

PROBLEMA 1

Uno studio ha dimostrato che nell'Ontario i salari annuali degli insegnanti hanno una media di \$ 50000 e una deviazione standard di \$ 10000. Supponi che la distribuzione sia approssimativamente campanulare.

QUESITI

- a) Definisci un intervallo di valori che contiene circa (i) il 68%, (ii) il 95% e (iii) tutte o quasi le osservazioni.
- b) Ritieni che un salario pari a \$ 100000 sarebbe anomalo (outlier) nella distribuzione? perché?

a) Applicare la regola empirica

- (i) (40000 ; 60000)
- (ii) (30000 ; 70000)
- (iii) (20000 ; 80000)

b) sì, ricade a 5 deviazioni standard dalla media.

PROBLEMA 2

I voti ottenuti all'esame di Psicometria sono compresi tra 24 e 30. Considera i seguenti possibili valori per la deviazione standard:

-5.0 0.0 0.2 1.0 7.0

QUESITI

- a) C'è qualche valore impossibile?
- b) Qual è il valore più realistico?

SOLUZIONI

- a) -5.0 perché la deviazione standard è sempre maggiore o uguale a zero;
se i voti vanno da 24 a 30 anche $s=0.0$ non è possibile perché altrimenti i voti dovrebbero essere tutti uguali
- b) 1.0 (vd regola empirica)

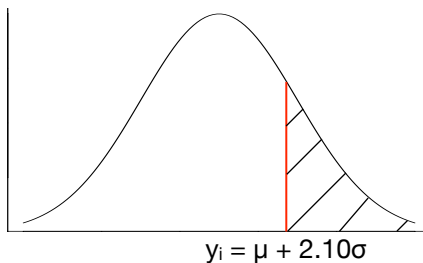
PROBLEMA 3

Quale proporzione di una distribuzione normale ricade nei seguenti intervalli:

- a) oltre uno z-score pari a 2.10
- b) prima di uno z-score pari a -2.10
- c) oltre uno z-score pari a -2.10
- d) tra gli z-score -2.10 e 2.10

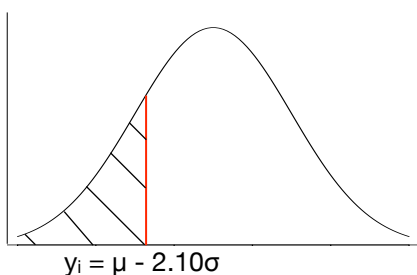
per svolgere l'esercizio utilizzare la Tavola 1 a pagina 286 del libro di testo.

a)



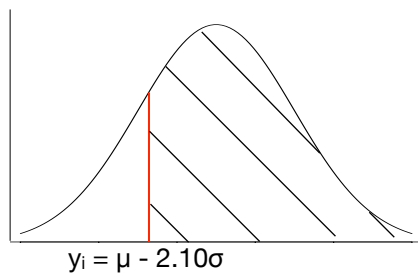
La proporzione di una distribuzione normale che ricade oltre uno z-score pari a 2.10 è 0.0179

b)



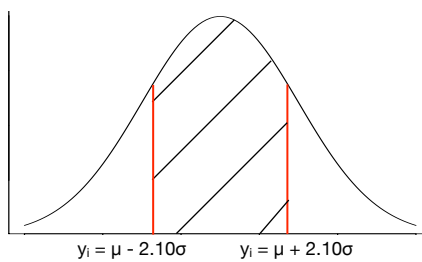
La proporzione di una distribuzione normale che ricade prima di uno z-score pari a -2.10 è 0.0179

c)



La proporzione di una distribuzione normale che ricade oltre uno z-score pari a -2.10 è pari a 0.9821 (dato da: $1 - 0.0179 = 0.9821$)

d)



La proporzione di una distribuzione normale che ricade tra gli z-score 2.10 e -2.10 è pari a 0.9642 (dato da: $1 - 0.0179 - 0.0179 = 0.9642$)

PROBLEMA 4

Mensa è una società di persone ad alto QI i cui membri hanno un punteggio al test QI pari o superiore al 98-esimo percentile.

QUESITI

- a) Quante deviazioni standard oltre la media è posizionato il 98-esimo percentile?
- b) Per la distribuzione normale del QI con media 100 e deviazione standard 16, qual'è il punteggio del QI pari al 98-esimo percentile?

a) Tavola 1 -> cerco z-score corrispondente a ~~a~~ area pari a 0.02

Il 98-esimo percentile è posizionato a 2.05 deviazioni standard dalla media.

b) $N(100, 16)$

$$y = \mu + z\sigma = 100 + (2.05)(16) = 132.8 = 133 \text{ (arrotondo)}$$

Il punteggio del QI pari al 98-esimo percentile è 133.

PROBLEMA 5

L'indice di sviluppo mentale infantile (MDI) è una misura standardizzata utilizzata in studi su bambini ad alto rischio. Questa variabile ha una distribuzione approssimativamente normale con media pari a 100 e deviazione standard pari a 16.

QUESITI

- a) Definisci l'intervallo di valori MDI che contiene circa (i) il 68%, (ii) il 95% e (iii) tutte o quasi le osservazioni.
- b) Quale proporzione di bambini ha un valore MDI di almeno 120?
- c) Trova il punteggio di MDI pari al 90-esimo percentile
- d) Trova il quartile inferiore, la mediana e il quartile superiore per MDI.

$N(100, 16)$

- a) (i) (84 ; 116)
- (ii) (68 ; 132)
- (iii) (52 ; 148)

b) $P(MDI \geq 120)$?

trovo z-score: $z = (120 - 100) / 16 = 1.25$

Tavola 1 $\rightarrow 0.1056$

La proporzione di bambini con un valore di MDI di almeno 120 è pari a 0.1056.

c) Tavola 1 $\rightarrow$ cerco z-score corrispondente a area pari a 0.10

$z = 1.28$

$y = \mu + z\sigma = 100 + (1.28)(16) = 120.5$

Il punteggio corrispondente al 90-esimo percentile è 120.5.

d) Mediana = media = 100

$Q_1 = 25\text{-esimo percentile} = \mu + z\sigma = 100 + (-0.67)(16) = 89$

$Q_3 = 75\text{-esimo percentile} = \mu + z\sigma = 100 + (0.67)(16) = 111$

PROBLEMA 6

In occasione dell'esame intermedio per il corso di Psicometria, un esaminatore assegna sempre una valutazione pari a B agli studenti il cui punteggio è compreso tra 80 e 90. In un certo anno, i punteggi hanno avuto una distribuzione normale con media pari a 83 e deviazione standard pari a 5.

QUESITO

a) All'incirca, quale proporzione di studenti prenderà un voto B?

$$z_{80} = (80 - 83)/5 = -0.6$$

Tavola 1 -> 0.2743

$$z_{90} = (90 - 83)/5 = 1.4$$

Tavola 1 -> 0.0808

$$P(80 < \text{voto} < 90) = 1 - 0.2743 - 0.0808 = 0.6449$$

La proporzione di studenti che prenderà un voto B è pari a 0.6449.

PROBLEMA 7

Si supponga che l'uso settimanale di benzina per viaggi con veicoli a motore da parte di adulti del Nord America sia distribuito in modo approssimativamente normale, con una media pari a 60.6 litri e una deviazione standard pari a 18.9 litri.

QUESITI

- a) Quale proporzione di adulti usa più di 76 litri alla settimana?
- b) Quale proporzione di adulti usa meno di 76 litri alla settimana?
- c) Quale proporzione di adulti usa più di 50 litri alla settimana?
- d) Quale proporzione di adulti usa tra i 50 ed i 76 litri alla settimana?
- e) Assumendo che la deviazione standard e la forma pressoché normale rimangano costanti, a quale valore dovrebbe ridursi la media in modo che solo il 5% utilizzi più di 76 litri alla settimana?

$N(60.6, 18.9)$

$$a) z_{76} = (76 - 60.6)/18.9 = 0.81$$

Tavola 1 $\rightarrow 0.2090$

La proporzione di adulti che usa più di 76 litri alla settimana è 0.2090.

$$b) 1 - 0.2090 = 0.7910$$

La proporzione di adulti che usa meno di 76 litri alla settimana è 0.7910.

$$c) z_{50} = (50 - 60.6)/18.9 = -0.56$$

Tavola 1 $\rightarrow 0.2877$

$$1 - 0.2877 = 0.7123$$

La proporzione di adulti che usa più di 50 litri alla settimana è 0.7123.

d) $1 - (0.2877 + 0.2090) = 0.5033$

La proporzione di adulti che usa tra i 50 ed i 76 litri alla settimana è 0.5033.

e) Tavola 1 -> cerco z-score corrispondente a area pari a 0.05

$z = 1.64$

$\mu = y - z\sigma = 76 - (1.64)(18.9) = 45$

La media dovrebbe ridursi a 45 litri.

PROBLEMA 8

Tra la distribuzione dei punteggi al SAT ($\mu = 500$, $\sigma = 100$) e la distribuzione dei punteggi all'ACT ($\mu = 21$, $\sigma = 4.7$), quale punteggio è relativamente più elevato, SAT = 600 oppure ACT = 29?

Fornisci una spiegazione.

$$Z_{\text{SAT}} = (600 - 500)/100 = 1$$

$$Z_{\text{ACT}} = (29 - 21)/4.7 = 1.7$$

Il punteggio più elevato è quello ottenuto al test ACT perché ricade a 1.7 deviazioni standard dalla media (mentre il punteggio al test SAT ricade a solo 1 deviazione standard dalla media).

PROBLEMA 9

Si supponga che le tasse di proprietà sulla casa a Iowa City abbiano una distribuzione approssimativamente normale con una media pari a \$ 2500 e una deviazione standard pari a \$ 1500. Sia la tassa di proprietà per una determinata abitazione pari a \$ 5000.

QUESITI

- a) Trova lo z-score corrispondente a quel valore.
- b) Quale proporzione delle tasse di proprietà è superiore a \$ 5000?
- c) Se la vera distribuzione non è normale, come pensi si discosti dalla normale?

a) $z = (5000 - 2500)/1500 = 1.67$

Lo z-score corrispondente a \$ 5000 è 1.67

b) Tavola 1 -> cerco area corrispondente a z-score 1.67

La proporzione di tasse di proprietà superiore a \$ 5000 è 0.0475

c) asimmetrica positiva (lo 0 ricade a solo 1.67 deviazioni standard dalla media)