

Geometria 3 - Topologia

Foglio di esercizi 4

Giustificare adeguatamente le risposte.

- 1) Supponiamo X spazio T_3 e $A \subset X$ chiuso. Dimostrare che A è intersezione di tutti gli aperti che lo contengono.
- 2) Dimostrare che I -numerabile e II -numerabile sono proprietà topologiche ereditarie.
- 3) Supponiamo X spazio I -numerabile.
 - (a) Dimostrare che ogni punto $x \in X$ ammette base di intorni numerabile
 $\mathcal{J}_x = \{J_{x,n}\}_{n \in \mathbb{N}}$ t.c. $J_{x,n+1} \subset \text{Int}_X J_{x,n} \forall n \in \mathbb{N}$.
 - (b) Se in aggiunta X è T_3 dimostrare che possiamo assumere
 $\text{Cl}_X J_{x,n+1} \subset \text{Int}_X J_{x,n} \forall n \in \mathbb{N}$.
- 4) Consideriamo l'inclusione canonica $R \subset \mathbb{R}^2$ (come l'asse x). Dimostrare che R non ammette nessuna base di intorni numerabile in \mathbb{R}^2 .