

Esercizi IV settimana Ist. Matematiche A (Scienze Geologiche) – Prof. Fabio Vlacci
A.A. 2023/2024

1. Rispetto al riferimento cartesiano ortogonale standard di \mathbb{R}^3 , determinare un'equazione parametrica della retta s ortogonale al piano σ di equazione cartesiana $x - y + z = 2$ passante per il punto $Q = (1, 1, 0)$. Determinare infine le coordinate del punto $S \in \sigma \cap s$.
2. Mostrare che

$$n \in \mathbb{N} \mapsto \frac{n-1}{n+1}$$

è una successione monotona convergente a 1.

Trovare $\inf(C)$ e $\sup(C)$ con

$$C = \left\{ \frac{n-1}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\};$$

convincersi che $C \subset \mathbb{Q}^+ = \{\text{numeri razionali non negativi}\}$.

3. Mostrare che per ogni intero non negativo n risulta $n \leq n!$; dedurre quindi che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n!} = 0.$$

4. Calcolare, se esistono,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n-1}{1+n^2} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (-1)^n [2+n^2] \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n-1}{2-n}$$

5. Convincersi che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2} \right) = 0$$

e che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right) = \frac{1}{2}.$$