

materiale	X_0 [cm]
acqua	36.0
aria	30 000
H	731 000
Si	9.4
Cu	1.43
Al	8.9

Tabella 1: Lunghezza di radiazione espressa in *cm*.

Se andiamo a esprimere la X_0 in termini di densita' superficiale [g/cm^2], possiamo confrontare i contributi di vari elementi in maniera uniforme. Per esempio se io voglio introdurre un massimo di una lunghezza di radiazione sulla traiettoria di una particella, posso semplicemente sommare i contributi in tale unita', che rappresenteranno poi spessori fisici diversi.

Material	Z	A	X_0 [g/cm^2]	X_0 [cm]
Hydrogen	1	1.01	61.3	731 000
Helium	2	4.00	94	530 000
Lithium	3	6.94	83	156
Carbon	6	12.01	43	18.8
Nitrogen	7	14.01	38	30 500
Oxygen	8	16.00	34	24 000
Aluminium	13	26.98	24	8.9
Silicon	14	28.09	22	9.4
Iron	26	55.85	13.9	1.76
Copper	29	63.55	12.9	1.43
Silver	47	109.9	9.3	0.89
Tungsten	74	183.9	6.8	0.35
Lead	82	207.2	6.4	0.56
Air	7.3	14.4	37	30 000
SiO ₂	11.2	21.7	27	12
Water	7.5	14.2	36	36

Figura 9: Numero di carica, numero di massa atomica e lunghezza di radiazione espressa in g/cm^2 e *cm* per diversi materiali.

1.4 Scattering Coulombiano multiplo

Una particella che attraversa la materia sara' dispersa da potenziali Coulombiani di nuclei ed elettroni incontrati, attraverso le reazioni di:

- Ionizzazione: perdita di energia per collisione con gli elettroni atomici
- Scattering Coulombiano: deviazione per interazione coi campi coulombiani dei nuclei

La deviazione totale in uscita dal materiale rispetto alla direzione di entrata della particella e' il risultato di un grande numero di interazioni casuali con i campi Coulombiani dei nuclei incontrati, caratterizzati ognuno da una piccola deviazione di traiettoria. Per il Teorema del Limite Centrale, l'angolo di deviazione segue una statistica Gaussiana a piccoli angoli, ma per angoli piu' grandi segue invece la Teoria di Moliere, caratterizzata da un eccesso di eventi ad angolo piu' grande rispetto a una distribuzione normale, che si riflette in code piu' alte. Se Θ e' l'angolo di uscita, la distribuzione e' centrata in $\Theta = 0$ e ha una larghezza che si puo' esprimere come scarto quadratico medio dell'angolo di diffusione, in funzione del momento della particella e del materiale attraversato.

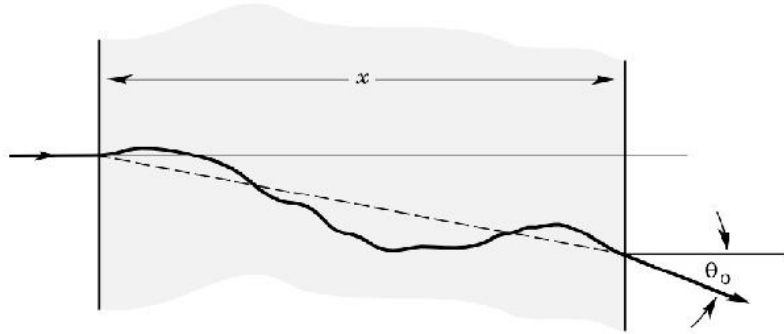


Figura 10: Schema dello scattering MCS.

In particolare, invece di considerare l'angolo di deviazione totale Θ , spesso conviene considerare la sua proiezione su un piano contenente la direzione iniziale della traiettoria della particella, visto che i rivelatori offrono normalmente una visione bi-dimensionale. Lo scarto quadratico medio dell'angolo di diffusione proiettato sul piano del rivelatore e':

$$\Theta_{rms}^{proj} = \sqrt{\langle \Theta^2 \rangle} = \frac{13.6 MeV}{\beta c p} \cdot z \sqrt{\frac{x}{X_0}} [1 + 0.038 \ln(x/X_0)]$$

ove p e' il momento espresso in MeV/c, βc la velocita' e z la carica della particella diffusa. x/X_0 e' lo spessore del materiale attraversato in unita' di lunghezze di radiazione. z e' normalmente 1, e per piccoli spessori il termine logaritmico si puo' approssimare a 0.

Considerando invece l'angolo di deviazione totale invece, si puo' dimostrare che per piccole deflezioni, allora

$$\Theta_{rms}^{proj} = \frac{1}{2} \Theta_{rms}^{space}$$

Quindi nello spazio tridimensionale, la formula approssimata per la deviazione angolare viene moltiplicata per fattore $\sqrt{2}$ e diventa:

$$\Theta_{rms}^{space} = \frac{19.2 MeV}{\beta c p} \sqrt{\frac{x}{X_0}}$$

Notiamo che la formula funziona se si esprime il momento in MeV/c e lo spessore in unita' di lunghezze di radiazione, o con x in *cm*.

Excursus misura: Una facile maniera per determinare la curva della distribuzione e' far passare dei protoni con una certa energia fissata attraverso uno strato di materiale e misurarne l'angolo proiettato sul piano di misura, contando i protoni che giungono sullo schermo di misura, assumendo che abbia una risoluzione spaziale adeguata. Se per angoli piccoli la distribuzione scende come $1/\Theta^2$, a grandi angoli scende come $1/\Theta^4$ (fig. 11).

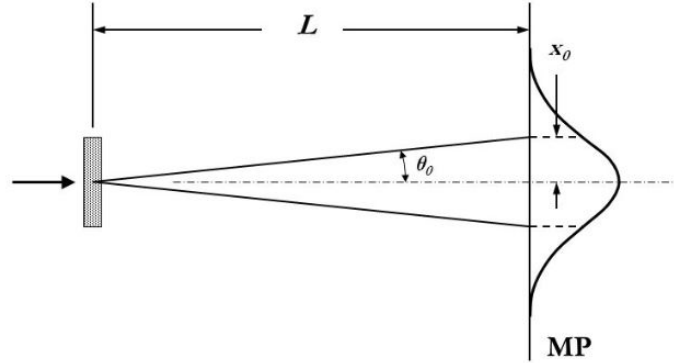


Figura 11: Schema della misura di MCS.

2 Formazione del segnale

I meccanismi principali di interazione tra particella carica e materia ci indicano come la dipendenza dalla densita' di materiale sia importante sia per il segnale generato sia per la deviazione della traiettoria al passaggio della particella nel materiale. La perdita di energia dipende infatti dalla concentrazione di e^- nel materiale, ovvero da

$$n = \frac{N_{e^-}}{Vol} \propto \frac{Z\rho}{A}$$

- L'obiettivo principale della progettazione e costruzione di un buon rivelatore consiste nel massimizzare il **rapporto segnale-rumore**, quindi c'e' la necessita' aumentare l'ampiezza del segnale, che dipende dalla minima energia necessaria per generare una unita' di segnale, e dal numero di interazioni in cui la particella produce il segnale nel **volume sensibile**.
- Si vuole pero' perturbare la traiettoria della particella il meno possibile, limitando lo scattering coulombiano multiplo attraverso la riduzione degli spessori attraversati. Prima di tutto i **volumi dei componenti accessori** (come i servizi e le infrastrutture), ma anche i volumi sensibili se si riesce a non sopprimere il segnale.
- Aggiungiamo anche il fattore dimensionale: la bassa densita' puo' implicare la necessita' di grandi volumi di materiale da attraversare per creare un segnale abbastanza ampio, e quindi rivelatori di **grandi dimensioni**

Si tratta quindi di trovare un compromesso tra efficienza di produzione del segnale e spessore effettivo del materiale sensibile. Possiamo qualificare i diversi tipi di materiale che

costituiscono i volumi sensibili dei rivelatori in base a tre caratteristiche: la quantità di energia necessaria per produrre il segnale minimo (*quanto* di segnale), il tipo di segnale prodotto, la densità del materiale. Riassumiamo i tipi di materiale che compongono i rivelatori in Tab. 2: dalle loro caratteristiche possiamo intuire i pro e i contro di ognuna.

tipo	quanto di segnale	tipo di segnale	densità
gas	~ 30 eV	coppia $e^- - ione^+$	bassa
semiconduttori (Si)	~ 3.6 eV	coppia $e^- - h^+$	alta
scintillatori	~ 100 eV	fotone	media

Tabella 2: Caratteristiche dei materiali rivelatori.

Si nota che i semiconduttori hanno il pregio di aver bisogno di solo 3.6 eV per poter produrre un quanto di segnale, e hanno una densità così alta da poter massimizzare la quantità di interazioni per unità di volume, e quindi limitare le dimensioni del rivelatore. Inoltre il segnale prodotto consiste in particelle cariche, alcune di esse libere di muoversi e trasportare l'informazione.

Cerchiamo di capire il processo che porta alla formazione del quanto di segnale nei semiconduttori.