

Esercizi II settimana Ist. Matematiche A (Scienze Geologiche) – Prof. Fabio Vlacci
A.A. 2023/2024

1. Mostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$, risulta

$$2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2.$$

[ESERCIZIO PROPOSTO NELL'APPELLO AUTUNNALE 2022]

2. Stabilire se la relazione definita da

$$x \mathcal{R} y \iff x \cdot y > 0$$

per $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ è o meno una relazione di equivalenza.

[ESERCIZIO PROPOSTO NELL'APPELLO AUTUNNALE 2022]

3. Mostrare che per ogni numero naturale $n \geq 1$, risulta

$$1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

4. Si considerino gli insiemi $A = \{10, 20, 30, 40, 60, 400\}$, $A' = \{10, 20, 30, 40, 60\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ e $B' = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ e sia R la relazione così definita

$$x R y \iff x \text{ ha la prima cifra (a sinistra) uguale alla prima cifra (a sinistra) di } y$$

quando $x \in A$ e $y \in B$. Si stabilisca - **motivando la risposta** - se R è una funzione o meno. In caso affermativo si determini se tale funzione risulta iniettiva e/o suriettiva e/o biiettiva. Si ripeta lo stesso esercizio quando

a) $x \in A$ e $y \in B'$;

b) $x \in A'$ e $y \in B'$;

c) $x \in A'$ e $y \in B$.

5. Siano date le funzioni reali di variabile reale

$$f(x) = 2x + 1 \quad g(x) = 2(5 - x) - 1.$$

Allora

A f è iniettiva e g non è suriettiva

B f non è iniettiva e g è suriettiva

C f e g sono sia iniettive che suriettive

D f e g sono entrambe iniettive ma non suriettive

Inoltre l'unico punto di intersezione dei grafici di f e di g è

A1 $(-1, 1)$ B1 $(2, 5)$ C1 $(0, 1)$ D1 $(1, 3)$

6. In un riferimento cartesiano ortonormale del piano, si considerino gli insiemi

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 9y - 3x - 5 = 0\}$$

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = -3x - 1\};$$

allora

- A R ed S rappresentano due rette parallele
- B R ed S rappresentano due rette coincidenti
- C R ed S rappresentano due rette ortogonali
- C R ed S rappresentano due rette incidenti, ma non ortogonali
- D R ed S non rappresentano rette nel piano