ESERCIZI SU SISTEMI LINEARI
ALGEBRA LINEARE ED ELEMENTI DI GEOMETRIA
MATEMATICA PER L'ECONOMIA E LA STATISTICA 2
A.A. 2023/24

Esercizio 1

Usando l'algoritmo di gradinizzazione di Gauss, **calcola** (quando possibile) una soluzione del sistema lineare $A \cdot X = b$, dove

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 & 5 & 0 \\ -1 & -1 & -3 & -1 & 2 \\ -6 & -2 & -8 & -1 & -1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -9 & 0 & -2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & -3 & 0 \\ 2 & -6 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} -24 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 6 & 2 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 28 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -1 & 1 & -3 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 4 & 1 \\ -1 & -1 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 17 \\ 3 \\ -15 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 0 & -9 & 0 \\ -2 & -1 & -5 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} -4 \\ -12 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2

Determina i valori di $t \in \mathbb{R}$ affinché i sistemi lineari $A \cdot X = b$ dati dalle matrici seguenti siano compatibili. Per tali valori, **determina** tutte le soluzioni del sistema.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 2 & -3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 6 \\ -8+t \\ 4+t \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -6 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} -1-t \\ 2 \\ -2 \\ 1+t \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & -6 & -7 & -4 \\ -5 & 0 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} -2 \\ t \\ -10 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3

Applica la procedura di gradinizzazione alle seguenti matrici C e alle loro trasposte. **Compara** il numero di righe non nulle ottenute alla fine della gradinizzazione di una matrice e della sua trasposta: cosa noti?

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 5 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 & -2 \\ 5 & -2 & 2 & 12 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 & -4 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & -1 & 2 & -6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -5 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Esercizio 4

Computa il numero massimo di operazioni (somme e moltiplicazioni) che possono essere necessarie per svolgere l'algoritmo di gradinizzazione su uma matrice 3×4 a coefficienti in un campo K.