

Esercizi di Analisi Matematica II

2023/2024

1. CALCOLO DIFFERENZIALE

1. Stabilire per quali valori del parametro reale α la funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2)^\alpha & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è:

- continua
- differenziabile
- di classe C^1
- differenziabile due volte
- di classe C^2 .

2. Stabilire per quali valori del parametro reale α la funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \sin((x^2 + y^2)^\alpha) & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è:

- continua
- differenziabile
- di classe C^1
- differenziabile due volte
- di classe C^2 .

3. Calcolare $H_f(x, y)$, la matrice hessiana in (x, y) della funzione

$$f(x, y) = \arctan(x + y^2).$$

4. Scrivere il polinomio di Taylor di grado 2 nel punto $(0, 0)$ associato alla funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y)e^{x+y^2}.$$

5. Scrivere il polinomio di Taylor di grado 2 nel punto $(0, 0)$ associato alla funzione

$$f(x, y) = (x + 2y + 3)e^{x^2+y^2}.$$