

Geometria 3 - Topologia

Foglio di esercizi 5

Giustificare adeguatamente le risposte.

- 1) Supponiamo $X = X_1 \cup \dots \cup X_n$ con X_1, \dots, X_n sottospazi compatti e $n \geq 1$. Dimostrare che X è compatto.
- 2) Supponiamo X di Hausdorff e $\{Y_i\}_{i \in I}$ famiglia di sottospazi compatti di X , con I insieme qualsiasi. Dimostrare che $Y = \bigcap_{i \in I} Y_i$ è compatto.
- 3) Dimostrare che ogni spazio cofinito è compatto.
- 4) Sia X localmente compatto e $Y \subset X$ sottospazio compatto. Dimostrare che Y ha un intorno compatto in X .
- 5) Sia X localmente compatto di Hausdorff e $Y \subset X$ sottospazio compatto. Dimostrare che Y ha una base di interni compatti in X .
- 6) Sia X di Hausdorff e $A, B \subset X$ compatti disgiunti. Dimostrare che $\exists U, V \subset X$ aperti t.c. $A \subset U$, $B \subset V$ e $U \cap V = \emptyset$.
- 7) Sia X compatto metrizzabile. Dimostrare che X è II -numerabile.
- 8) Dimostrare che la retta di Sorgenfrey R_ℓ non è localmente compatta.