Lezione 3

Linguaggio formale
Vocabolario e Sintassi

Linguaggio formale

- Costruiamo il nostro linguaggio formale L dando:

  vocabolario

  sintassi (regole di buona formazione)

  semantica

Vocabolario

1. un insieme **At** di simboli **non** logici:

‘P’,’Q’,’R’,…

→ Le lettere enunciative.

- Un insieme **C** di simboli logici:

‘-’,’v’,’&’,’ → ’,’ ↔ ’

→ I connettivi. Operatori logici.

- Un insieme di simbolo ausiliari Par:

‘(‘ , ’)’

→ Le parentesi

Sintassi

- **Formule** di L sono **qualsiasi sequenza (lineare)** di simboli di L, e includono:

PP&Q)

PV→

P&Q

((-

→ Alcune **non** ancora **ben formate**.

(1) Qualunque lettera enunciativa (At) è una fbf di L.

(2) Se A (o phi) è una fbf di L, allora anche -A e` una fbf di L.

(Senza parentesi!)

(3) Se A e B sono fbf di L, allora anche (A v B), (A & B), (A → B), (A ↔ B) sono fbf di L. (Chiuse tra parentesi!)

(4) (Chiusura) Nient’altro e’ una fbf di L.

- Nota: la definizione di fbf sostituisce, in L, il test intuitivo per enunciati dichiarativi.

- L’insieme delle fbf e` un insieme induttivo.

  (liberamente generato).

  - Induzione e ricorsione.

- Nota: le parentesi esterne possono essere omesse.

  (A volte si omette di piu`: v, & legano piu` di → e ↔ e meno di -)

- A e B sono **meta-variabili** (stanno per fbf di L, che a loro volta stanno per enunciati del linguaggio naturale)

  → A volte lettere greche.

- NB: le meta-variabili **NON** fanno parte di L.

- Nemmeno |- fa parte di L. (non ci sono fbf in cui compare. Distinzione condizionali e argomenti).

- Meta-variabili e |- fanno parte del linguaggio piu` grande, esterno, in cui parliamo di L.

- Usiamo ad esempio, spesso l’Italiano per parlare di L (diciamo, ad es., “questa e` una formula di L”). Ma l’Italiano **non** fa parte di L.

(esempi di fbf)

$\neg\neg\neg R$ è una fbf di L ?

Dimostrazione. Sia $R \in At$. Se $R \in At$ allora per (R1) R è una fbf di L.

Se R è una fbf di L allora, per (R2) $\neg R$ è una fbf di L. Se $\neg R$ è una fbf di L allora per (R2) $\neg\neg R$ è una fbf di L. Se $\neg\neg R$ è una fbf allora per (R2) $\neg\neg\neg R$ è una fbf di L. $\blacksquare$

$(P \vee Q \vee R)$ una fbf?

Sia $P, Q, R \in At$. Se è così allora per (R1) P, Q, R sono fbf di L. Non è applicabile nessuna delle 3 regole R1, R2, R3 quindi per (R4) si conclude $(P \vee Q \vee R)$ non è una fbf di L ∎

- Eserciziario: Capitolo 2.

  Esercizio 1

- Usare **alberi sintattici** per far vedere la costruzione.

Nozioni sintattiche

- Le lettere enunciative sono formule **Atomiche**.

  → Non contengono altri simboli (logici).

- Ogni altra fbf non e` atomica, ma **molecolare**.

- Una **sottoformula** e` una fbf inclusa in una formula.

  (ogni formula e` sottoformula di se` stessa).

- L’**ambito** di una occorrenza di un connettivo e` la piu` piccola fbf che contiene quell’occorrenza.

$$\neg\neg\neg\neg R$$

$$(((A \wedge B) \wedge C) \wedge D)$$

- Ogni fbf composta ha <u>uno e un solo</u> operatore il cui <u>ambito è l'intera fbf</u>: l’**operatore principale**.

→ Gli altri sono simboli subordinati.

→ L’operatore principale determina il tipo di formula: una congiunzione, una negazione, ecc.

- Fare esercizi

- Come simbolo di conclusione, invece dei tre puntini, usiamo:

  |-

  detto: cancelletto, segno di asserzione, turnstyle)

  NB: |- NON e` un simbolo di L.

- Capitolo 1.

  Esercizi 2.3.

- Nota:

  il trattamento della sintassi puo’ essere piu’ ricco.

  - Alberi sintattici.

  - Dimostrazione di alcuni fatti sintattici.

  (ad es. che l’operatore principale e’ sempre unico, o che le parentesi di destra e sinistra sono nello stesso numero, che ogni formula puo` essere costruita in un unico modo,).

  Si dimostrano, solitamente, per induzione.

  Si veda, ad esempio: *Mathematical logic* di Hodges e Chiswell.