

Logica

Lezione 2

Verso un linguaggio formale

Perche` un linguaggio formale? Perche`:

1. la logica studia argomenti validi in virtu' della **forma**.
2. Il linguaggio naturale e' **ambiguo**;
3. Il linguaggio naturale traccia distinzioni **non rilevanti** per la validita`;

1. Forma

(1) Oggi è o lunedì o martedì.

Oggi non è lunedì.

. . Oggi è martedì.

(2) La Gioconda è stata dipinta o da Rembrandt o da Michelangelo.

Rembrandt non ha dipinto la Gioconda.

. . La Gioconda è stata dipinta da Michelangelo.

(2) O Stefano ha almeno diciott'anni, oppure è minorenni.

Stefano non ha almeno diciott'anni.

. . Stefano è minorenni.

- Questi tre argomenti sono tutti validi.
- Sono variazioni di una stessa **forma**.

Una forma che possiamo rappresentare come segue:

$P \vee Q.$

Non si dà il caso che $P.$

\therefore

$Q.$

(Sillogismo disgiuntivo)

- Per estrarre la forma abbiamo usato lettere che stanno per enunciati non determinati (P,Q,R...).
- I tre argomenti (e molti altri) sono esemplificazioni dello schema sopra, della stessa **forma argomentativa**.

- La forma è indipendente dalla scelta delle specifiche lettere enunciative (Non importa quali lettere si scelgono).

R o T.

Non si dà il caso che R.

.. T.

→ È la stessa forma vista sopra.

- E` possibile riconoscere **più di una forma** in una data argomentazione, a seconda del grado di dettaglio.

O vengo alla festa, o sto a casa e mi annoio.

Non vengo alla festa.

∴ Sto a casa e mi annoio.

Ha almeno 2 forme:

$P \vee (R \wedge Q)$.

non si dà il caso che P .

$\therefore (R \wedge Q)$

Oppure

$P \vee Q$.

Non si dà il caso che P .

$\therefore Q$.

- O anche una terza, molto poco analizzata:

P

Q

∴ R

- **Nota bene:**

Noi studieremo le **forme** degli argomenti, non gli argomenti.

As essere validi per noi saranno (anzitutto) le forme e non gli argomenti (cioe' le esemplificazioni delle forme).

→ Gli argomenti saranno validi in senso indiretto, quando esemplificano una forma valida.

- Possiamo aggiungere un elemento alla nostra caratterizzazione della validità logica:

Un argomento è valido se, **in virtù della forma**, in ogni caso in cui le premesse sono vere, anche la conclusione è vera.

- Più brevemente, la validità logica è **preservazione necessaria di verità in virtù della forma.**

- La forma e` anche cio` che rende la logica **generale**.

Ovvero, i suoi principi valgono in ogni ambito.

- Logica **formale**:

Neutrale rispetto al contenuto (Topic neutral).

Universale.

- Torniamo alle forme.

Noi valuteremo le forme degli argomenti, invece che gli argomenti stessi.

- Una forma, puo' corrispondere a molti (infinite) argomenti.
- Una forma ha infinite esemplificazioni.

- Diciamo che una **forma** e' **valida** se:
per **ogni esemplificazione** della forma, non si ha mai un caso in cui le premesse sono vere e la conclusione e falsa.
- E' invalida altrimenti.

Quindi

Una forma e' invalida se almeno una sua
esemplificazione ha premesse vere e conclusione falsa.

→ Se cioe` ha un **controesempio**.

Abbiamo anche detto che un argomento ha molte forme.

Puo` essere analizzato con vari grado di dettaglio.

→ Che forma scegliere? Quale forma determina se l'argomento e` valido o no?

- Questo problem e` facilmente risolto in due passi:

1.

Considereremo valido un argomento se e' esemplificazione di **almeno una forma valida**.

(Quindi l'esemplificazione di una forma invalida e' poco interessante)

→ Gli argomenti invalidi esemplificano **solo** forme invalide.

2.

E` in genere buona norma (e la adotteremo) quella di considerare sempre la forma **piu` analizzata**.

→ Se una argomentazione e' valida in qualche forma, e' valida anche, e almeno, nella forma piu' analizzata.

Nota bene:

il nostro linguaggio sarà direttamente formale.
Avremo cioè direttamente le forme degli argomenti.

Non avremo quindi da ricostruire la forma, e questi problemi evitati.

2. Ambiguita`

- Identificare la forma logica e' complicato dall'ambiguita' del linguaggio naturale.

Oggi è lunedì oppure oggi è martedì ed è il giorno delle elezioni.

Vuol dire:

(Oggi è lunedì oppure oggi è martedì) ed è il giorno delle elezioni.

Oppure

Oggi è lunedì oppure (oggi è martedì ed è il giorno delle elezioni.)

→ Punteggiatura e pause possono non essere abbastanza o sempre perspicui.

Luca e Federico hanno portato una torta.

Vuol dire:

Luca ha portato una torta e Federico ha portato una torta.

Oppure:

(Luca e Federico) hanno portato una torta.

3. Distinzioni logicamente irrilevanti.

- Vi e' anche variabilita' di espressioni.

Una negazione, ad esempio, non e' solo espressa come:
non si da' il caso che...

Ma anche con particelle come *im-*, *dis-*, *a-*, eccetera.

(Ma non sempre! “Immorale”, non e' “non-morale” potrebbe anche essere “amorale”).

→ Noi pero' vogliamo uniformita'.

- Il linguaggio naturale a volte traccia anche distinzioni logicamente irrilevanti.
- E` piu` ricco di quanto logicamente ci serva.

- *O Gabriella mi sposa oppure non mi sposa.*
- *Gabriella mi sposa o non mi sposa.*
- *Gabriella mi sposa o no.*

→ P o non si dà il caso che P.

“L’eleganza la lasciamo ai sarti”

Frege.

Morale:

Introdurremo un linguaggio artificiale (formale) che serva i nostri scopi (**studiare le forme argomentative**)

e colga **tutte e sole le distinzioni logiche** che ci interessano, superando i limiti del linguaggio naturale.

- Il linguaggio formale e` come il microscopio per il chimico.

(Frege)

- Abbiamo già` introdotto le lettere enunciative nei nostri esempi.
- Ma abbiamo lasciato espressioni come “e”, “o”, “non si da` il caso che...”
 - Ora sostituiamo anche quelle con simboli.

- Si noti che queste espressioni sono fondamentali.
 - Sono loro che marcano gli snodi della forma logica.
 - sono i punti fissi, lo scheletro della forma.

Sono detti **operatori logici** o **connettivi**.

Operatori logici

- Ci concentreremo su 5 operatori logici, corrispondenti a:

non si dà il caso che

e

o ... o

se ... allora

se e solo se

Negazione

Non si dà il caso che

- *Operatore enunciativo unario.*
- *Esprime la negazione dell'enunciato a cui si applica.*

- Espresso in vari modi e in varie posizioni.

Spesso non di fronte all'enunciato intero, ma al verbo.

Simbolo: -

Congiunzione

... e ...

- Operatore enunciativo binario
- Esprime la congiunzione di due enunciati (i *congiunti*).

- Espresso in varie forme.
- Useremo il simbolo: &

Disgiunzione

... 0 ...

- Operatore enunciativo binario.
- Esprime la disgiunzione di due enunciati (i *disgiunti*).

→ Simbolo: \vee

Condizionale
(o implicazione)

Se ..., allora ...

- Operatore enunciativo binario.
- Esprime l'implicazione di un enunciato da un altro.

Simbolo: \rightarrow

- La parte a sinistra di \rightarrow e' detta **antecedente**.
- Quella a destra e' detta **conseguente**.

- Espresso in vari modi nel linguaggio naturale.

$P \rightarrow Q$

se P, allora Q

P implica Q

P, solo se Q

*Solo se Q, P **

** NB qui il conseguente Q compare a sinistra!*

Condizionali e argomenti

- Il condizionale e` simile, ma diverso da un argomento.

$P \rightarrow Q$ e` un condizionale. E` un **enunciato unico** che fa una asserzione che puo' essere, nel suo intero **vera o falsa**.

In particolare, **non asserisce la verita' ne' del suo antecedente ne` del conseguente**. Ma solo la relazione di implicazione che vige tra di loro.

- Un argomento:

P

∴

Q

Invece consta (qui) di **due enunciati separati**. P e Q sono premessa e conclusione (non antecedente e conseguente di un unico condizionale!)

Nell'argomento **si asserisce la verita' di P e poi quella di Q**.

Inoltre si indica che vi e` una relazione tra P e Q (di conseguenza logica).

- Argomenti e condizionali non vanno confusi.
- Vi e' pero una stretta relazione tra l'implicazione (implication) del condizionale e l'implicazione logica (entailment) dell'argomento.
 - Teorema di deduzione.

Condizioni necessarie e sufficienti

- $P \rightarrow Q$ puo` essere letto come:

1. se P , allora Q

2. solo se Q , P

- Si noti che antecedente (P) e conseguente (Q) catturano condizioni diverse.

$$P \rightarrow Q$$

P da una condizione **sufficiente** per Q.

Mentre Q da una condizione **necessaria** per P.
(sole se Q, P).

- Esempio,

Se una figura è un pentagono, allora ha meno di 10 angoli (interni).

- Essere un pentagono e` **sufficiente** per avere meno di 10 angoli interni.
- NB! **Non e` necessario!** Anche un esagono ha meno di dieci angoli.

- Avere meno di dieci angoli (interni) e` condizione **necessaria** per essere un pentagono.
- NB: **Non e` sufficiente**. Se ne ha sei sono meno di dieci, ma non e` un pentagono.

- Questo esempio “matematico” è utile perché spesso nei condizionali c’è una relazione di temporalità che può rendere difficile vedere questa distinzione tra condizioni necessarie e sufficienti.

- Capire la differenza tra i due lati di un condizionale e` importante.
- Spesso nel parlare comune, o in chi non ha un po' di conoscenze di logica, la differenza sfugge.

- Spesso il condizionale viene confuso con un bicondizionale.

Bicondizionale

- Se le condizioni sono sia necessarie che sufficienti, allora entrambe le direzioni del condizionali devono essere coinvolte.

Se e solo se

$$P \rightarrow Q$$

$$Q \rightarrow P$$

Il “se e solo se” (sse) e` un operatore enunciativo binario.

Usiamo il simbolo: \leftrightarrow

- Ora abbiamo abbastanza simboli per formalizzare completamente gli esempi di argomenti.

$P \text{ o } Q.$

Non si dà il caso che $P.$

.. $Q.$

Ora diventa:

$P \vee Q$

$\neg P$

.. Q

- Che scriveremo in orizzontale come:

$P \vee Q, -P \quad |- \quad Q$

→ Con premesse separate da virgole.

→ Nota: abbiamo un nuovo simbolo per separare premesse e conclusione $|-$

(Detto cancelletto o segno di asserzione)

Intermezzo preparatorio al linguaggio formale

- Un linguaggio formale e` dato da:

Vocabolario (insieme dei simboli primitivi)

Sintassi (come i simboli si possono combinare per avere espressioni grammaticali)

Semantica (cosa le espressioni significano).

- Esempio:

Sia L un linguaggio formale.

Vocabolario di L :

$\#, !$

- Sintassi di L:

in due passi.

1. Ogni sequenza di simboli di L e` una formula di L.

Quindi

####!

!!#!

!

Sono tutte formule di L.

- Le sequenze sopra pero' non devono rispettare nessuna regola grammaticale.
- Non sono per forza sequenze **ben formate**.

- Le formule ben formate sono un sott'insieme di tutte le formule di L , ottenute specificando le regole della sintassi.

Df. Un linguaggio L è un insieme X
di simboli / segni e un insieme
di regole per la formazione di
stringhe / sequenze di simboli
t.c. ci sia permesso isolare un
sottoinsieme X' di X di forme
che codificano le regole di derivazione
di L .

- Def. L'insieme X delle fbf di un linguaggio L e` un sott'insieme delle formule di L , che soddisfa le regole di formazione.

- Esempio:

Regola di formazione:

Qualunque sequenza di formule che inizi con #
e` ben formata.

- Esercizio, provare a dare un linguaggio con regole.
- Dare almeno due regole. E fornire un esempio di formula che risulta dall'applicazione di entrambe le regole.