

ESERCIZI DI MATEMATICA II - Serie 7

Esercizio 1. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy utilizzando la tecnica delle variabili separate:

$$\begin{cases} u' = -2tu \\ u(0) = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} u' + 2tu^2 = 0 \\ u(0) = -1 \end{cases}$$

Esercizio 2. Trovare la soluzione generale delle seguenti equazioni a variabili separate:

$$t(1 + u^2)u' = 3; \quad ue^{2t} - (1 + e^{2t})u' = 0$$

Esercizio 3. Trovare la soluzione generale delle seguenti equazioni lineari di ordine 1.

$$(1 + t^2)u' + tu = t(1 + t^2); \quad u' = \frac{2tu}{t^2 - 1}$$

Esercizio 4. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = -\frac{2t}{1+t^2}u + \frac{1}{t(1+t^2)} \\ u(-1) = 0 \end{cases}$$

Esercizio 5. La forza di attrito esercitata dall'aria su un corpo sferico in movimento è direttamente proporzionale alla sua velocità: $\vec{F}_{attr} = h\vec{v}$, dove h è il coefficiente di attrito. Per un corpo sferico di massa m in caduta verticale quindi la velocità soddisfa l'equazione differenziale

$$v' = g - \frac{h}{m}v \tag{1}$$

dove g è l'accelerazione di gravità.

- verificare che (1) ha una soluzione costante $v(t) \equiv k$.
- Trovare la soluzione generale di (1)
- verificare che tutte le soluzioni per $t \rightarrow \infty$ tendono al valore k precedentemente determinato.