "TUNED-MASS DAMPER" (TMD)

TMD: progettato per "limitare" gli spostamenti  $u_1(t)$



$$\mu = \frac{m_2}{m_1} ; \omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} ; \omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \quad (\text{NON SONO LE PULS2. FOND.})$$

- SEGUE ANALISI DELL'AMPLIF. DELLO SPOST.  $u_1$  IN FUNZ. DEI PARAMETRI  $\bar{\omega}, \mu, k_2$  (FILE MATHEMATICA)
- COMMENTO DISPENSE TMD DA INTERNET.