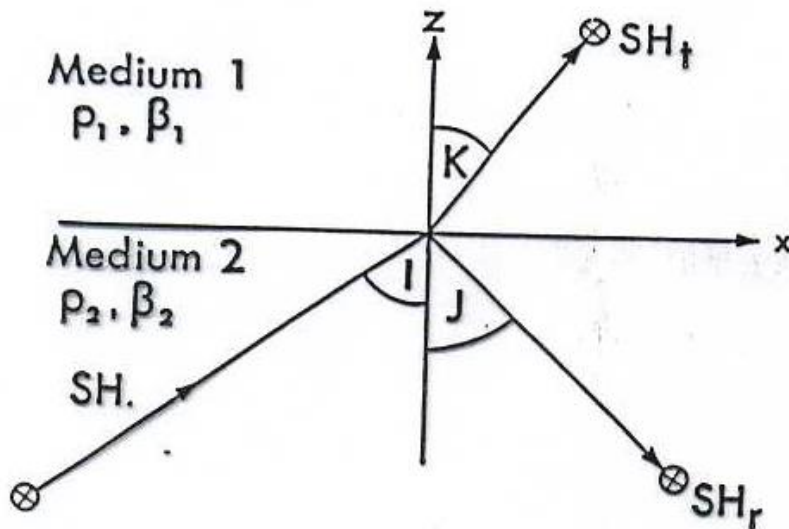


Finora abbiamo considerato la propagazione di onde in mezzi omogenei spazialmente infiniti. Consideriamo ora cosa succede se un'onda incide su un'interfaccia che separa due mezzi omogenei diversi. Se l'interfaccia salda i due mezzi, allora si dovrà avere continuità di spostamenti e sforzi attraverso essa – altrimenti si tenderebbe ad aprire un'interfaccia tra i due mezzi. L'altro tipo di interfaccia è quello tra un mezzo elastico ed il vuoto – come la superficie terrestre e viene detta superficie libera. Su tale superficie gli sforzi si annullano e cioè avremo

$$\sigma_{zx} = \sigma_{zy} = \sigma_{zz} = 0$$

Vediamo come tali vincoli – detti anche condizioni al contorno – portano naturalmente alle leggi di riflessione e rifrazione.

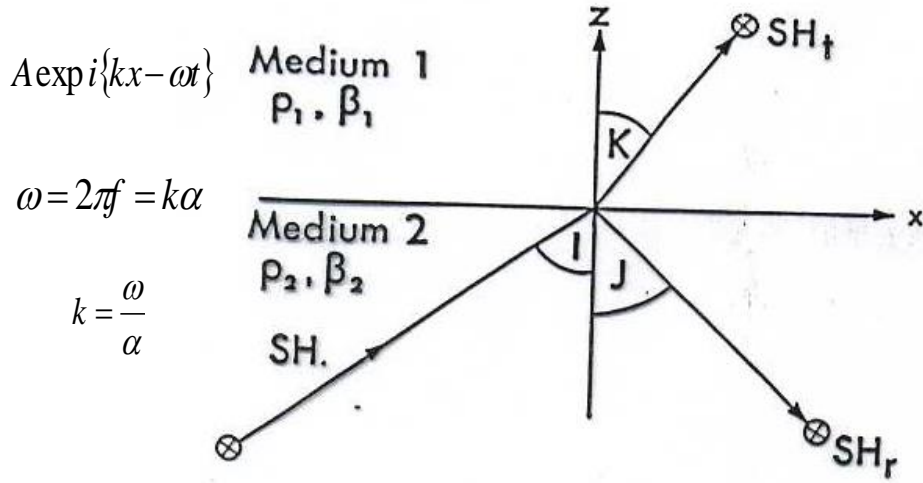


Consideriamo un'onda SH che incide con un angolo I su un'interfaccia separante due mezzi elastici: il primo caratterizzato da ρ_1 e β_1 , il secondo da ρ_2 e β_2 . Essendo il moto polarizzato orizzontalmente e normale alla direzione di propagazione, la parte di energia trasmessa e di quella riflessa saranno ancora polarizzate nello stesso modo – rimarranno cioè onde SH.



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa



$$A \exp i \{ kx - \omega t \}$$

$$\omega = 2\pi f = k\alpha$$

$$k = \frac{\omega}{\alpha}$$

Consideriamo quindi un'onda SH incidente dal basso verso l'alto come in figura.

Indichiamo con $\underline{l}, \underline{m}, \underline{n}$ i vettori numeri d'onda associati all'onda incidente, riflessa e rifratta. Sarà

$$\underline{l} = \frac{\omega}{\beta_2} \hat{l} \quad \underline{m} = \frac{\omega}{\beta_2} \hat{m} \quad \underline{n} = \frac{\omega}{\beta_1} \hat{n}$$

$$\hat{l} = (\sin I, 0, \cos I) \quad \hat{m} = (\sin J, 0, -\cos J) \quad \hat{n} = (\sin K, 0, \cos K)$$

Se assumiamo l'ampiezza dell'onda incidente come unitaria, gli spostamenti associati ad ogni onda si possono esprimere come:

Onda incidente:

$$\hat{y} \exp i(\underline{l} \cdot \underline{x} - \omega t)$$

Onda riflessa:

$$R \hat{y} \exp i(\underline{m} \cdot \underline{x} - \omega t)$$

Onda trasmessa:

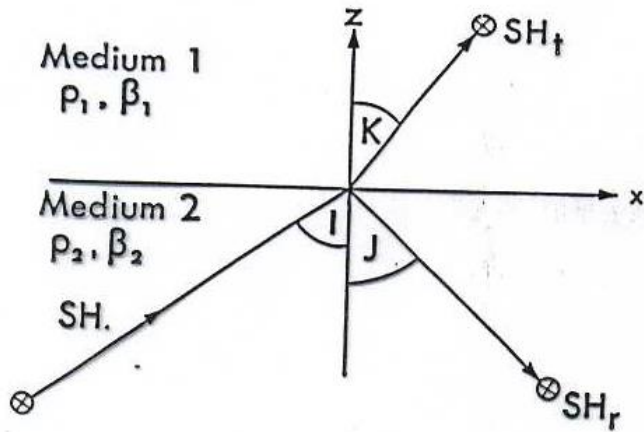
$$T \hat{y} \exp i(\underline{n} \cdot \underline{x} - \omega t)$$

dove R e T sono i coefficienti di riflessione e rifrazione.



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa



Il moto totale nel mezzo 2 è dato dalla somma dell'onda incidente e quella riflessa. La continuità degli spostamenti attraverso l'interfaccia posta a $z=0$ da:

$$\hat{y} \exp i(\underline{l} \cdot \underline{x} - \omega t) + R \hat{y} \exp i(\underline{m} \cdot \underline{x} - \omega t) = T \hat{y} \exp i(\underline{n} \cdot \underline{x} - \omega t)$$

La dipendenza temporale uguale a destra e sinistra può essere trascurata. Inoltre, essendo $l_y=0$ e $z=0$

$$\exp i(l_x x + l_z z) = \exp i(l_x x)$$

Sostituendo quest'ultima nella prima equazione:

$$\exp i(l_x x) + R \hat{y} \exp i(\underline{m} \cdot \underline{x} - \omega t) = T \hat{y} \exp i(\underline{n} \cdot \underline{x} - \omega t)$$

Poichè la relazione deve essere valida in ogni punto x , la cosa sarà possibile solo se la forma della funzione è uguale per ogni termine: $l_x = m_x = n_x$. In altri termini:

$$\frac{\omega}{\beta_2} \sin I = \frac{\omega}{\beta_2} \sin J = \frac{\omega}{\beta_1} \sin K$$



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

La prima uguaglianza ci da **la legge della riflessione**:

$$\frac{\omega}{\beta_2} \sin I = \frac{\omega}{\beta_2} \sin J \quad \longrightarrow \quad I = J$$

La seconda uguaglianza ci da **la legge della rifrazione (legge di Snell)**:

$$\frac{\omega}{\beta_2} \sin I = \frac{\omega}{\beta_1} \sin K \quad \longrightarrow \quad \frac{\sin I}{\beta_2} = \frac{\sin K}{\beta_1}$$

La condizione di continuità pertanto ci dice:

$$1 + R = T$$

Il valore dei coefficienti R e T si ricava dalla continuità degli sforzi. Omettendo i calcoli:

$$T = \frac{2\rho_2\beta_2 \cos I}{\rho_1\beta_1 \cos K + 2\rho_2\beta_2 \cos I} \quad R = T - 1$$

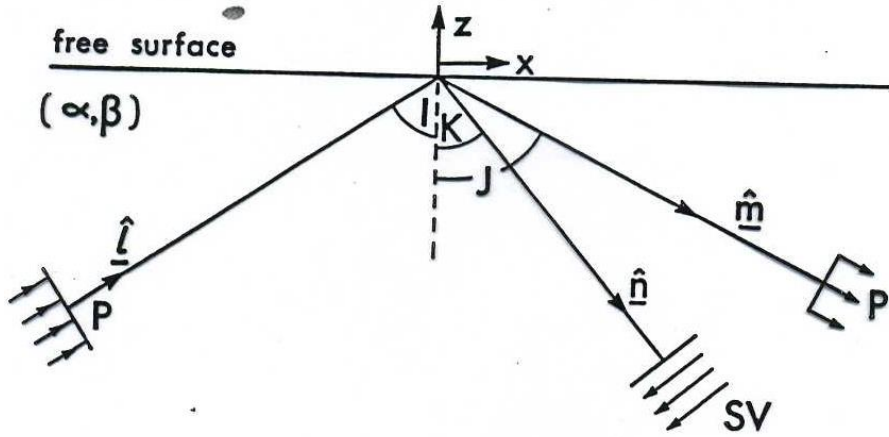
Vediamo che R e T dipendono in ogni mezzo dalle quantità, detta **impedenza**: $\rho\beta \cos I$

Inoltre i coefficienti di R e T dipendono dall'angolo di incidenza dell'onda!

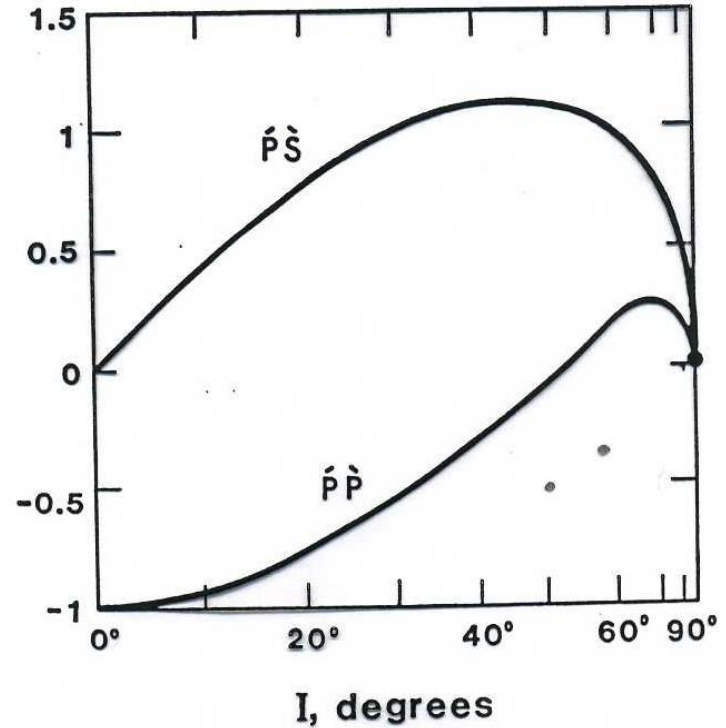


Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa



Caso onda P incidente su una superficie libera. L'angolo di riflessione per l'onda S (K) è minore, avendo essa velocità minore.

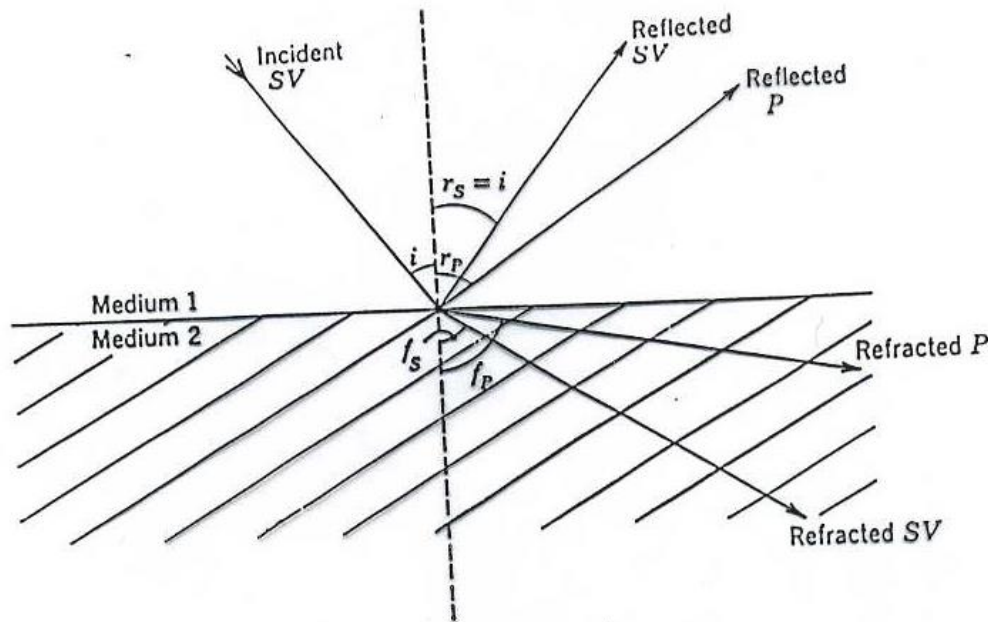


Coefficienti di riflessione corrispondenti in funzione dell'angolo di incidenza. Notare l'assenza di conversione $P \rightarrow S$ per incidenza normale ($I=0^\circ$) e la conversione totale per $I \approx 52^\circ$!



CASO ONDE P, SV

Nel caso delle onde P ed SV incidenti su una discontinuità il problema è leggermente più complicato in quanto in generale esse generano sia moto P che SV. Infatti sia per le P che per le SV il moto è confinato nel piano xz. Chiaramente non verrà invece generato nessuno spostamento lungo y, cioè non verranno generate onde SH.





CASO ONDE P, SV

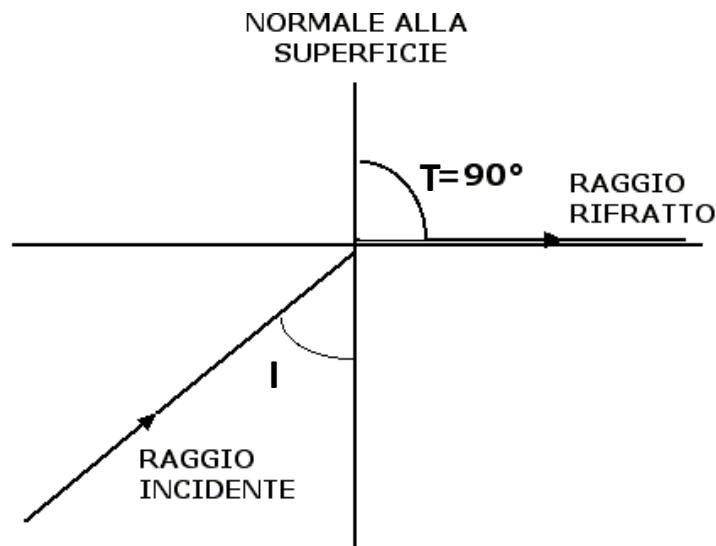
Consideriamo la legge di Snell per un'interfaccia tra due mezzi ed indichiamo con I l'angolo di incidenza, con T l'angolo di rifrazione (trasmissione). Avremo per un'onda P

$$\frac{\sin I}{\sin T} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$$

Nel caso sia $T=90^\circ$, l'angolo di incidenza dicesi **angolo critico** e risulta:

$$I = I_c = \sin^{-1}\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)$$

Per angoli di incidenza maggiori dell'angolo critico, non si ha energia rifratta nel secondo mezzo.

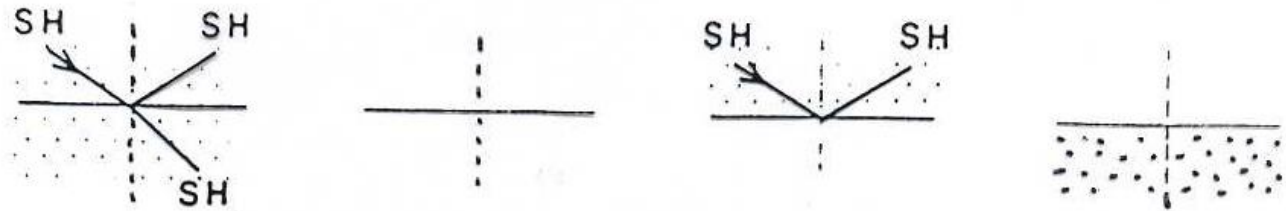




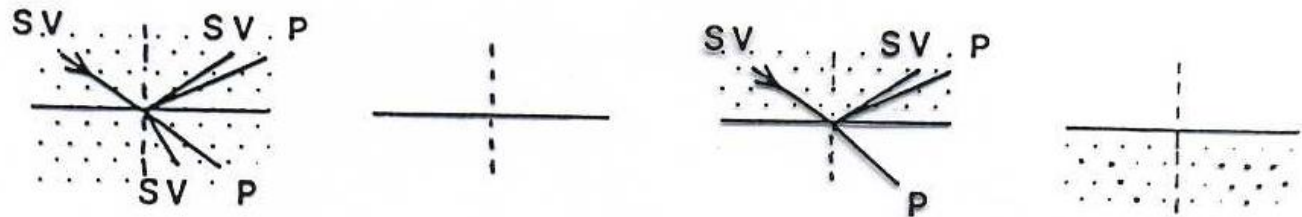
Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

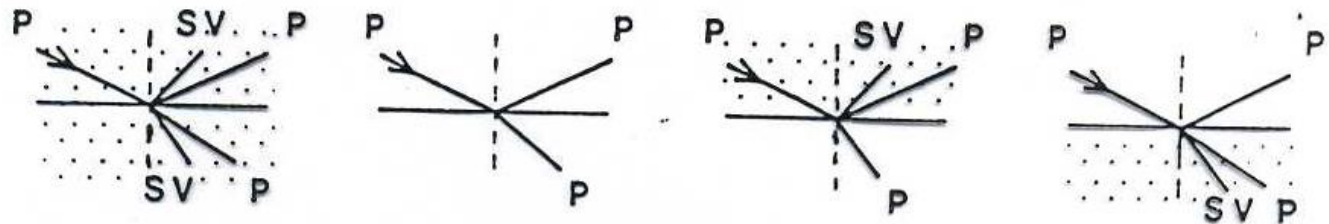
Incident SH



Incident SV



Incident P

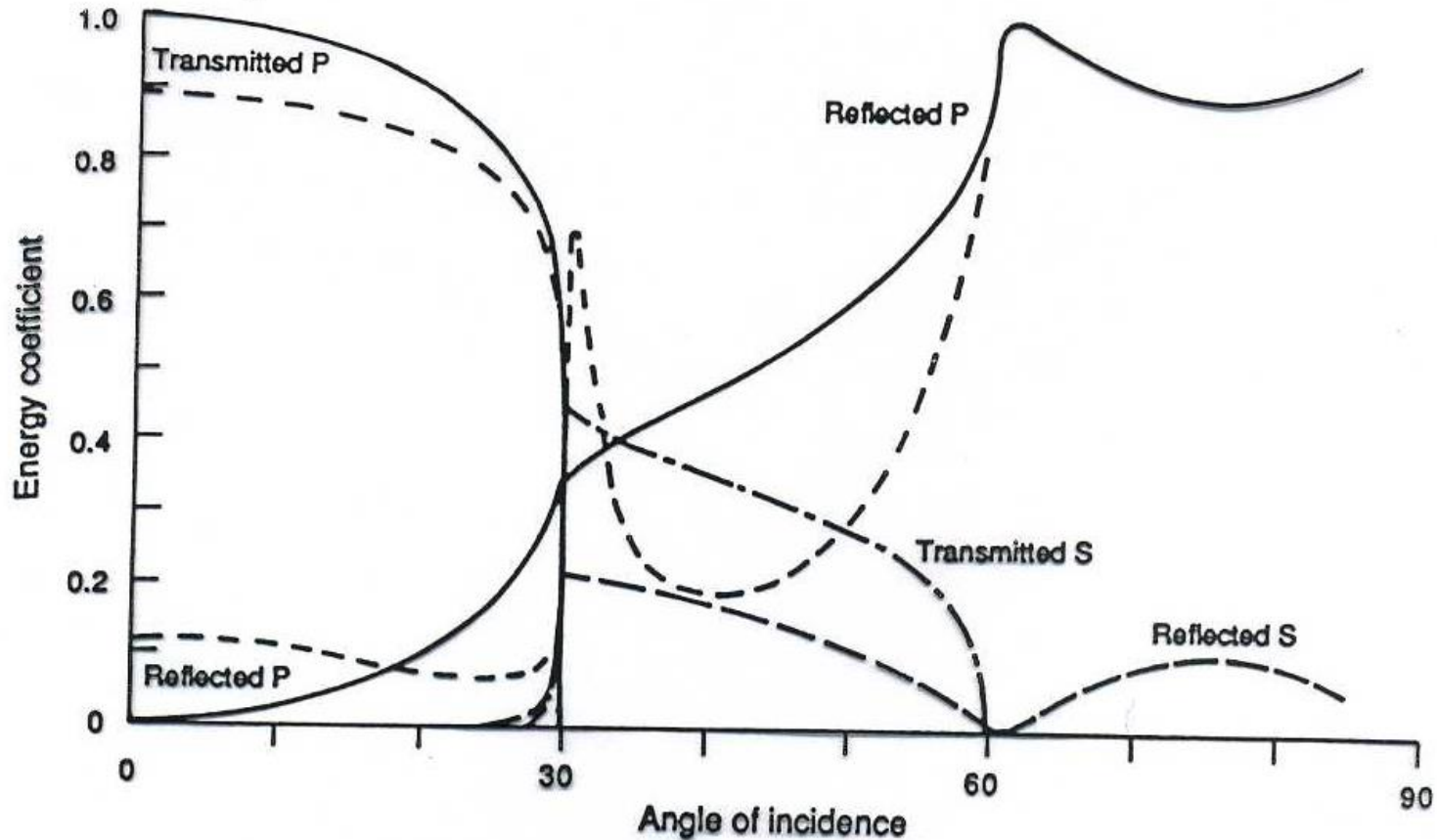


Casi relativi all'incidenza dall'alto dei tre tipi di onda su una interfaccia tra due mezzi(solido punteggiato; liquido bianco).



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa



Variazioni con l'angolo di incidenza dei coefficienti di trasmissione e riflessione per un'onda P incidente su una interfaccia tra due solidi.

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 0.5 \quad \frac{\rho_1}{\rho_2} = 2 \quad \frac{\alpha_1}{\beta_1} = 1.87 \quad \frac{\alpha_2}{\beta_2} = 1.73$$

Raggi sismici

La teoria dei raggi sismici e' analoga a quella dei raggi nell'ottica ed e' stata applicata con successo in sismologia per piu' di cent'anni al fine di interpretare dati sismologici. La teoria e' relativamente semplice e facile da capire, ma ha importanti limitazioni (e' un'approssimazione ad alta frequenza, non tiene conto di effetti "non geometrici" quali, ad esempio, le onde rifratte e diffratte). Ci occuperemo in questa sede solamente della cinematica (tempi di arrivo) e quindi non parleremo di ampiezze.

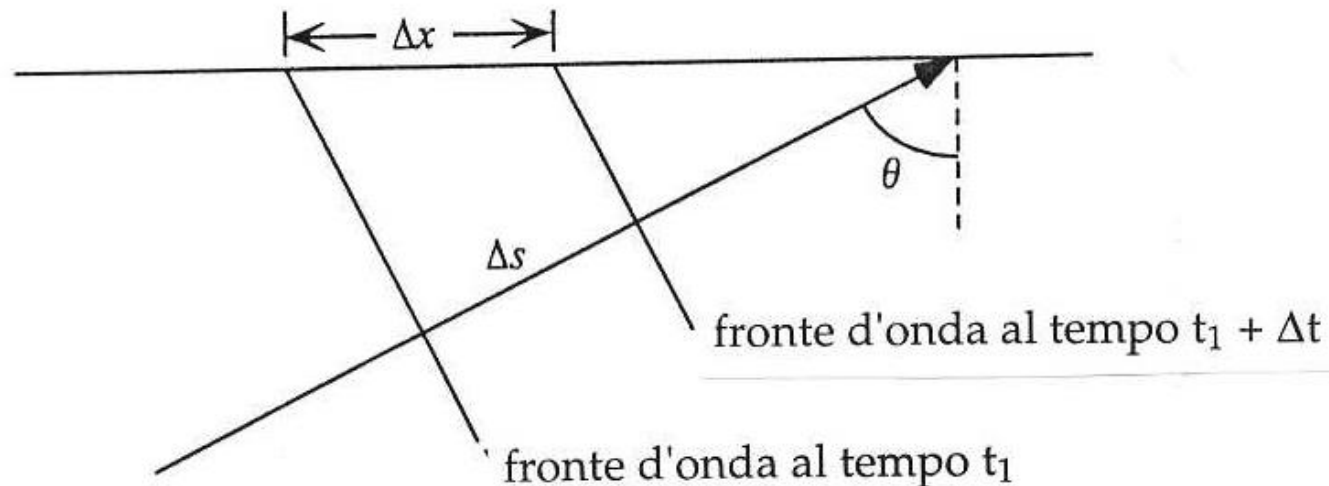


Fig. 1. Un'onda piana incidente su una superficie orizzontale. L'angolo che il raggio forma con la verticale e chiamato angolo di incidenza θ .

Consideriamo un'onda piana che si propaga in un mezzo con velocità costante, v , e che interseca una superficie orizzontale (Fig. 1). I fronti d'onda ai tempi t e $t+\Delta t$ sono separati da una distanza Δs lungo il cammino del raggio. L'angolo che il raggio forma con la verticale, θ , viene definito come angolo di incidenza e lega Δs alla separazione Δx dei fronti d'onda sulla superficie:

$$\Delta s = \Delta x \sin \theta$$

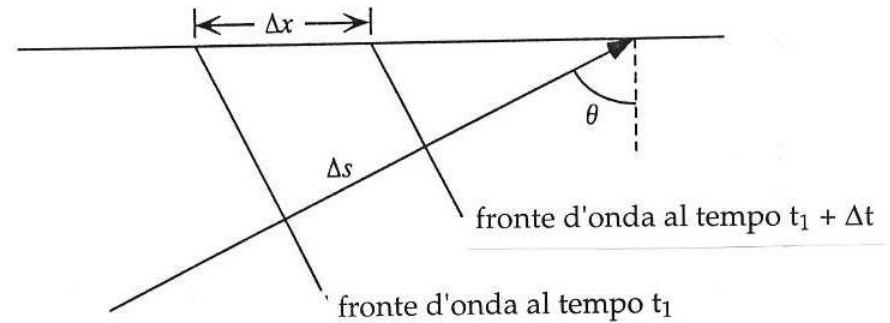
Poiché $\Delta s = v \Delta t$

$$v \Delta t = \Delta x \sin \theta$$

ovvero

$$\Delta t / \Delta x = \sin \theta / v = u \sin \theta \equiv p$$

in cui abbiamo definito la *lentezza* u ($u = 1/v$) ed il *parametro del raggio* p .



in cui abbiamo definito la *lentezza* u ($u = 1/v$) ed il *parametro del raggio* p .

Nel caso in cui la superficie sia una superficie libera, possiamo leggere i tempi di arrivo del fronte d'onda a due stazioni e misurare p direttamente. Il parametro del raggio p rappresenta quindi la lentezza apparente del fronte d'onda nella direzione orizzontale, per cui p viene anche chiamato *lentezza orizzontale* del raggio.

Consideriamo ora un'onda piana che incide su una superficie orizzontale che separa due mezzi omogenei con velocità diversa, v_1 e v_2 , e l'onda rifratta nel secondo mezzo (Fig. 2). Tracciando fronti d'onda separati da intervalli di tempi costanti, essi saranno separati da distanze diverse nei due mezzi e si può vedere dalla figura che l'angolo di incidenza del raggio deve cambiare all'interfaccia per preservare i tempi dei fronti d'onda nel passaggio attraverso l'interfaccia.

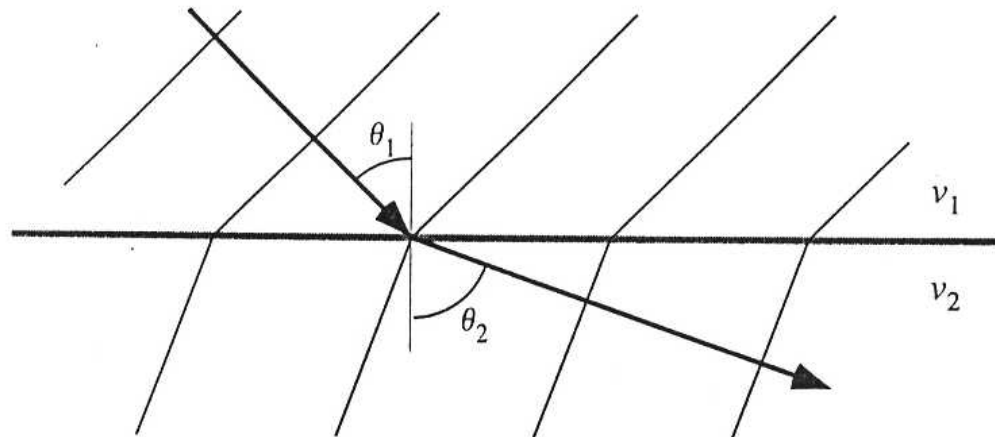


Fig. 2. Un'onda piana che attraversa un'interfaccia orizzontale che separa due semispazi omogenei. La velocità superiore del semispazio in basso fa sì che i fronti d'onda siano più spazati.



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

Nell'esempio di Figura 2 la lentezza dello strato superiore e' maggiore di quella dello strato inferiore e quindi deve cambiare l'angolo d'incidenza nello strato inferiore.

Esprimendo il parametro del raggio in termini delle lentezze e degli angoli di incidenza nei due strati, dovremmo avere:

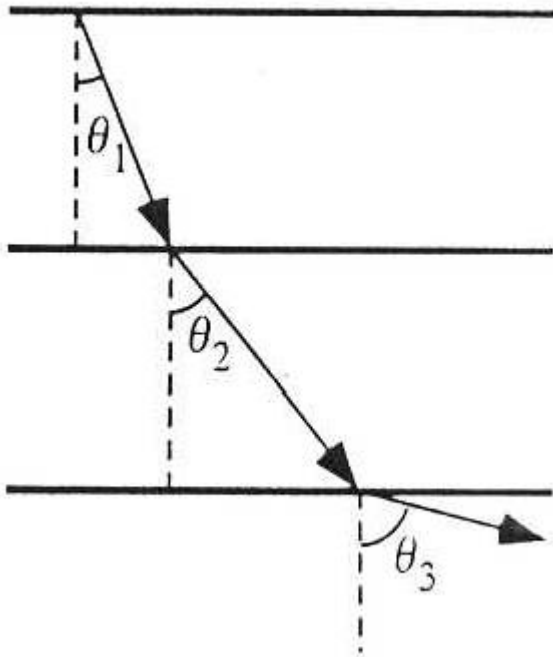
$$p = u_1 \sin \theta_1 = u_2 \sin \theta_2$$

Da notare che quest'espressione non e' altro che la legge di Snell della geometria ottica. L'equazione puo' essere ricavata anche dal principio di Fermat per il quale il tempo di tragitto tra due punti deve essere stazionario (di solito, ma non sempre, il tempo minimo) rispetto a variazioni nel cammino del raggio.



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa



Nella maggioranza dei casi la velocità delle onde compressionali e di taglio aumenta all'aumentare della profondità nella Terra. Supponiamo di esaminare un'onda che viaggi verso il basso attraverso una serie di strati di velocità via via crescente. Il parametro del raggio rimarrà costante lungo il percorso:

$$p = u_1 \sin \theta_1 = u_2 \sin \theta_2 = u_3 \sin \theta_3$$



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

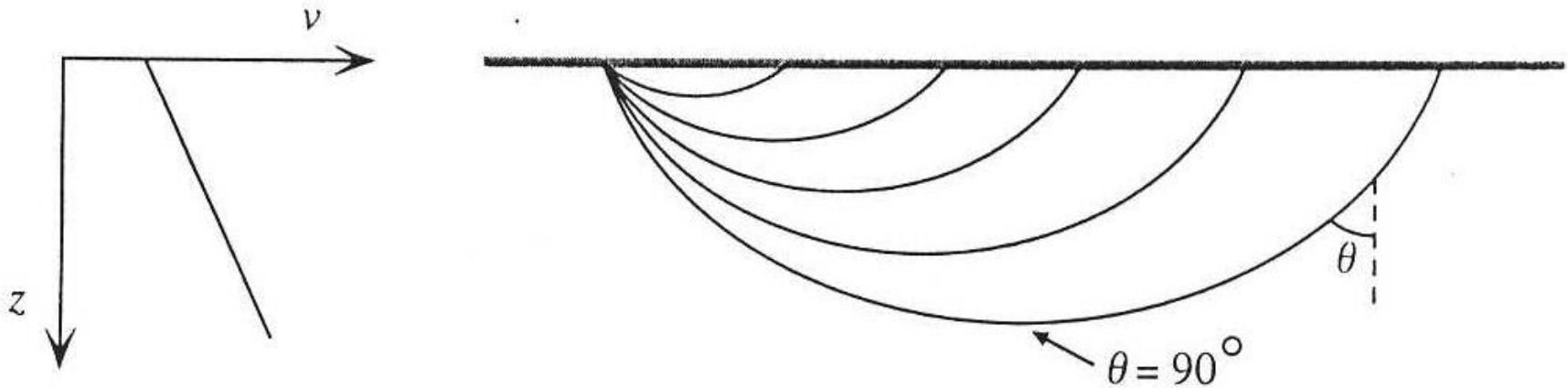


Fig. 3. I percorsi dei raggi per un modello di velocità con un' aumento continuo della velocità con la profondità verranno rifratti verso la superficie. Il punto di inversione in cui il raggio devia verso l'alto è il punto più profondo raggiunto dal raggio ed in esso la direzione del raggio è orizzontale con angolo di incidenza di 90° .

Quando $\theta = 90^\circ$ si dice che il raggio è al *punto di inversione* e $p = u_p$, con u_p la lentezza nel punto di inversione. Poiché la velocità in genere aumenta con la profondità, le lentezze diminuiscono con la profondità. Pertanto i parametri del raggio più piccoli sono più verticali in superficie, invertono la loro direzione più in profondità nella Terra ed in genere viaggiano più lontano.

Negli esempi riportati di strati orizzontali e gradienti di velocità verticali p rimane costante lungo il raggio. Se però consideriamo gradienti di velocità laterali o strati non paralleli, allora p può cambiare lungo il raggio.

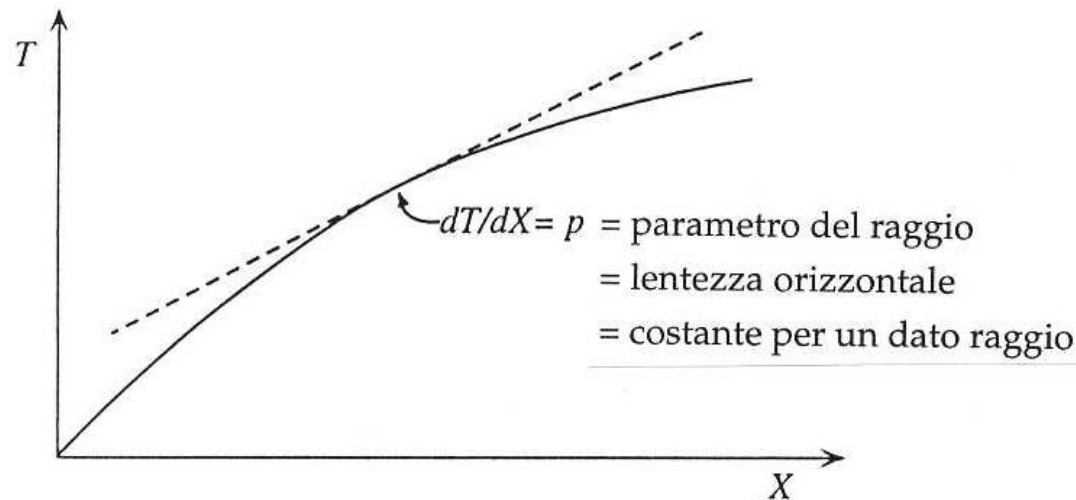


Fig. 4. Curva dei tempi di tragitto per un modello di velocità con un'aumento continuo della velocità con la profondità. Ogni punto sulla curva corrisponde ad un percorso del raggio diverso. La pendenza della curva dT/dX è il parametro del raggio.

In un modello a velocità crescenti con la profondità la curva dei tempi di tragitto avrà la forma riportata in Figura 4. Da notare che p varia lungo la curva e che quindi un raggio diverso è il responsabile dell'arrivo per ogni distanza X .



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

Nella Terra $X(p)$ di solito aumenta con il diminuire di p , cioè l'angolo di partenza diminuisce con l'aumentare della distanza (Fig. 5a).

Fig. 5a.

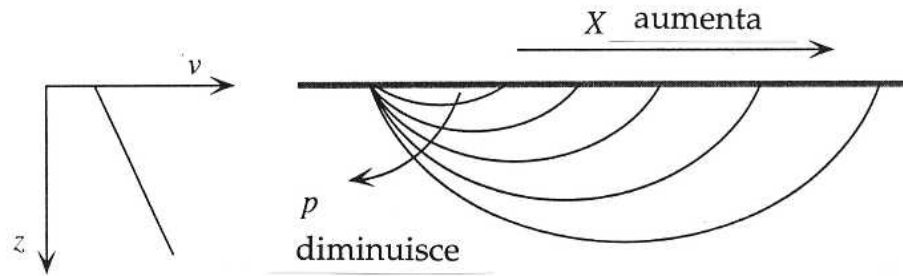
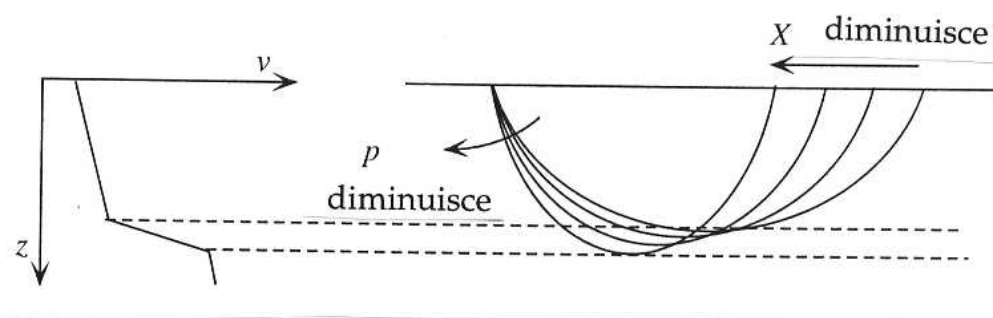


Fig. 5b.



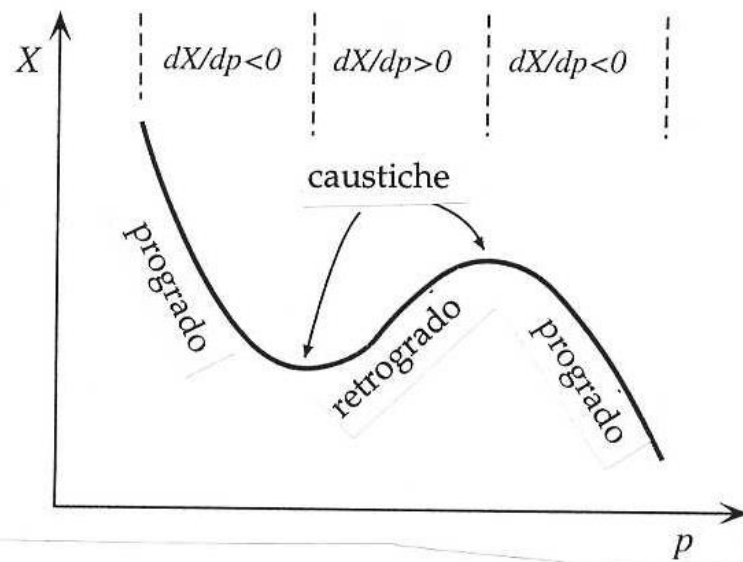
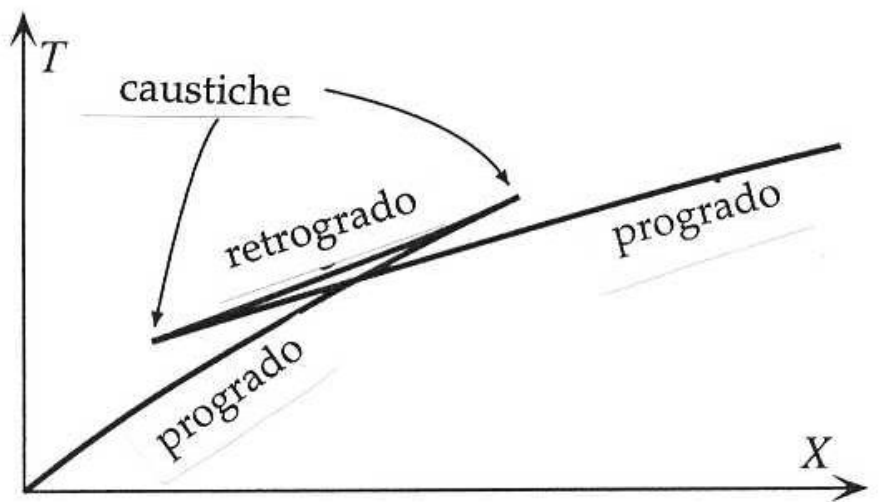
In tal caso la derivata dX/dp è negativa e si dice che il tratto relativo della curva dei tempi di tragitto è *progrado*. Talvolta, in seguito ad un aumento rapido della velocità con la profondità nella Terra, si ha che dX/dp è positivo ed i raggi "ritornano" verso la sorgente all'aumentare di p (Fig. 5b). I tratti della curva dei tempi di tragitto relativi a valori $dX/dp > 0$ si dicono *retrogradi*.



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

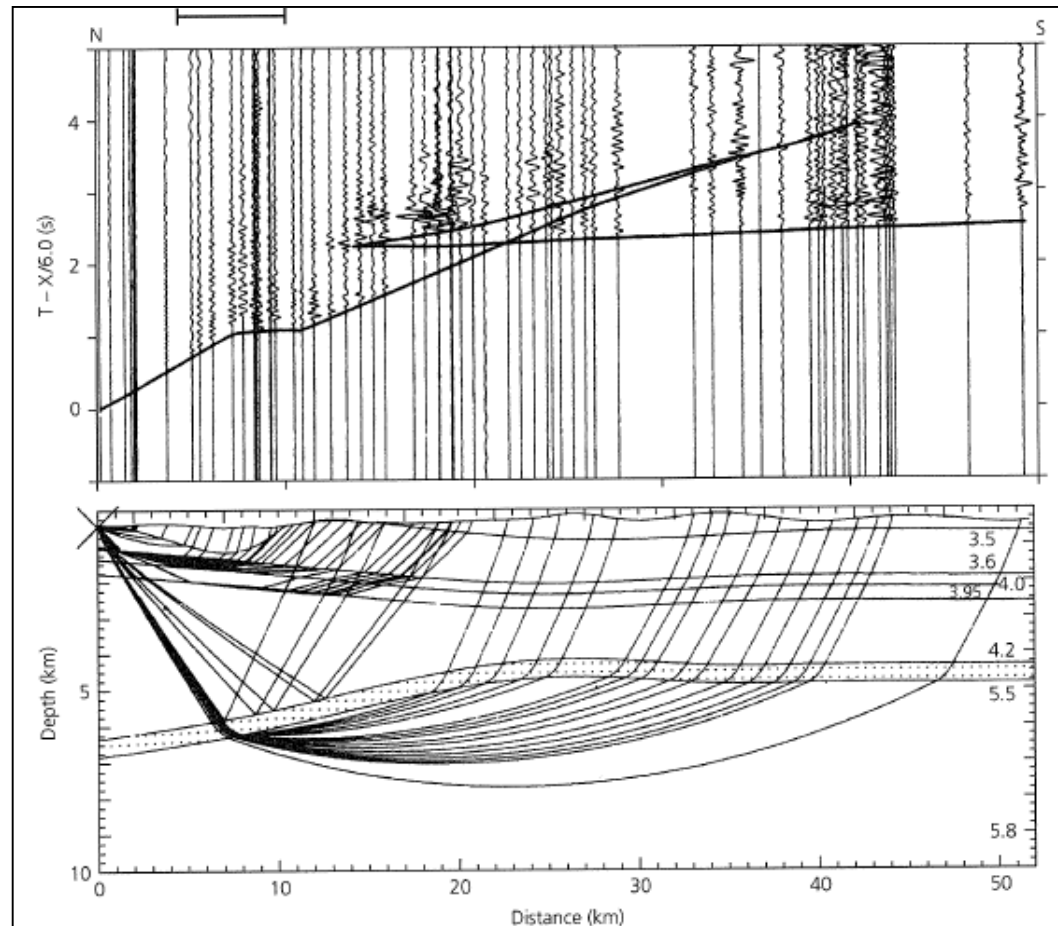
retrogrado e viceversa generano delle triplicazioni nella curva dei tempi di tragitto (Fig. 6). I punti terminali della triplicazione, per cui $dX/dp = 0$, sono detti *caustiche*.





Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa





Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

Consideriamo un punto sulla curva dei tempi di tragitto $t(x)$ alla distanza X e tempo T (Fig. 8). L'equazione di una retta tangente alla curva e' $t = T + p(x - X)$. Per $x = 0$ la retta avra' valore $t = T - pX = \tau(p)$. La retta ha pertanto intercetta $\tau(p)$ e pendenza p .

La pendenza della funzione $\tau(p)$ sara':

$$d\tau/dp = d/dp [2 \int_0^{z_p} (u^2 - p^2)^{1/2} dz] = - 2p \int_0^{z_p} dz / (u^2 - p^2)^{1/2} = - X(p)$$



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

Zone a bassa velocita'

In quanto finora detto si e' sempre assunto che la velocita' aumenti con la profondita'. Talvolta ci si trova in condizioni (ad es. onde S nel passaggio dalla litosfera all'astenosfera) nelle quali la velocita' decresce con la profondita' creando una *zona o canale a bassa velocita'*.

Nella parte di gradiente negativo i raggi, che avendo un p abbastanza piccolo riescono ad essere rifratti verso il canale, vengono deviati verso il basso (Fig. 10) e invertono il loro cammino (verso l'alto) solamente nella zona al di sotto del canale in cui le velocita' sono maggiori di qualunque velocita' nel mezzo soprastante.



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

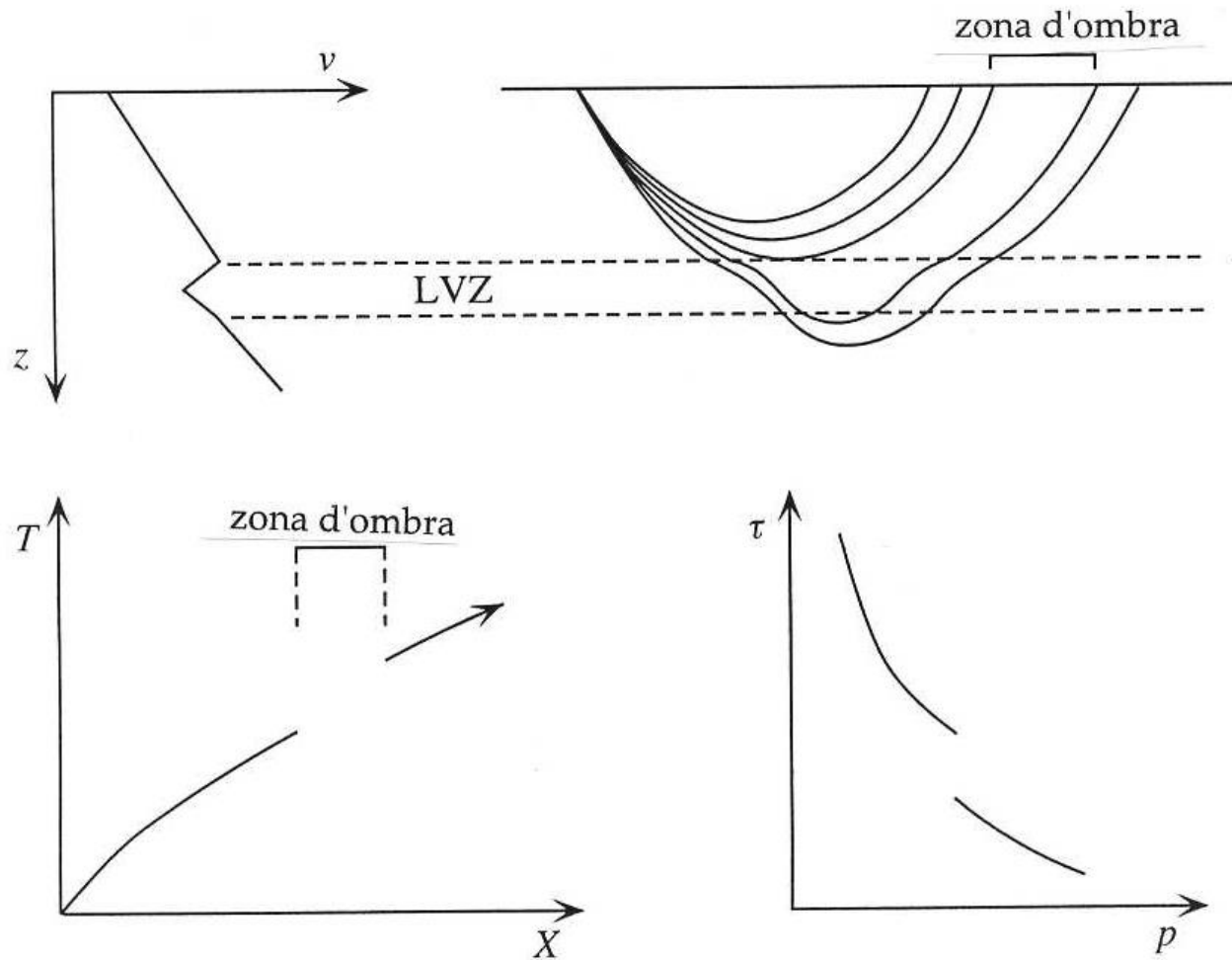


Fig. 10. Una zona a bassa velocita' (LVZ = low velocity zone) e' il risultato di una decremento della velocita' con la profondita'. I raggi vengono deviati verso il basso creando una zona d'ombra in suoperficie e lacune nelle curve $T(X)$ e $\tau(p)$.

L'esistenza di una zona a bassa velocità crea una lacuna, detta zona d'ombra, sia nelle curve $T(X)$ che $\tau(p)$. L'assenza di raggi che invertano il loro cammino nella zona a bassa velocità rende la determinazione del profilo di velocità nella stessa alquanto difficile. Vedremo successivamente che i mezzi offerti dalle onde di superficie riescono a risolvere facilmente anche questo problema.

Nel caso che i raggi abbiano origine nella zona a bassa velocità, essi possono essere intrappolati nella zona stessa essendo in continuazione rifratti verso l'interno. Ecco perché la zona a bassa velocità è detta anche canale o guida d'onda (Fig. 11).

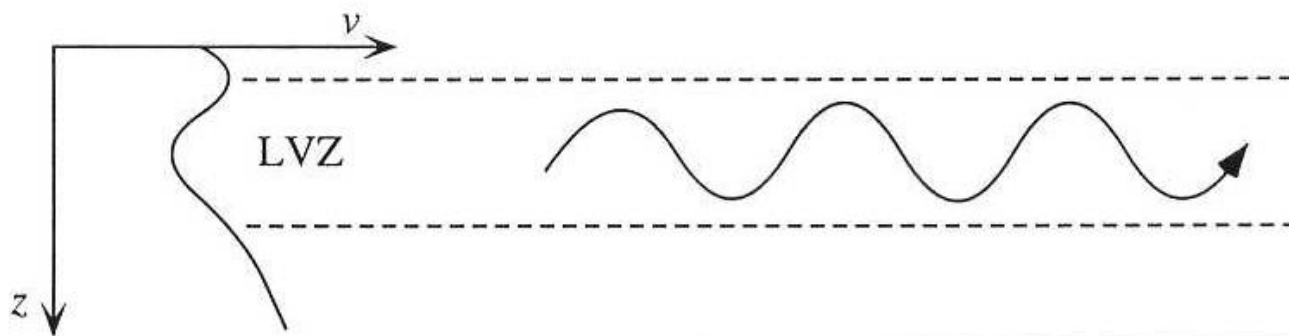


Fig. 11. Una zona a bassa velocità (LVZ = low velocity zone) può intrappolare i raggi e creare un canale o guida d'onda.



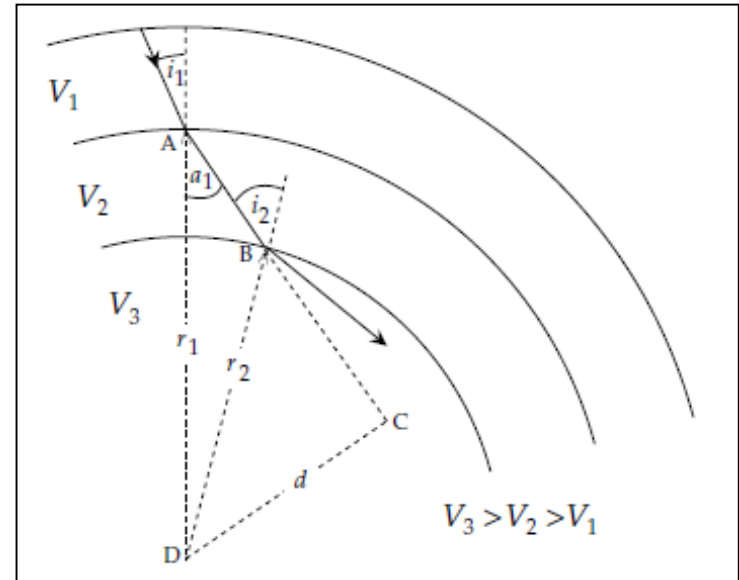
Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

In the above we have assumed that the refracting interfaces are horizontal. This type of analysis is common in seismic prospecting, where only local structures and comparatively shallow depths are evaluated. The passage of seismic body waves through a layered spherical Earth can be treated to a first approximation in the same way. We can represent the vertical (radial) velocity structure by subdividing the Earth into concentric shells, each with a faster body-wave velocity than the shell above it.

Snell's law of refraction applies to the interface between each pair of shells. For example, at point A we can write:

$$\frac{\sin i_1}{V_1} = \frac{\sin a_1}{V_2} \quad [Eq 55]$$



Multiplying both sides by r_1 gives

$$\frac{r_1 \sin i_1}{V_1} = \frac{r_1 \sin a_1}{V_2} \quad [Eq 56]$$

In triangles ACD and BCD, respectively, we have:

$$d = r_1 \sin a_1 = r_2 \sin a_2 \quad [Eq 57]$$

Combining Eq. 55, 56 and 57 gives the result:

$$\frac{r_1 \sin i_1}{V_1} = \frac{r_1 \sin i_2}{V_2} = \dots = \frac{r_n \sin i_n}{V_n} = p \quad [Eq 57]$$

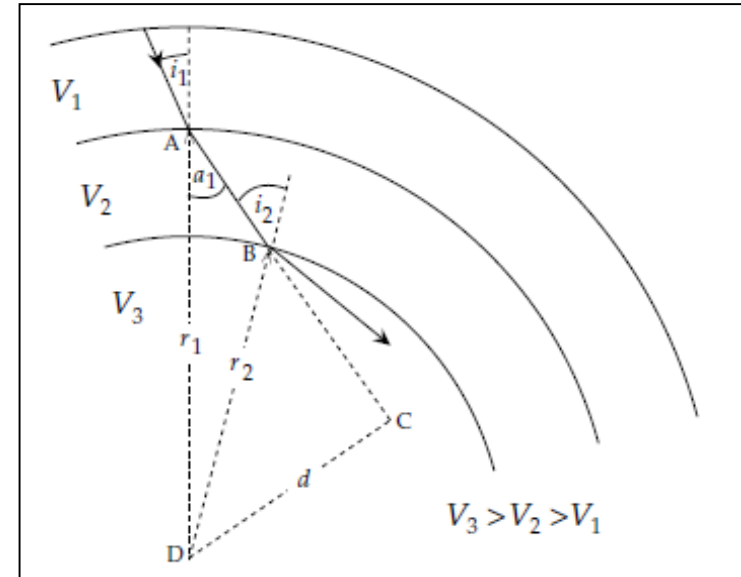


Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

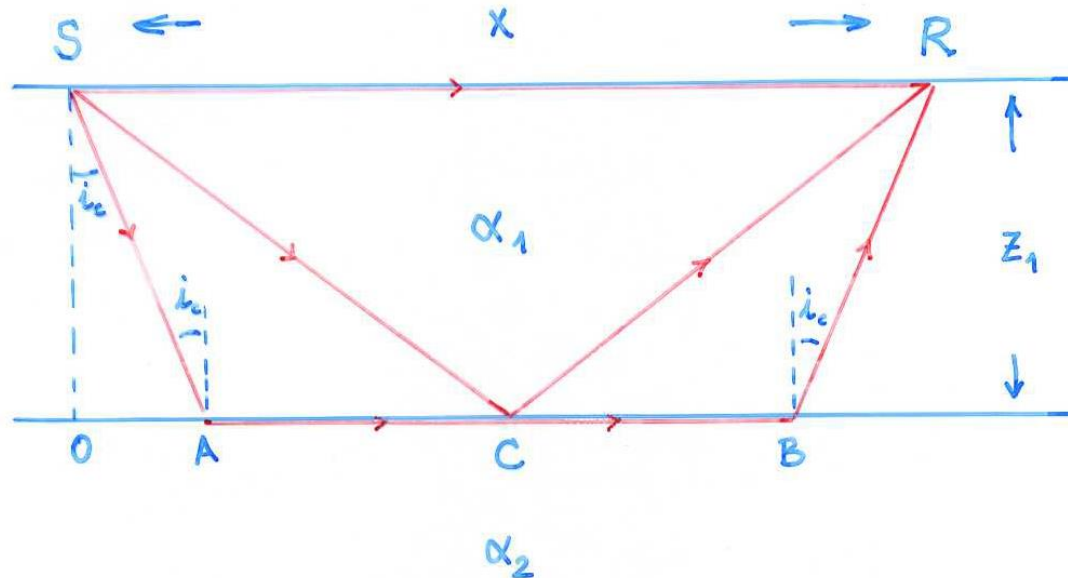
The constant p is again called the ray parameter, although it has different dimensions than in Eq. 54 for flat horizontal layers. Here the seismic ray is a straight line within each spherical layer with constant velocity. If the velocity increases continuously with depth, the seismic ray is refracted continuously and its shape is curved concavely upward. It reaches its deepest point when $\sin i = 1$, at radius r_0 where the velocity is V_0 ; these parameters are related by the Benndorf relationship:

$$\frac{rs \sin i}{V_0} = \frac{r_0}{V_0} = p \quad [Eq 58]$$



- Determination of the ray parameter is the key to determining the variation of seismic velocity inside the Earth. Access to the Earth's interior is provided by analysis of the travel-times of seismic waves that have traversed the various internal regions and emerge at the surface, where they are recorded.
- Travel-time (t) of a seismic ray to a known epicentral distance (Δ) can be mathematically inverted to give the velocity V_0 at the deepest point of the path. The theory applies for P- and S-waves, the general velocity V being replaced by the appropriate velocity α or β , respectively.

Tempi di tragitto delle onde sismiche per un modello a due strati



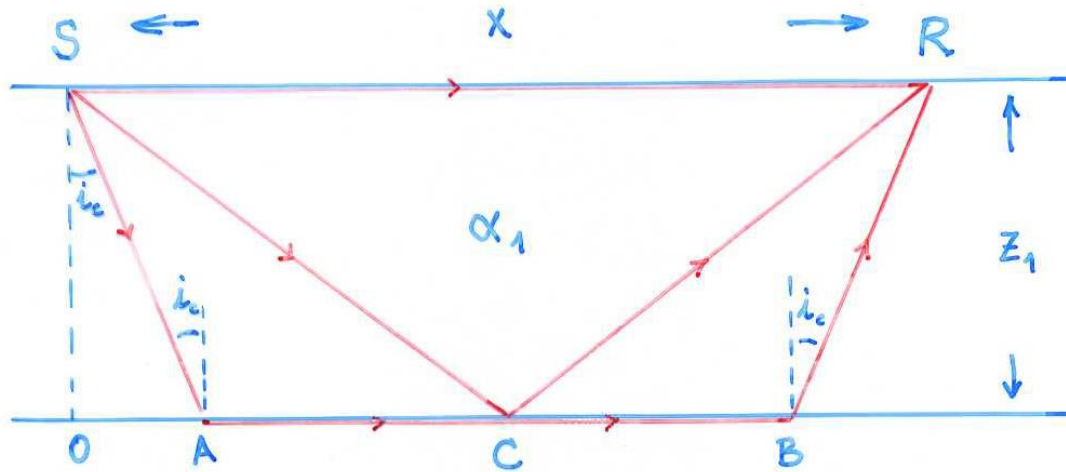
Consideriamo un modello di crosta a due strati separate da una discontinuita' (interfaccia) orizzontale posta all'aprofondita' z_1 . Sia la velocita' delle onde P nel primo strato α_1 e la velocita' delle onde P nel secondo strato sottostante α_2 con $\alpha_1 < \alpha_2$. Consideriamo una sorgente S posta in superficie (es. esplosione) ed un ricevitore R alla distanza x .



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

Tempi di tragitto delle onde sismiche per un modello a due strati



Onda diretta

Il tempo impiegato dall'onda diretta dalla sorgente al ricevitore attraverso lo strato superiore e' data semplicemente dalla:

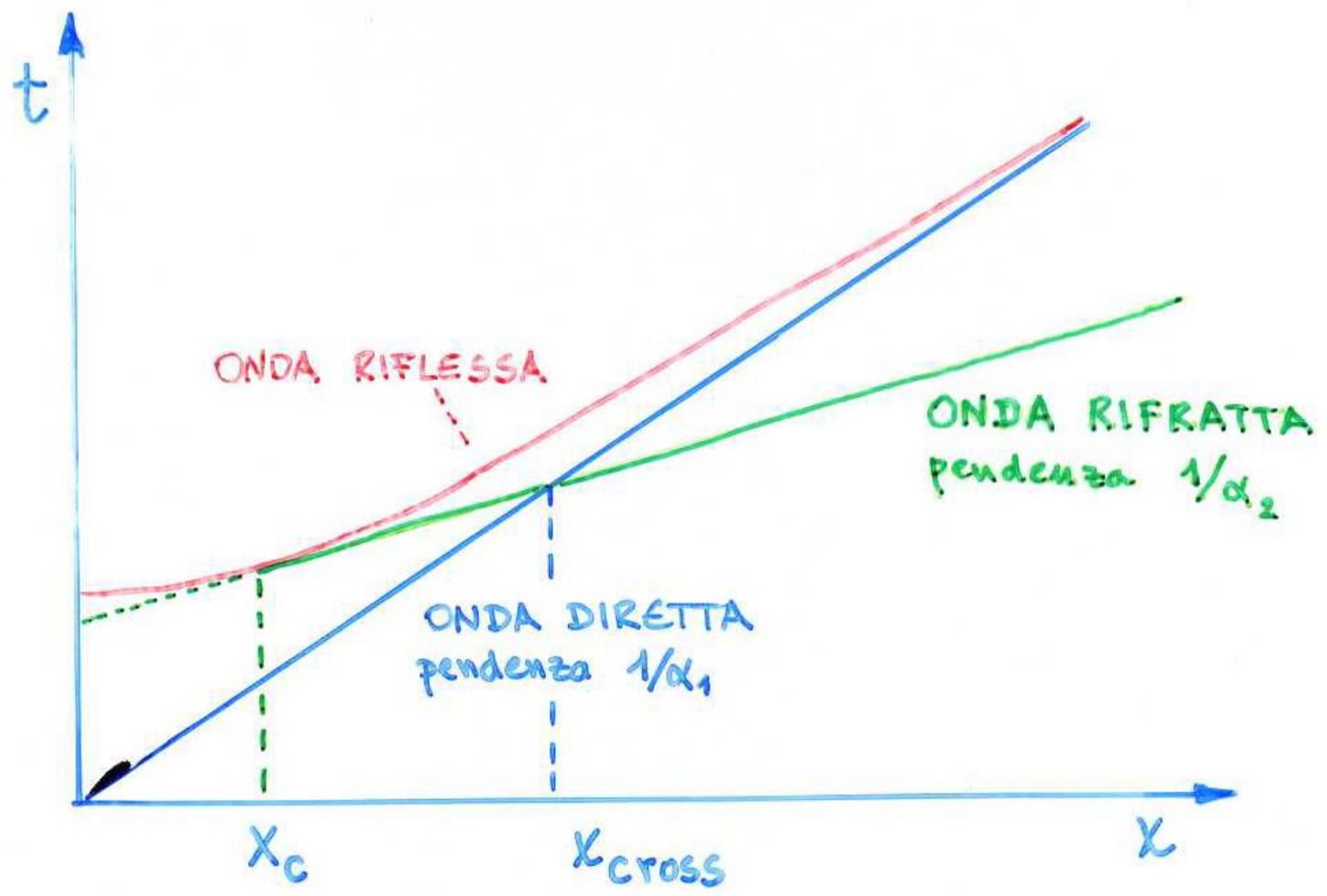
$$t = x / \alpha_1$$

Questa e' l' equazione di una retta con pendenza $1/\alpha_1$, se plottiamo il tempo di tragitto in funzione della distanza.

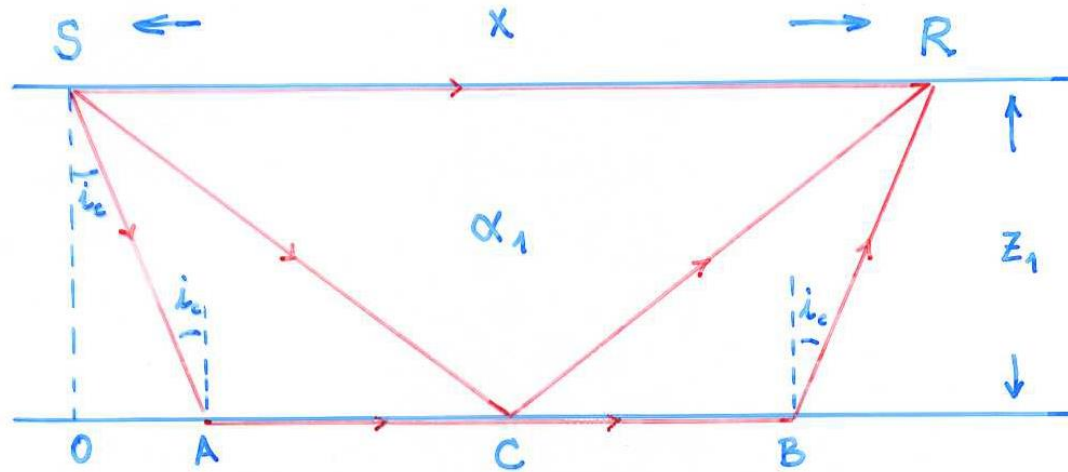


Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa



Tempi di tragitto delle onde sismiche per un modello a due strati



Onda riflessa

Per il cammino dell'onda riflessa ($SC + CR$, vedi figura) il tempo di tragitto sarà:

$$t = SC/\alpha_1 + CR/\alpha_1$$

Poiché lo strato superiore è omogeneo, il punto di riflessione sull'interfaccia sarà a metà strada tra S ed R . Usando il teorema di Pitagora:

$$SC = CR = [z_1^2 + (x^2/4)]^{1/2}$$



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

Tempi di tragitto delle onde sismiche per un modello a due strati

Il tempo di tragitto sarà pertanto:

$$t = (2/\alpha_1) [z_1^2 + (x^2/4)]^{1/2}$$

ovvero

$$\alpha_1^2 t^2 = 4z_1^2 + x^2$$

che è l'equazione di un'iperbole.

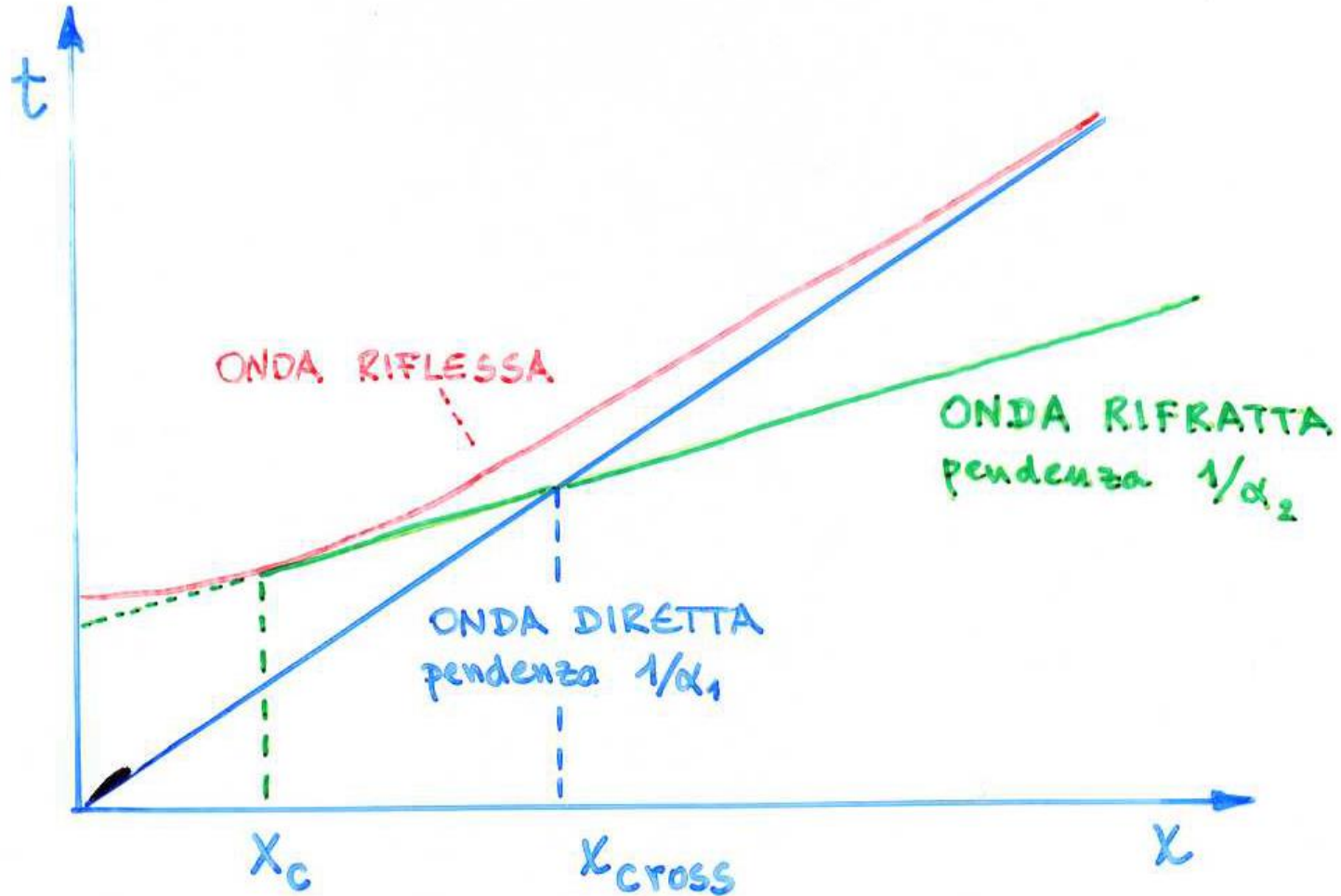
L'iperbole interseca l'asse dei tempi ($x = 0$) nel punto $t = 2z_1 / \alpha_1$. Inoltre, per distanze molto grandi (valori di $x \rightarrow \infty$), il termine costante $4z_1^2$ risulta trascurabile rispetto ad x^2 e pertanto il tempo di tragitto risulta $t = x / \alpha_1$, che è l'equazione per il tempo di tragitto dell'onda diretta. La retta che rappresenta i tempi di tragitto dell'onda diretta risulta pertanto l'asintoto dell'iperbole dei tempi di tragitto delle onde riflesse.



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

Tempi di tragitto delle onde sismiche per un modello a due strati

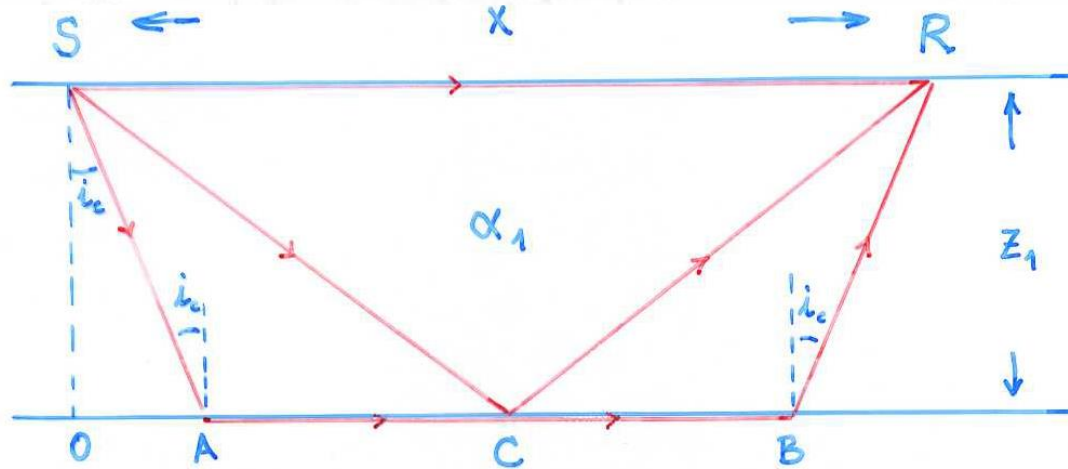




Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

Tempi di tragitto delle onde sismiche per un modello a due strati



Onda rifratta (Head wave)

Per il cammino dell'onda rifratta (SC + CR in Fig.) il tempo di tragitto sara':

$$t = SA/\alpha_1 + AB/\alpha_2 + BR/\alpha_1$$

Per simmetria avremo SA=BR ed usando il triangolo SOA risulta:

$$SA = z_1 / \cos i_c$$

ed

$$OA = z_1 \tan i_c$$

per cui

$$AB = x - 2 z_1 \tan i_c$$



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

Sostituendo queste espressioni nell'equazione del tempo di tragitto, e ricordando che:

$$\sin i_c = \alpha_1 / \alpha_2$$

si ottiene:

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{2z_1}{\alpha_1 \cos i_c} + \frac{x}{\alpha_2} - \frac{2z_1}{\alpha_2} \tan i_c \\
 \text{OA} = \text{SA} = z_1 / \cos i_c & \qquad \qquad \qquad \text{AB} = x - 2z_1 \tan i_c \\
 &= \frac{2z_1}{\alpha_1 \cos i_c} \left[1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \sin i_c \right] + \frac{x}{\alpha_2} \\
 &= \frac{2z_1}{\alpha_1} \cos i_c + \frac{x}{\alpha_2} \\
 &= \frac{2z_1}{\alpha_1} \sqrt{1 - \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2}} + \frac{x}{\alpha_2}
 \end{aligned}$$

Nel grafico tempi di tragitto in funzione della distanza x questa e' ancora l'equazione di una retta con pendenza $1/\alpha_2$ ed intercetta sull'asse dei tempi

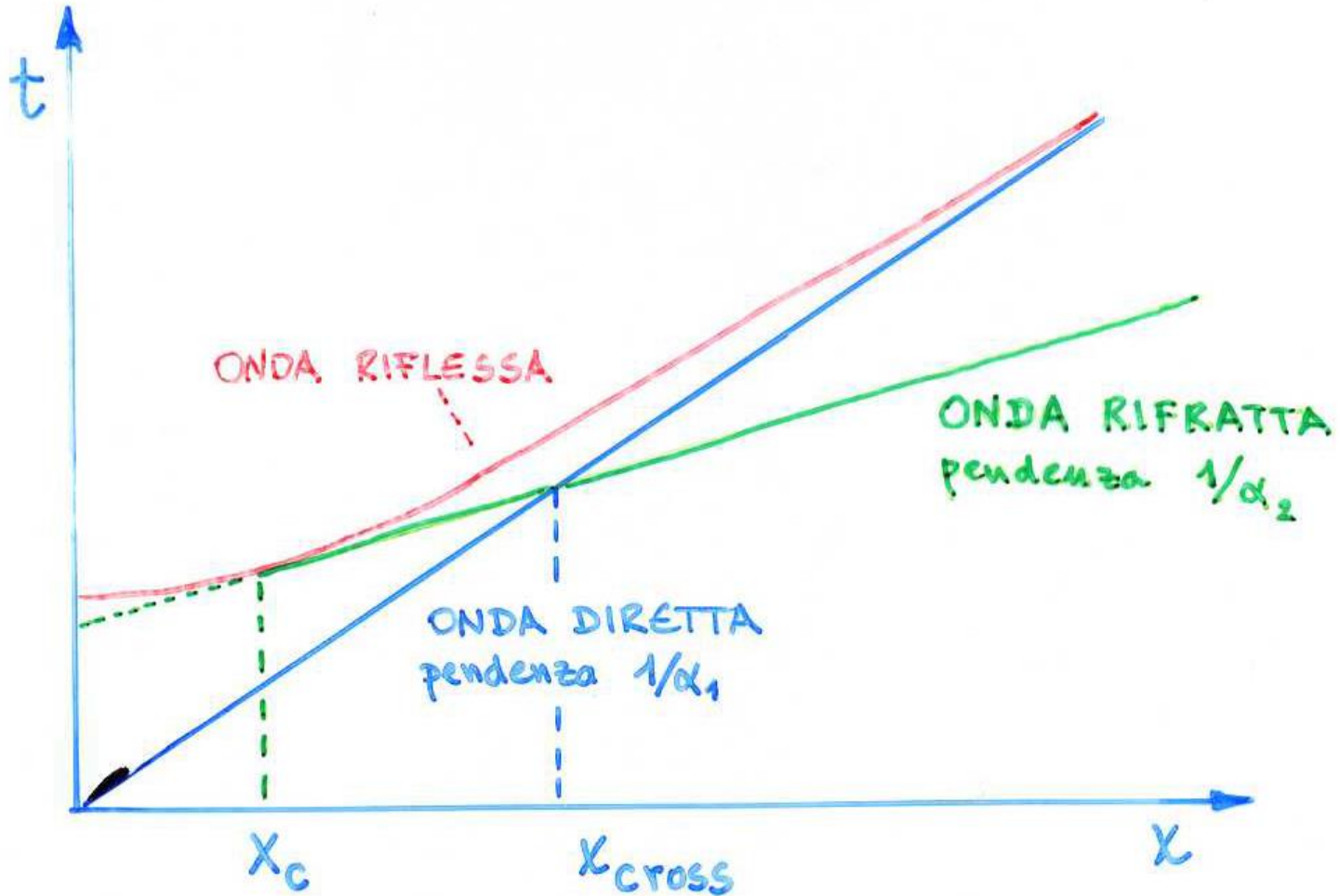
$$(2z_1 / \alpha_1) [1 - (\alpha_1 / \alpha_2)^2]^{1/2}$$



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

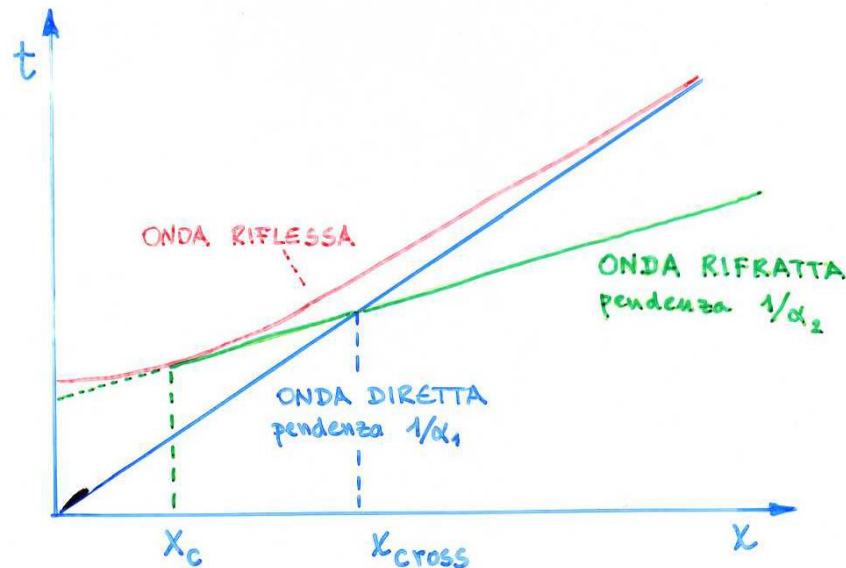
Tempi di tragitto delle onde sismiche per un modello a due strati



Distanza critica

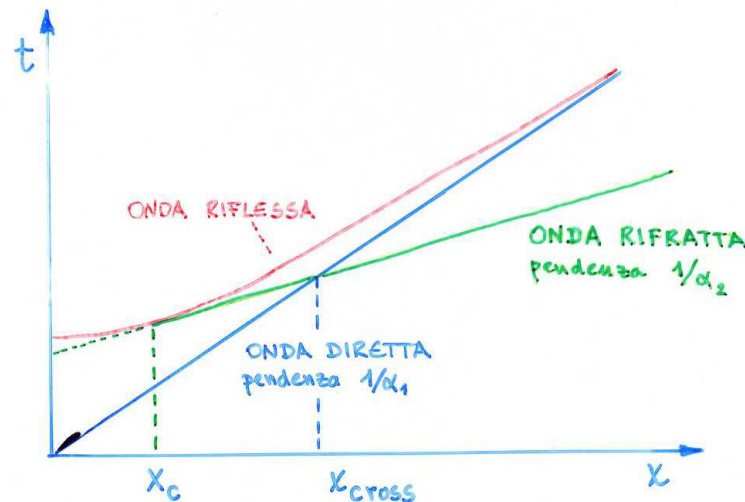
Notiamo comunque che la distanza minima a cui possiamo registrare un'onda rifratta e' x_c , detta distanza critica, che risulta essere:

$$x_c = 2 z_1 \tan i_c = 2 z_1 \alpha_1 / [\alpha_2^2 - \alpha_1^2]^{1/2}$$



Per distanze minori abbiamo solamente la riflessione pre-critica (e l'onda diretta).
Alla distanza critica x_c , il tempo di tragitto dell'onda rifratta e' uguale al tempo di tragitto dell'onda riflessa, poiche' per tale distanza il tragitto AB risulta nullo ed i due percorsi coincidono. Inoltre, sempre per $x = x_c$ la retta dei tempi dell'onda rifratta risulta tangente all'iperbole dei tempi dell'onda riflessa. Infatti, la pendenza dell'iperbole e' data da:

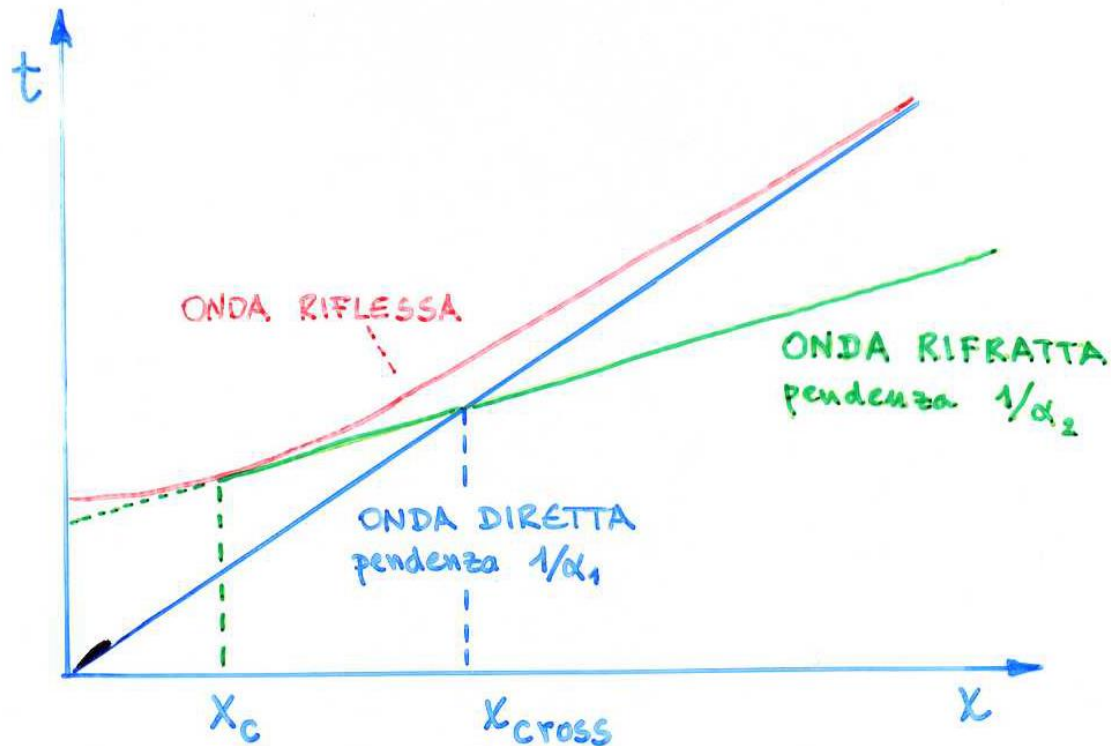
$$\frac{dt}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\alpha_1} \sqrt{4z_1^2 + x^2} \right) = \frac{x}{\alpha_1 \sqrt{4z_1^2 + x^2}}$$



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

Alla distanza critica x_c l'onda riflessa e l'onda rifratta hanno pendenza uguale per cui risultano tangenti.

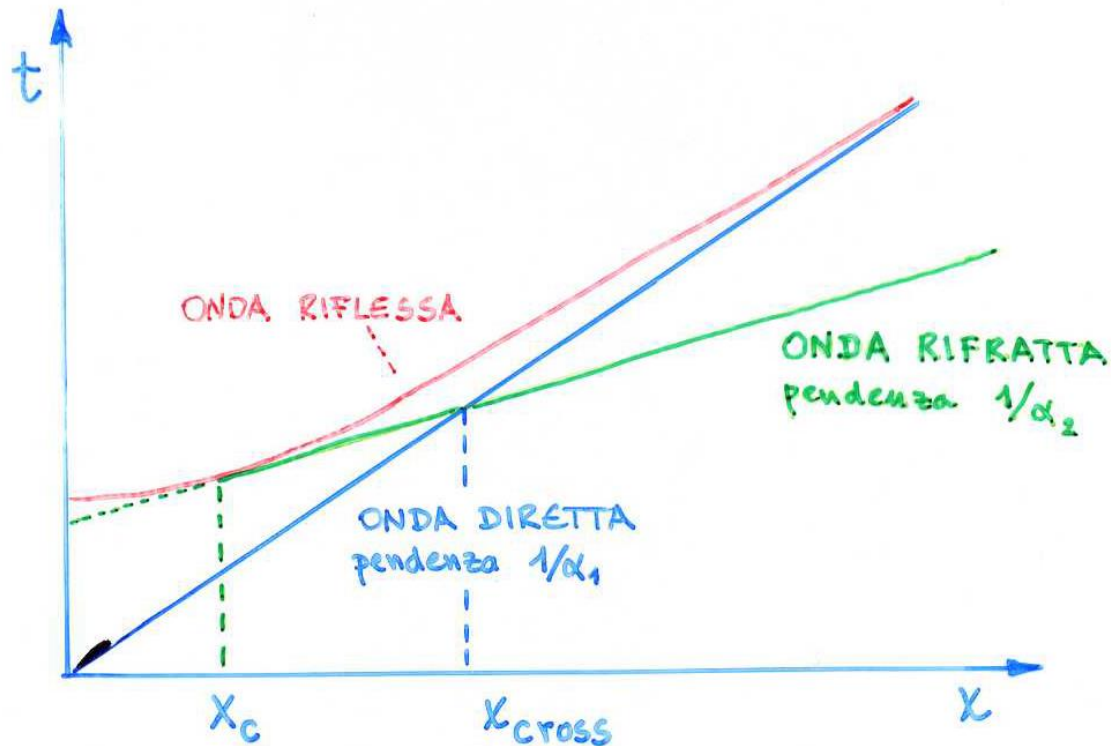




Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

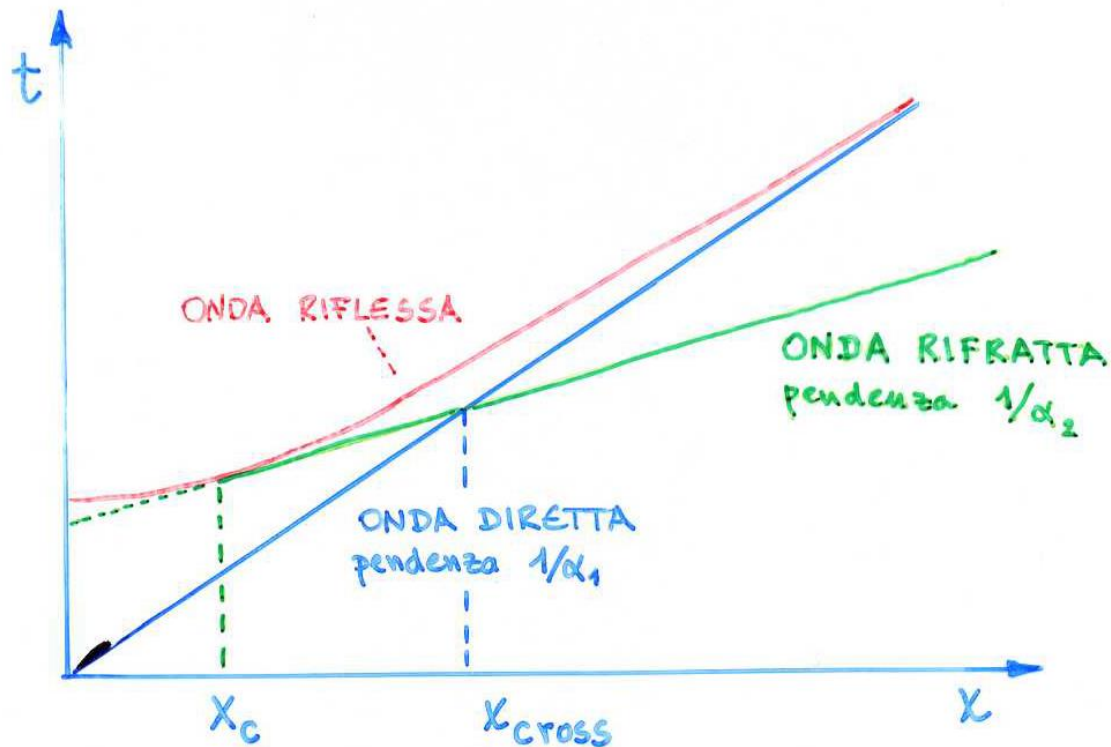
Definiamo la distanza di **crossover** x_{cross} come la distanza a cui l'onda diretta e l'onda rifratta hanno il medesimo tempo di tragitto.



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

Alla distanza critica x_c i tempi di arrive dell'onda riflessa e rifratta sono uguali.

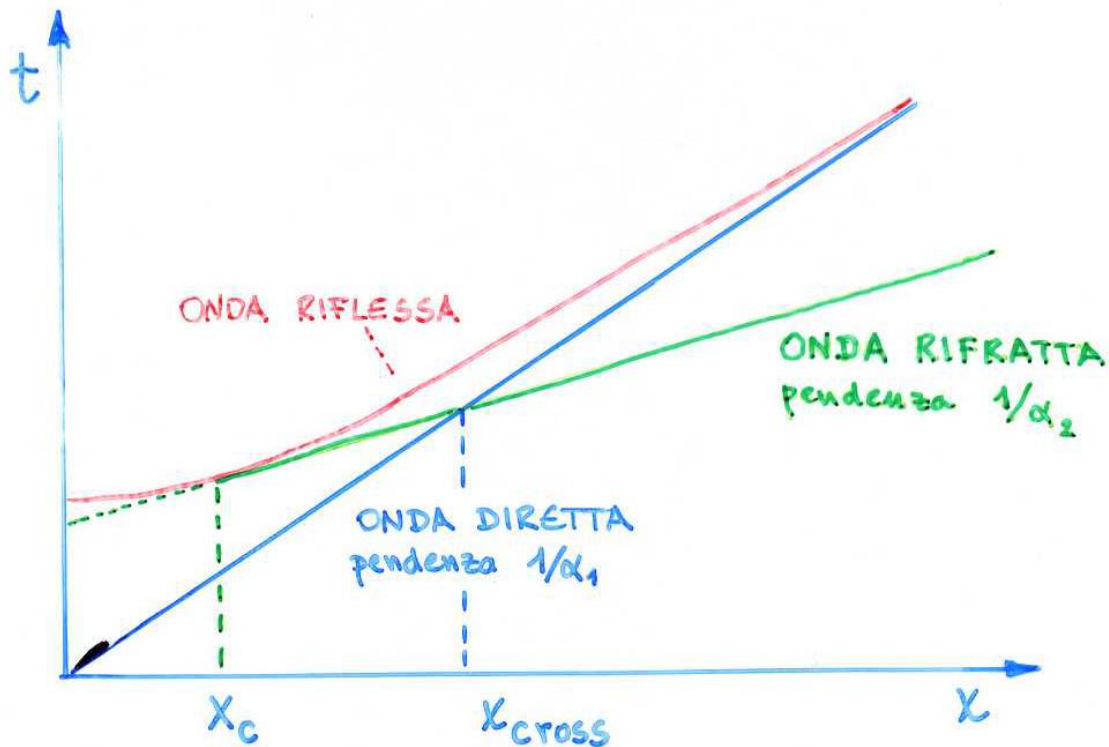




Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

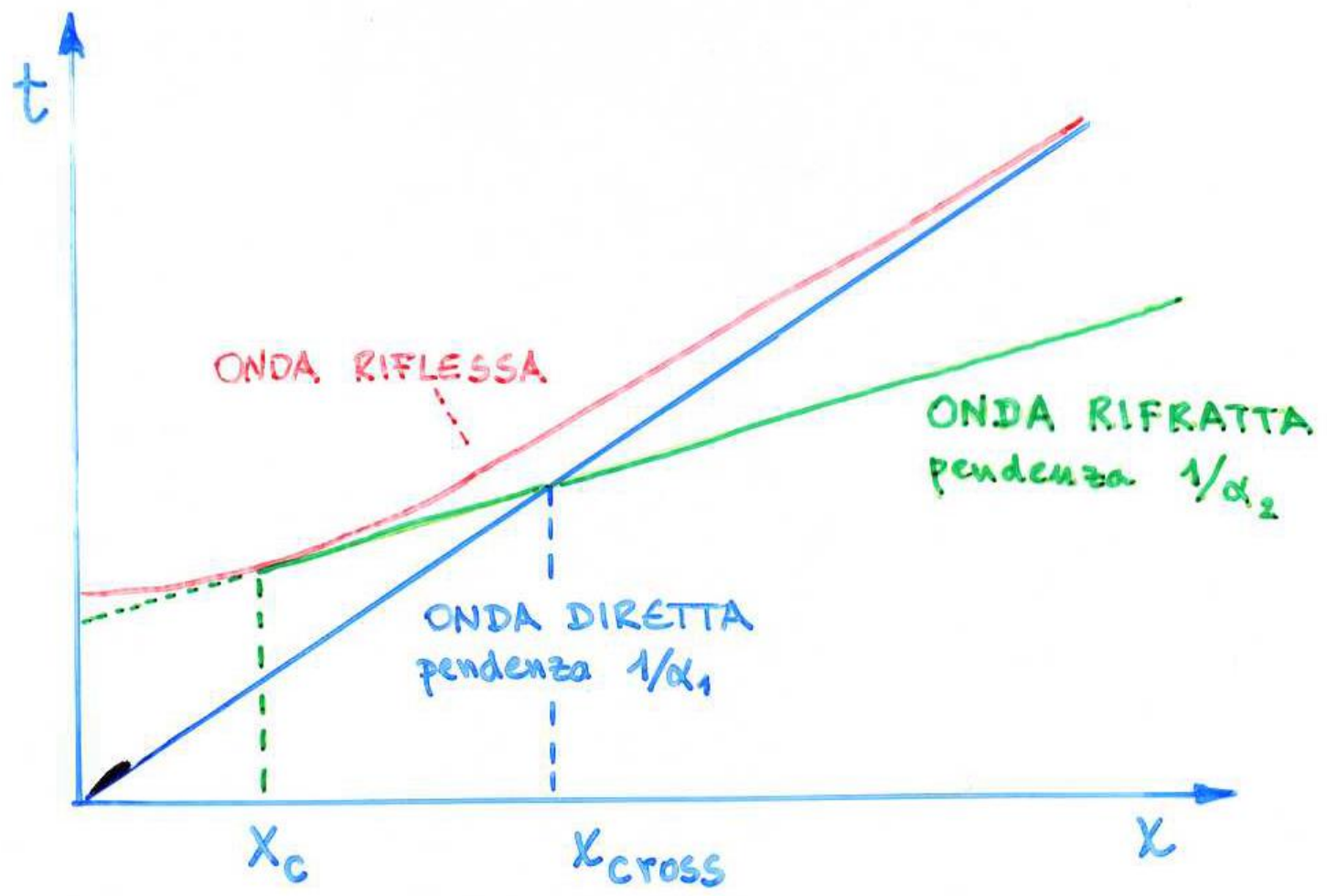
Alla distanza critica la retta dell'onda rifratta è tangente all'iperbole dell'onda riflessa.





Fisica Terrestre 2023-2024

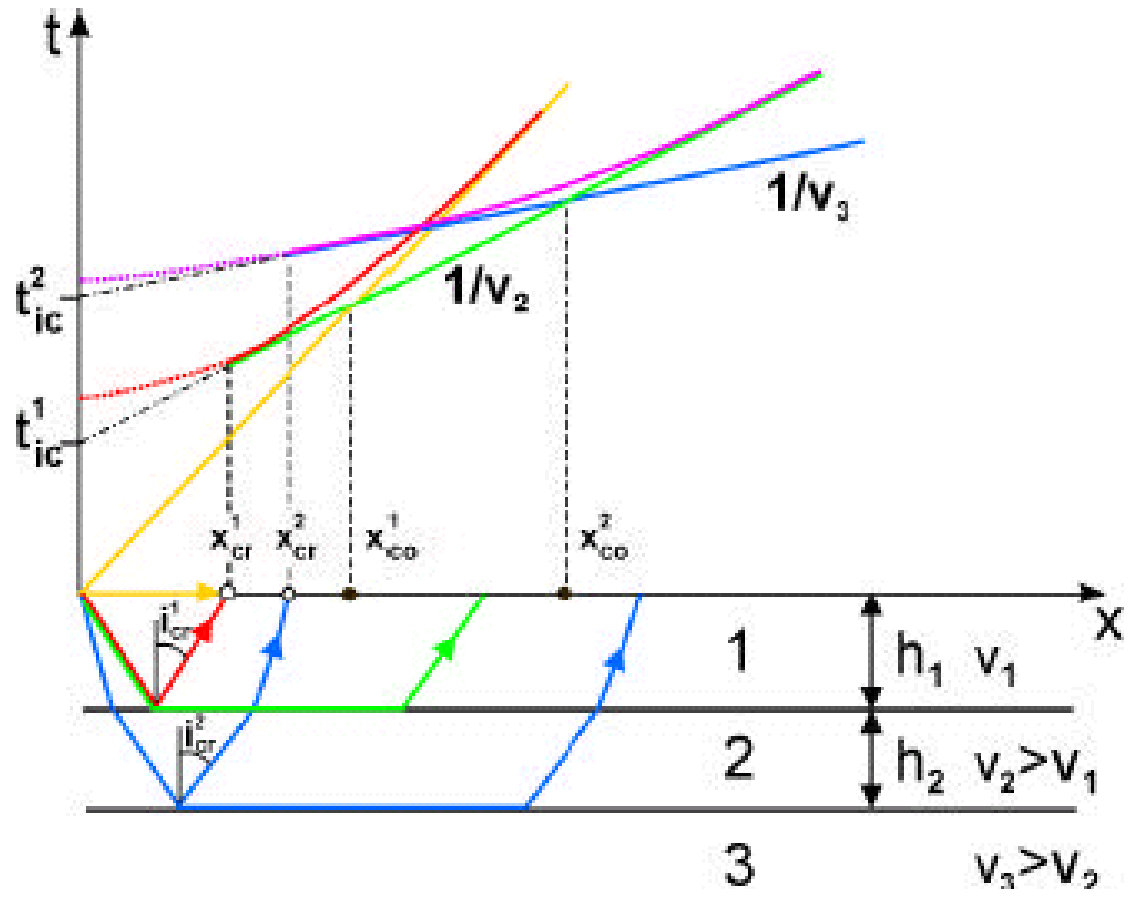
Giovanni Costa





Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa





Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

ONDE SISMICHE PER DISTANZE FINO A 10°

Per tali distanze la Terra può approssimarsi con un modello piatto; inoltre consideriamo modelli strutturali della crosta terrestre semplificati (uno o due strati).

Considerando una sorgente di onde sismiche F e varie stazioni di registrazione S_1, S_2, S_3 . Ad una stazione potranno arrivare vari tipi di onde (dirette, riflesse, trasmesse...)

Onda diretta

Si propaga nella crosta (superiore, per la maggior parte degli eventi) e viene indicata come P_g, S_g ove il g indica la propagazione nel granito.



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

Onda riflessa

L'onda riflessa dalla discontinuità crosta-mantello - La Moho - viene indicata come P_{HP} , S_{HS}

Onde rifratte

Per distanze superiori a quella corrispondente all'angolo critico si possono osservare onde che si propagano lungo la Moho con velocità corrispondenti a quelle del mantello. Esse si indicano con P_m , S_m e sono chiamate anche col termine inglese **head wave**.

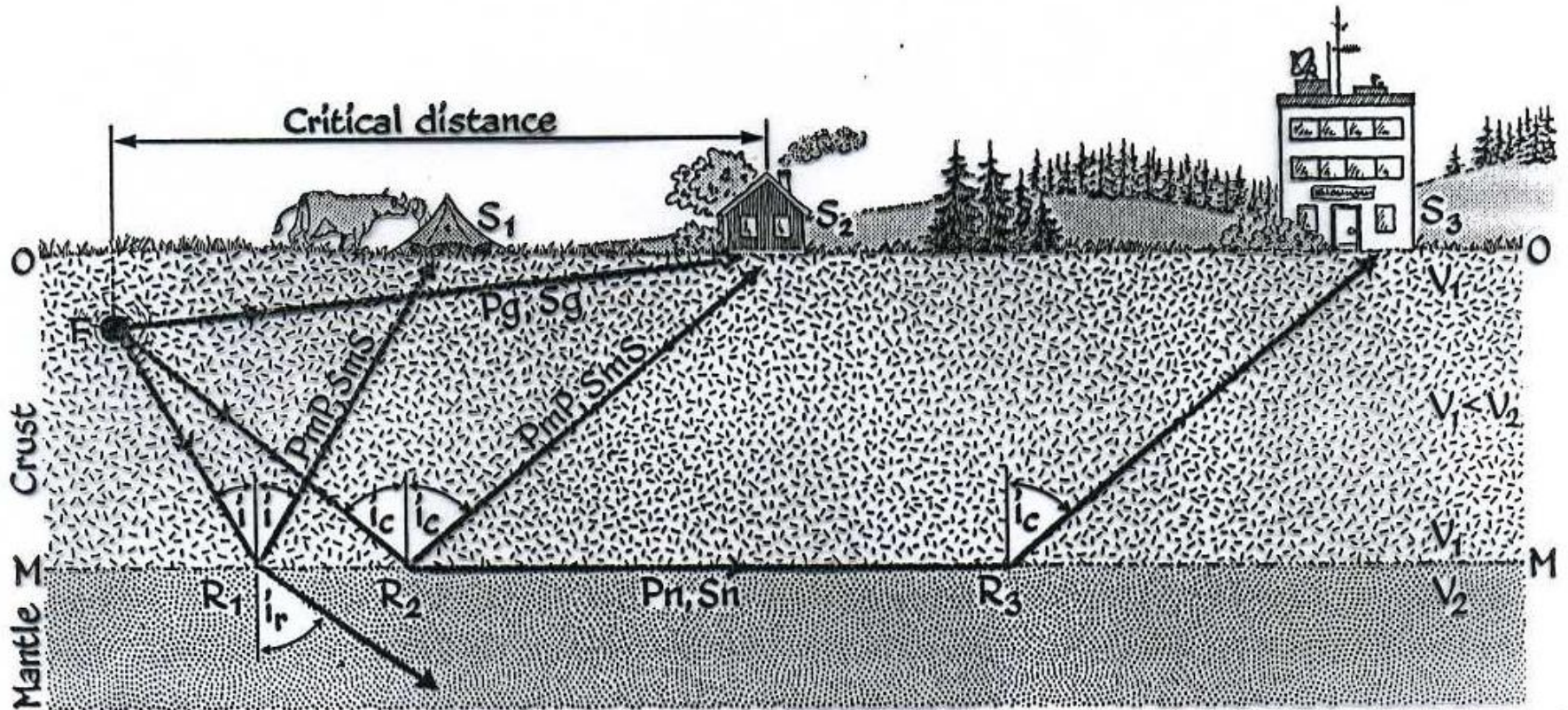
Nel modello a due strati cristallini (granito e basalto, separati dalla discontinuità detta di Conrad), le onde rifratte che si propagano lungo la discontinuità sono indicate come P^* , S^* o P_b , S_b .



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

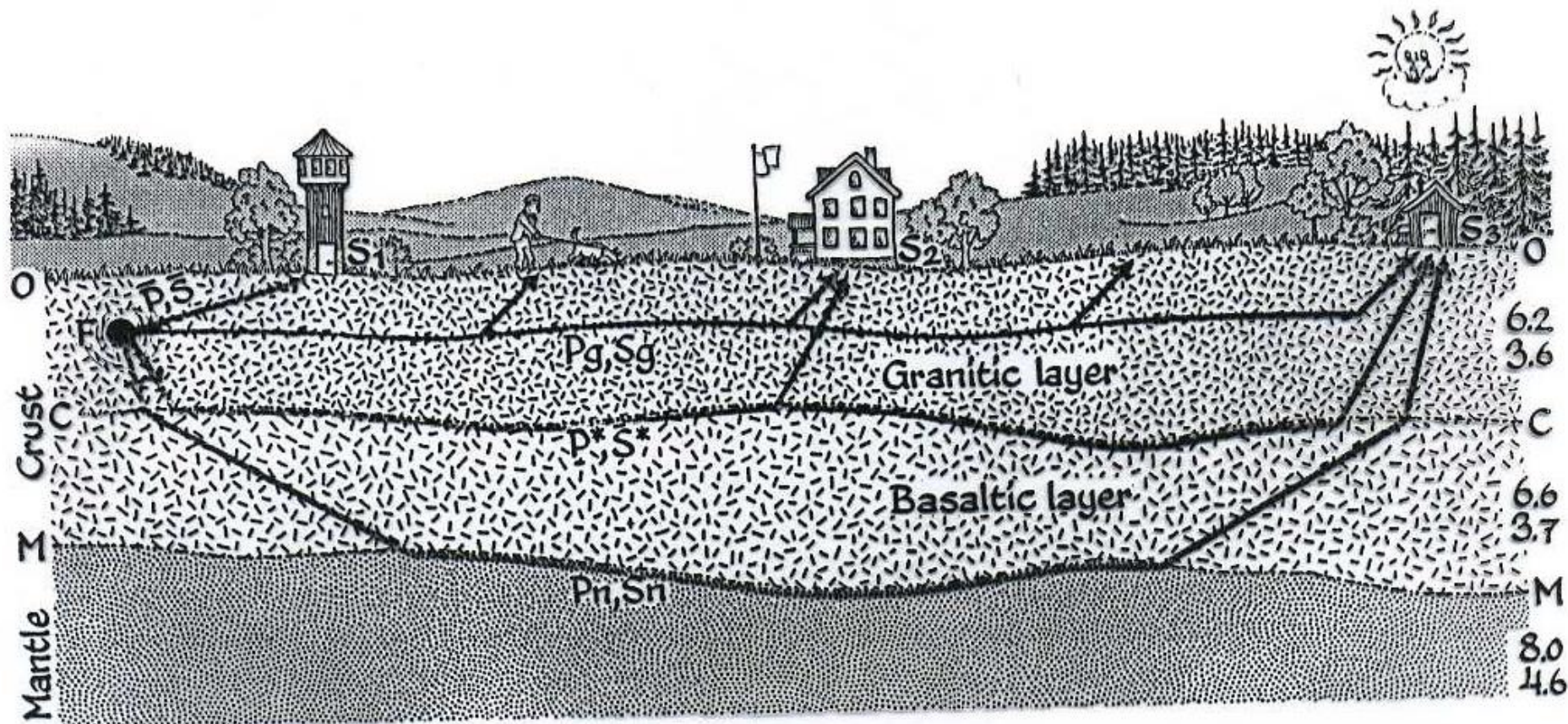
Esempi di onde nella crosta e di sismogramma registrato a 220 km dalla sorgente sono mostrati nelle figure successive.





Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa





Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

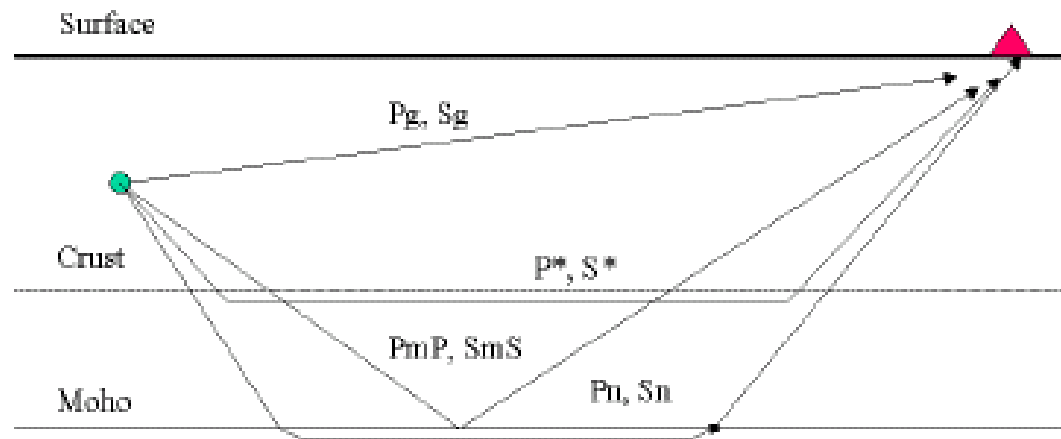


Fig. 2. 39 A simplified model of the Earth crust showing the ray traces of the main “crustal phases” observed for near (local and regional) earthquakes.



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

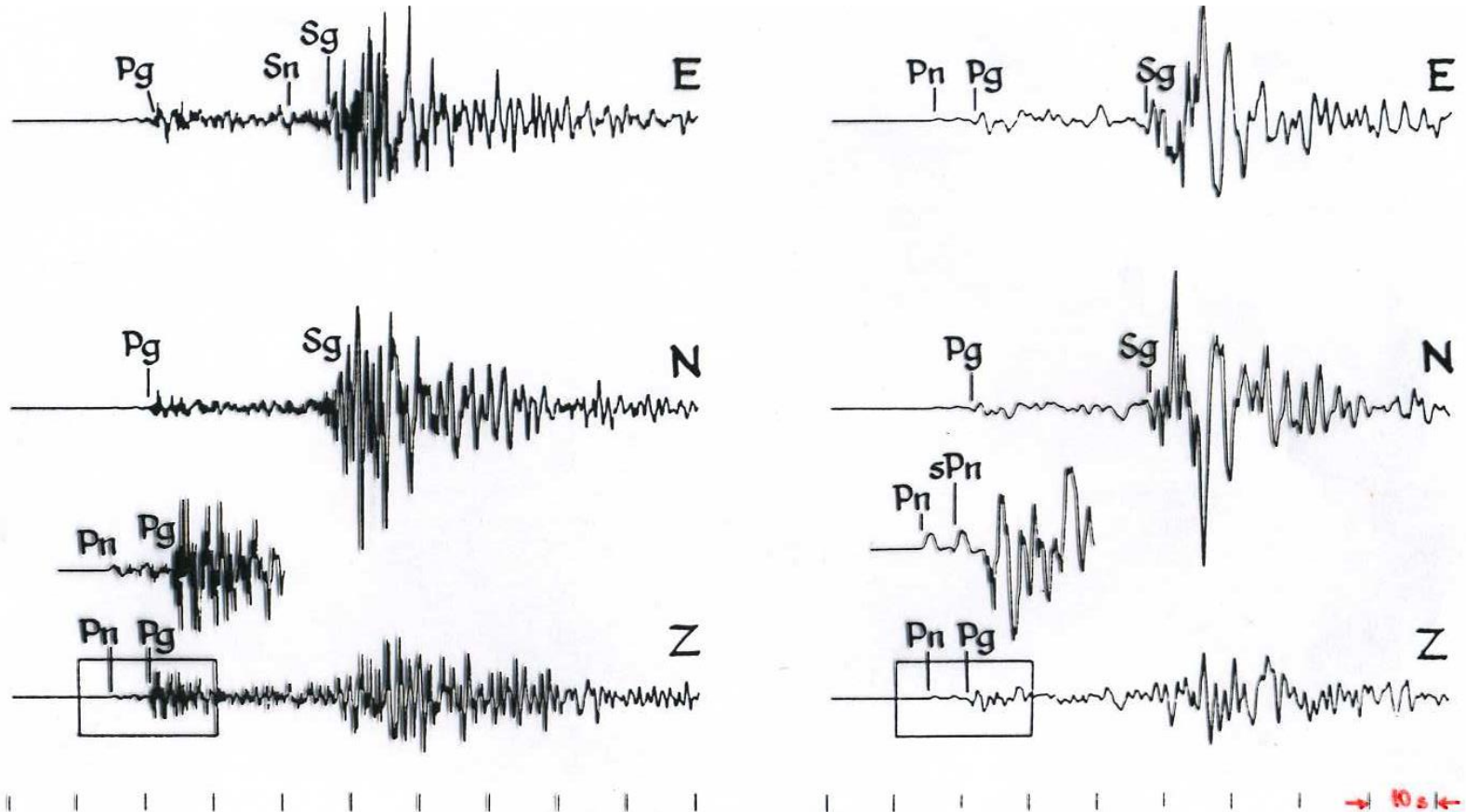
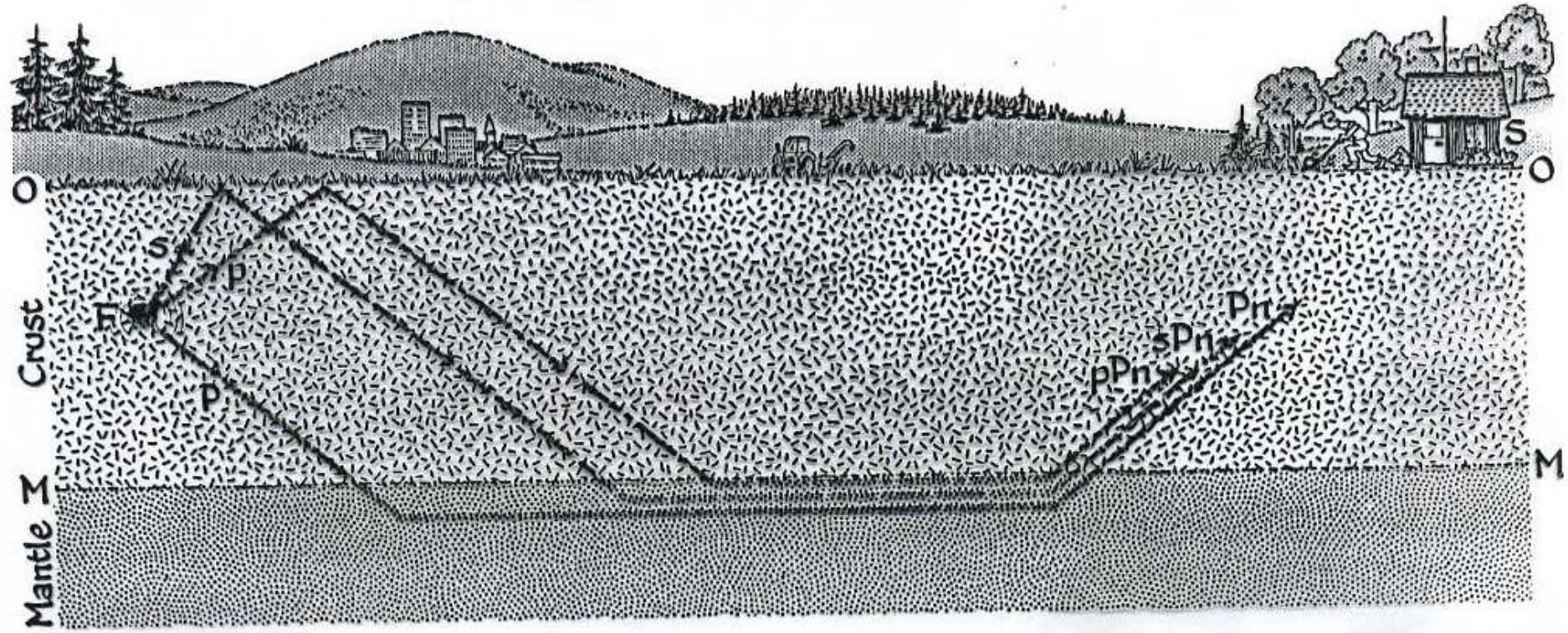


Plate 10. Velocity (left) and displacement seismograms (right) of the Swabian Jura, southern FRG, earthquake of September 3, 1978 ($M_L=5.9$). A three-component broad-band recording system at GRF, Bayern, FRG, at an epicentral distance of 220 km, has been used. All four essential crustal phases, i.e. P_n , P_g , S_n and S_g can be identified on the records, even though the S_n onset is somewhat ambiguous. S_g is best seen on the horizontal channels. The enlarged segment of the initial portion of the vertical-component displacement record (framed) shows a clear "one-sided" onset between P_n and P_g , arriving 2.6 s after P_n . By making use of synthetic (computed) seismograms, this phase has been interpreted (Kind, 1979) as sP_n (see Fig. 11). The successful revelation of the sP_n phase made it possible to determine the focal depth of the event to be about 6 km. As follows from the displayed records the velocity seismograms enhance the high frequencies and thus are useful in precise readings of the onset (arrival) times. The displacement seismograms, on the other hand, emphasize the low frequencies and are suitable for determination of dynamic source parameters, for displaying the low-frequency surface waves, etc. There is 10 s between successive time marks at the bottom of the plate.



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa





Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

Travel times for $h=0$										
Δ	P_g	P^*	P_n	S_g	S^*	S_n	$S_g - P_g$	$P_m P$	R_g	
km	m s	m s	m s	m s	m s	m s	m s	m s	m s	m s
0	0			0			0			0
10	1.6			2.8			1.2			3.3
20	3.2			5.6			2.4			6.6
30	4.8			8.4			3.6			9.9
40	6.4			11.2			4.8	13.7		13.2
50	8.0			14.0			6.0	14.2		16.6
60	9.6			16.8			7.2	15.1		19.9
70	11.3			19.6			8.3	16.1		23.2
80	12.9			22.3			9.4	17.2		26.5
90	14.5			25.1			10.6	18.3		29.8
100	16.1			27.9			11.8	19.5		33.1
110	17.7	18.7	20.8	30.7		36.8	13.0	20.8		36.4
120	19.3	20.2	22.1	33.5		39.0	14.2	22.1		39.7
130	20.9	21.7	23.3	36.3		41.2	15.4	23.4		43.0
140	22.5	23.2	24.6	39.1		43.4	16.6	24.8		46.4
150	24.1	24.7	25.9	41.9		45.6	17.8	26.1		49.7
160	25.7	26.2	27.2	44.7	45.9	47.7	19.0	27.5		53.0
170	27.3	27.7	28.5	47.5	48.6	49.9	20.2	28.9		56.3
180	28.9	29.2	29.7	50.3	51.4	52.1	21.4	30.3		59.6
190	30.6	30.8	31.0	53.1	54.1	54.3	22.5	31.8	1 02.9	
200	32.2	32.3	32.3	55.9	56.8	56.5	23.7	33.2	1 06.2	
210	33.8	33.8	33.6	58.7	59.5	58.7	24.9		1 09.5	
220	35.4	35.3	34.8	1 01.4	1 02.2	1 00.9	26.0		1 12.8	
230	37.0	36.8	36.1	1 04.2	1 04.9	1 03.1	27.2		1 16.2	
240	38.6	38.3	37.4	1 07.0	1 07.6	1 05.3	28.4		1 19.5	
250	40.2	39.8	38.7	1 09.8	1 10.3	1 07.5	29.6		1 22.8	

Fig. 25. Sample section ($0 \leq \Delta \leq 250$ km) of travel-time tables for near events with surface focus in Sweden. Times of travel are listed for P_g , P^* , P_n , S_g , S^* , S_n , $P_m P$, R_g and for the difference $S_g - P_g$. (After Báth, 1979b).



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa

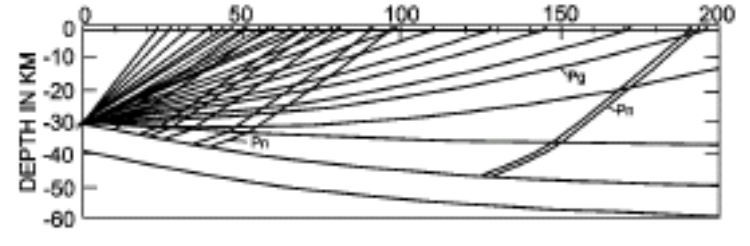
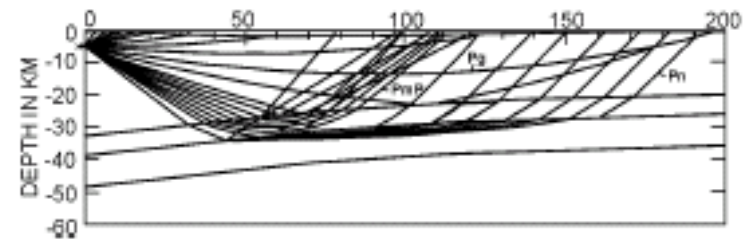
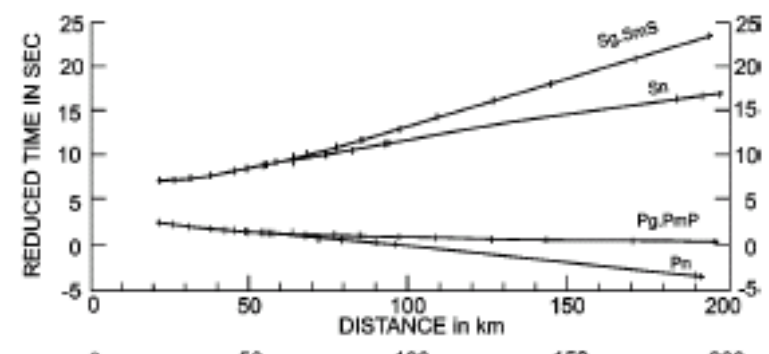
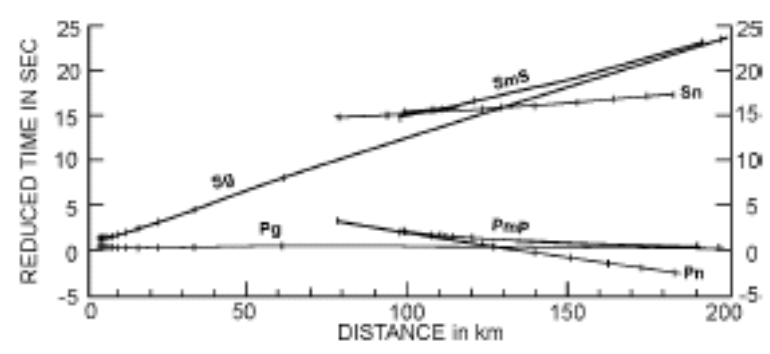
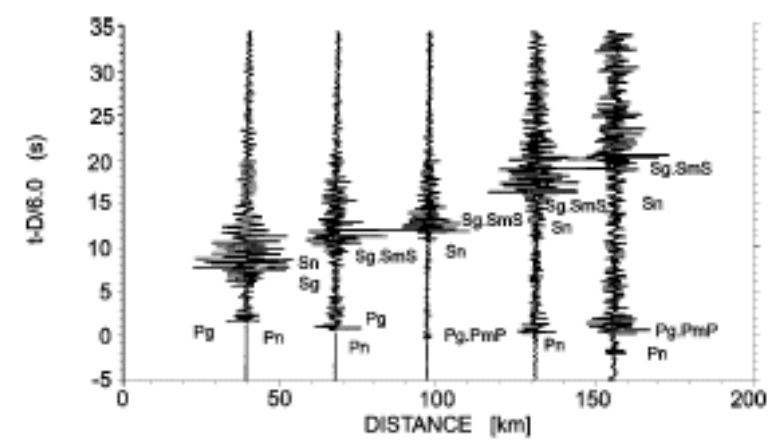
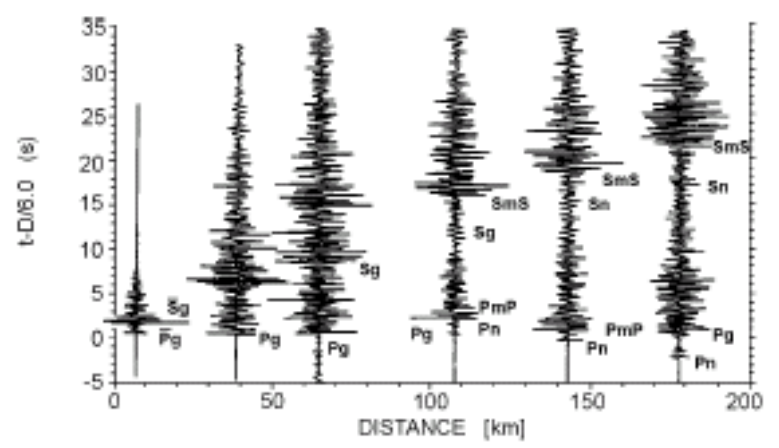
NEAR EARTHQUAKE PHASES						
Times of Transmission for a Surface Focus						
Δ	P_g	P^*	P_n	S_g	S^*	S_n
0.0	o 0.0	o (2.8)	o (6.8)	o 0.0	o (3.9)	o (10.7)
0.2	4.0			6.6		
0.4	8.0	(9.6)		13.2		
0.6	12.0	13.1		19.8	21.7	
0.8	16.0	16.5	18.3	26.4	27.7	31.0
1.0	20.0	19.9	21.1	33.0	33.6	36.1
1.2	23.9	23.3	23.9	39.6	39.5	41.2
1.4	27.9	26.7	26.8	46.3	45.5	46.3
1.6	31.9	30.2	29.6	52.9	51.4	51.3
1.8	35.9	33.6	32.5	59.5	57.4	56.4
2.0	39.9	37.0	35.4	I 6.1	I 3.3	I 1.5
2.2	43.9	40.4	38.3	12.7	9.2	6.6
2.4	47.9	43.8	41.2	19.3	15.2	11.7
2.6	51.9	47.3	44.0	25.9	21.1	16.7
2.8	55.9	50.7	46.9	32.5	27.1	21.8
3.0	59.8	54.1	49.7	39.1	33.0	26.9
3.2	I 3.8	57.5	52.5	45.7	38.9	32.0
3.4	7.8	I 0.9	55.4	52.3	44.9	37.1
3.6	11.8	4.4	58.2	58.9	50.8	42.1
3.8	15.8	7.8	I 1.1	2 5.6	56.8	47.2

Fig. 26. Sample section ($0 \leq \Delta \leq 3.8^\circ$) of JB travel-time tables for near events with surface focus. Time of travel are listed for P_g , P^* , P_n , S_g , S^* and S_n . Figures in parentheses give travel times of P^* , S^* and P_n , S_n vertically reflected from Conrad and Moho discontinuities, respectively. (From Jeffreys and Bullen 1967).



Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa





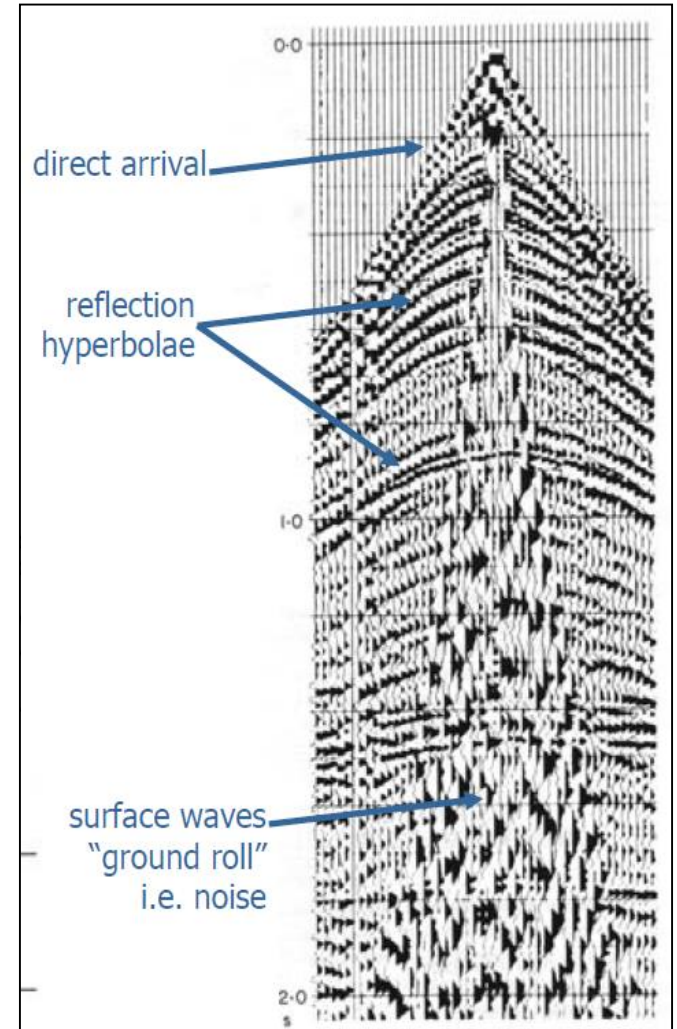
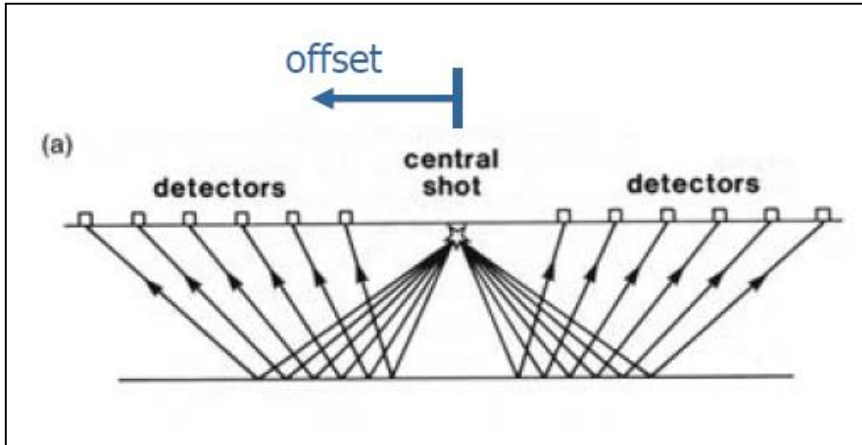
Reflection seismology

- Reflection seismology is directed primarily at finding the depths to reflecting surfaces and the seismic velocities of subsurface rock layers. The techniques of acquiring and processing reflection seismology data have been developed and refined to a very high degree of sophistication as a result of the intensive application of this method in the search for petroleum.
- The principle is simple. A seismic signal (e.g., an explosion) is produced at a known place at a known time, and the echoes reflected from the boundaries between rock layers with different seismic velocities and densities are recorded and analyzed. Compactly designed, robust, electromagnetic seismometers – called “geophones” in industrial usage – are spread in the region of subcritical reflection, within the critical distance from the shot-point, where no refracted arrivals are possible.
- Within this distance the only signals received are the wave that travels directly from the shot-point to the geophones and the waves reflected at subsurface interfaces. Surface waves are also recorded and constitute an important disturbing “noise,” because they interfere with the reflected signal.
- The closer the geophone array is located to the shot-point, the more nearly the paths of the reflected rays travel vertically. Reflection seismic data are most usually acquired along profiles that cross geological structures as nearly as possible normal to the strike of the structure.
- The travel-times recorded at the geophones along a profile are plotted as a two-dimensional cross-section of the structure.
- In recent years, three-dimensional surveying which covers the entire subsurface, has become more important

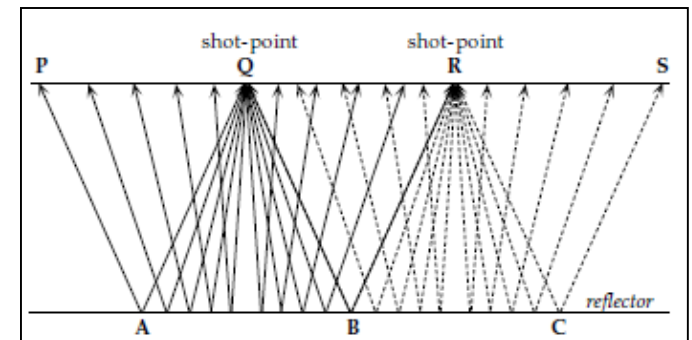


Fisica Terrestre 2023-2024

Giovanni Costa



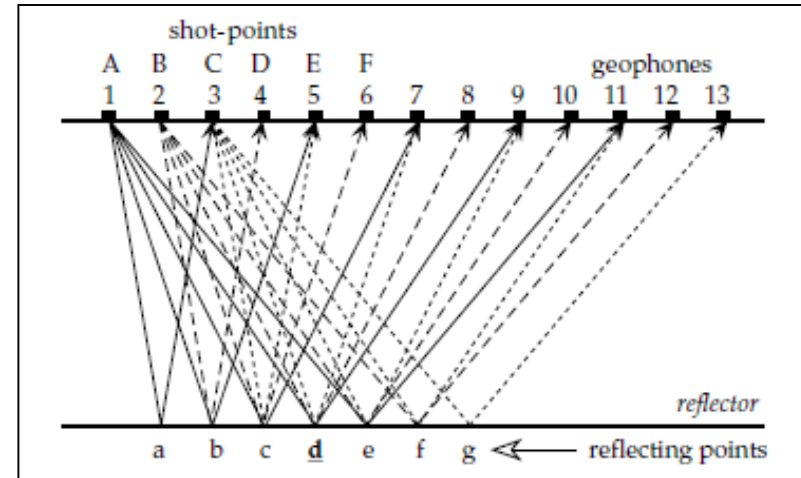
- Several field procedures are in common use. They are distinguished by different layouts of the geophones relative to the shot-point. The most routine application of reflection seismology is in **continuous profiling**, in which the geophones are laid out at discrete distances along a profile through the shot-point. To reduce seismic noise, each recording point is represented by a group of interconnected geophones.
- After each shot the geophone layout and shot-point are moved a predetermined distance along the profile, and the procedure is repeated. Broadly speaking, there are two main variations of this method, depending on whether each reflection point on the reflector is sampled only once (conventional coverage) or more than once (redundant coverage).
- The most common form of conventional coverage is a split-spread method, in which the geophones are spread symmetrically on either side of the shot-point. If the reflector is flat-lying, the point of reflection of a ray recorded at any geophone is below the point midway between the shot-point and the geophone. For a shot-point at Q the rays QAP and QBR that are reflected to geophones at P and R represent extreme cases. The two-way traveltime of the ray QAP gives the depth of the reflection point A, which is plotted below the mid-point of QP. Similarly, B is plotted below the mid-point of QR.



- The split-spread layout around the shot-point Q gives the depths of reflection points along AB, which is half the length of the geophone spread PR. The shot-point is now moved to the point R, and the geophones between P and Q are moved to cover the segment RS. From the new shot-point R the positions of reflection points in the segment BC of the reflector are obtained. The ray RBQ from shot-point R to the geophone at Q has the same path as the ray QBR from shot-point Q to the geophone at R.



- Redundant coverage is illustrated by the common-midpoint method, which is routinely employed as a means of reducing noise and enhancing the signal-to-noise ratio. Commonly 24 to 96 groups of geophones feed recorded signals into a multi-channel recorder. The principle of common-midpoint coverage is illustrated for a small number of 11 geophone groups in Figure



- When a shot is fired at A, the signals received at geophones 3–11 give subsurface coverage of the reflector between points a and e. The shot-point is now moved to B, which coincides with the position occupied by geophone 2 for the first shot, and the geophone array is moved forward correspondingly along the direction of the profile to positions 4–12. From shot-point B the subsurface coverage of the reflector is between points b and f. The reflector points b to e are common to both sets of data. By repeatedly moving the shot-point and geophone array in the described manner, each reflecting point of the interface is sampled multiply. For example, in Figure the reflecting point d is sampled multiply by the rays Ad 9, Bd8, Cd7, etc.

The lengths of these ray paths are different. During subsequent data-processing the reflection travel-times are corrected for normal moveout, which is a geometrical effect related to geophone distance from the shot-point. The records are then stacked, which is a procedure for enhancing the signal-to-noise ratio.