

## 2 Fisica dei materiali semiconduttori

I materiali hanno diverse proprietà elettriche, come è noto dall'esperienza di tutti i giorni. In particolare si può misurare l'intensità della corrente  $I$  che fluisce attraverso una barra di materiale omogeneo, di sezione uniforme e lunghezza nota, i cui estremi sono sottoposti alla differenza di potenziale elettrico  $V$  e dedurre la resistenza  $R = V/I$ . È facile verificare sperimentalmente che  $R$  varia in funzione dell'area  $A$  della sezione e della lunghezza  $L$  della barra secondo un parametro  $\rho$  chiamato *resistività*:

$$\rho = R \frac{A}{L} \quad (12)$$

La resistività nei materiali usati in campo elettronico e dei rivelatori varia di molti ordini di grandezza: si va da  $\rho = 10^{-6} \Omega \text{cm}$  dell'alluminio usato nelle connessioni dei circuiti elettrici, al biossido di silicio  $\text{SiO}_2$  usato per isolare e proteggere le parti superficiali e più esposte dei sensori, in cui  $\rho = 10^{16} \Omega \text{cm}$ , e alle plastiche  $\rho = 10^{18} \Omega \text{cm}$ .

In base alla resistività si possono quindi definire delle classi di materiali:

- $\rho \lesssim 10^{-2} \Omega \text{cm}$ : conduttori
- $10^{-2} \Omega \text{cm} < \rho < 10^5 \Omega \text{cm}$ : semiconduttori
- $\rho > 10^5 \Omega \text{cm}$ : isolanti

La classe intermedia riguarda i semiconduttori, in cui la resistività può essere modificata in maniera controllata e con grande precisione la conduzione elettrica può essere a due tipi di portatori.

Si possono dedurre le caratteristiche elettriche del semiconduttore a partire dalla descrizione delle proprietà del sistema di elettroni in un atomo isolato e perturbando il sistema elettronico del solido per ottenere informazioni sulle caratteristiche del materiale.

### 2.1 Gli elettroni nei nuclei

In un atomo con numero atomico  $Z$ , per un  $e^-$  convivono due tipi di campo di forze: quella attrattiva con i protoni del nucleo e quella repulsiva con l'insieme degli elettroni dell'atomo. La prima è radiale, diretta verso il nucleo, e ha potenziale

$$U(r) = \frac{Zq^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

dove  $r$  è la distanza  $e^-$  - nucleo, e dove l'en potenziale di riferimento è presa all'infinito, come da convenzione. La seconda invece è nulla per  $Z=1$ , ovviamente, e trascurabile per atomi con basso peso atomico. Nell'interpretazione classica, gli  $e^-$  dell'atomo si muovono intorno al nucleo con orbite ellittiche con un fuoco nel nucleo. Questa interpretazione non è accurata in quanto prevede:

- gli  $e^-$  si muovono di moto accelerato, quindi dovrebbero irradiare energia, perdendola, e quindi diminuire la loro distanza dal nucleo fino a fermarsi nel nucleo stesso. Non sarebbero dunque stabili.

- l'energia degli e- dovrebbe essere continua, mentre sappiamo dagli spettri misurati sappiamo che e' quantizzata, ovvero si manifesta solo in determinate energie. Gli e- eccitati termicamente infatti si diseccitano emettendo radiazione elettromagnetica che puo' essere rivelata: i fotoni hanno frequenza tale che  $hf = \Delta E$ , e l'energia  $\Delta E$  misurata non rappresenta uno spettro continuo ma dei valori determinati, ovvero delle *righe spettrali*, che corrispondono all'energia che distanzia i livelli energetici su cui si situano gli elettroni.

La teoria quantistica dell'atomo idrogenoide parte dalla soluzione dell'eq di Shoedinger in presenza di un campo di forze coulombiano. Si ottengono, come per il caso monodimensionale, soluzioni di tipo legato, con proprieta' d iquantizzazione. Le 3 dimensioni aggiungono piu' numeri quantici  $(m, n, l)$  piu' in numero di spin, che permette la compresenza di solo 2 e- sullo stesso livello energetico per il principio di Pauli.

## 2.2 Teoria delle bande energetiche

A partire dal modello dell'atomo di Bohr, conosciamo come interagisce un elettrone con il potenziale coulombiano di un nucleo atomico: esiste uno spettro di valori consentiti di energia che l'e- puo' assumere, corrispondente a

$$E_n = \frac{-Z^2 m_0 q^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} \quad (13)$$

al di sotto un'energia di riferimento assunta pari a 0. Nella formula:  $Z$  e' la carica netta del nucleo,  $q$  e' la carica elementare,  $m_0$  e' la massa in quiete dell'elettrone,  $\epsilon_0$  e' la costante dielettrica nel vuoto,  $h$  la costante di Plank, e  $n$  un numero intero positivo. Per l'idrogeno, con  $Z = 1$  i valori consentiti sono  $-13.6/n^2 eV$  al di sotto del livello di riferimento, con  $n$  intero, quindi: -13.6 eV, -3.4 eV, -1.5 eV, -0.85 eV, ecc ecc. Allo zero assoluto, il livelli a energia piu' bassi sono i primi ad essere occupati, con al massimo 2 e- per livello, seguendo il principio di esclusione di Pauli.

Il cristallo regolare composto da atomi si puo' modellizzare come un profilo periodico di energia potenziale, costituito da una successione di buche di potenziale di altezza finita. Il moto di una particella in tale potenziale si puo' studiare risolvendo l'eq di Schrodinger.

Qui ci limitiamo a dedurre alcune conclusioni da discussioni qualitative. La modellizzazione come singola buca di potenziale offre quindi soluzioni quantizzate (particelle legate) e una banda di soluzioni continue (particelle libere). A causa dell'effetto tunnel, le particelle legate hanno una probabilita' non nulla di esistere al di fuori della buca.

Consideriamo ora solamente l'e- che occupa il livello con energia piu' alta, trascurando quelli occupati di energia inferiore. Quando due atomi sono isolati, l'elettrone associato a ogni atomo possiede un'energia di valore  $E_n$ . Se ora consideriamo due buche di potenziale, ovvero due atomi, a una certa distanza tra loro, l'elettrone del primo atomo sara' soggetto a una forza dovuta alla presenza del secondo nucleo, e il potenziale che determina i livelli di energie sara' quindi moidificato e cosi' i possibili valori di energia. Inoltre bisogna considerare il principio di esclusione di Pauli: per ogni atomo a un livello di energia corrispondono al piu' due e- di spin opposto: il sistema di due atomi quindi puo' contenere al piu' quattro elettroni in tutto, ma se vengono avvicinati, il livello puo' competere sempre a soli 2 e-, e

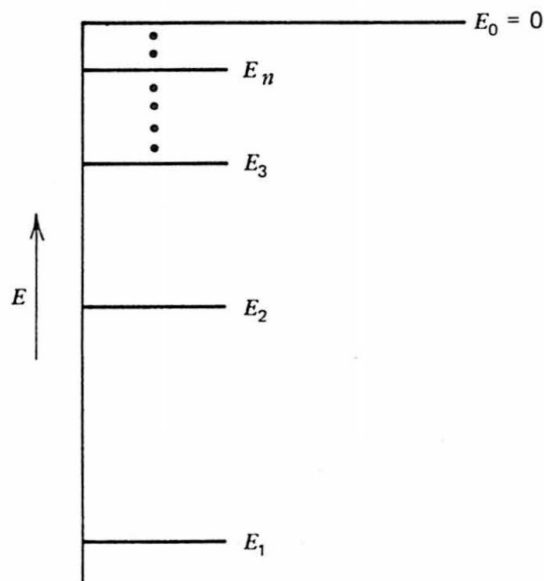


Figura 3: Livelli energetici dell'atomo idrogenoide.

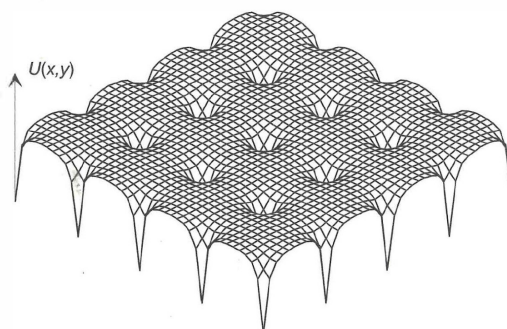


Figura 4: Buche di potenziale degli atomi del cristallo (vista bidimensionale).

dunque devono esistere due livelli di energia leggermente differente, ciascuno con due e-, in modo da garantire la coesistenza di 4 e-.

Quindi c'è il doppio effetto di perturbare l'energia e di sdoppiare i livelli.

Il sistema presenterà quindi un insieme di stati legati, con energia però non coincidente con gli stati legati della singola buca per il principio di esclusione, ma che subiranno uno sdoppiamento, ovvero si differenzieranno in due livelli con energia leggermente più alta o più bassa di quella originale, in modo che ogni livello sia occupabile solo da al più due e-. Inoltre si avrà sempre un continuo di energie corrispondenti a particelle libere. Si noti che i livelli più bassi dello spettro saranno poco sdoppiati (molto vicini in energia) perché la probabilità di effetto tunnel tra buche così lontane è piccolo, quindi la compresenza di e- a uguale energia è bassa. Per i livelli più alti, occupati da particelle poco legate, tale probabilità è più alta, quindi più forte sarà lo sdoppiamento.

Introducendo un sistema con 3, 4 o molti atomi, ovvero buche di potenziale, i livelli

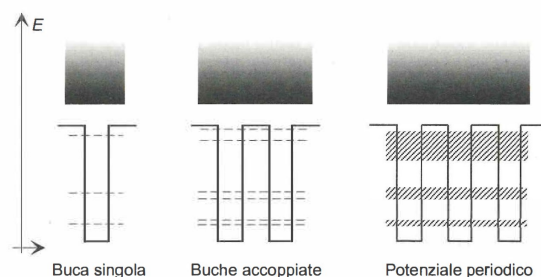


Figura 5: Sdoppiamento e moltiplicazione dei livelli energetici all'aumentare degli atomi nel sistema nel caso di uno (*sinistra*), due (*centro*) e molteplici atomi (*destra*): formazione delle bande energetiche.

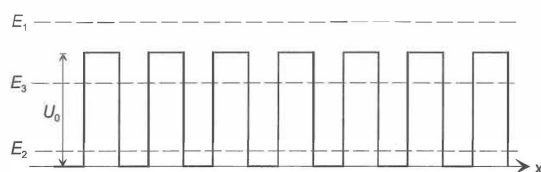


Figura 6: Elettroni liberi, quasi liberi e legati in un potenziale periodico.

energetici permessi per ogni buca sono triplicati, quadruplicati o moltiplicati. Al limite di un numero infinito di buche, come un cristallo di atomi, presenta un insieme di strutture a bande di energie permesse e bande proibite, che sono sempre più estese man mano che l'energia cresce. Il limite superiore delle bande è l'energia per cui le particelle sono libere, oltre cui lo spettro è continuo.

Se il sistema è composto da  $N$  atomi, l'originario livello di energia  $E_n$  si scinde in  $N$  livelli permessi, che costituiscono una banda di energia contenente al massimo  $2N$  elettroni. Visto che  $N \simeq 10^{22} \text{cm}^{-3}$  e l'estensione della banda è di pochi eV, le differenze di energie tra stati sono così piccole che qualunque eccitazione termica a temperatura ambiente permette agli e' di effettuare transizioni tra i livelli. È sostanzialmente una banda continua di valori di energia permessi, occupabile al più da  $2N$  e-.

Le bande quindi individuano:

- un'energia minima di banda
- un'energia massima di banda
- eventuali intervalli di energia proibiti, o di *gap*, tra bande consecutive

Le bande e i limiti interessanti ai fini del comportamento elettrico sono quelle superiori:

- la banda contenente gli elettroni *di valenza* cioè quelli più esterni dell'atomo che contribuiscono ai legami chimici, e' detta appunto *banda di valenza*
- la banda immediatamente superiore, detta *banda di conduzione*

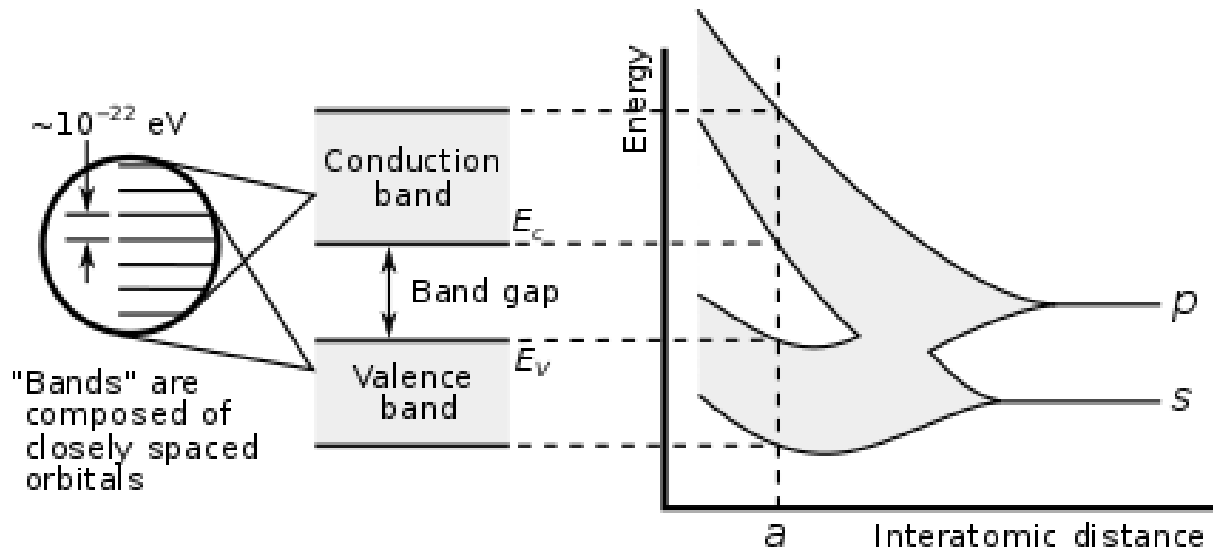


Figura 7: Configurazione delle bande energetiche in funzione della distanza interatomica (*a destra*) e struttura corrispondente nel cristallo (*in centro*). La distanza tra stati nella banda  $e'$  di  $10^{-22} \text{ eV}$  (*a sinistra*). Il parametro  $a$  equivale a  $5.43 \text{ \AA}$ .

- l'estremo superiore della banda di conduzione e' detto *livello del vuoto*, ovvero l'energia minima che un  $e^-$  deve possedere per sfuggire all'esterno del solido. Al di sopra di questo livello l' $e^-$  e' libero
- all'interno di ciascuna banda (di v. o c.) la relazione di dispersione dell' $e^-$  si puo' approssimare con una parabolica ma con massa efficace  $m^*$

Accanto alle particelle libere e quelle legate, ci sono quindi le particelle quasi-libere, che si possono muovere per effetto tunnel da una buca all'altra, quindi sono particelle libere ma con relazione tra energia e momento diversa da quella quadratica:

$$E - E_0 \simeq \frac{1}{2m^*} |p - p_0|^2$$

dove  $m^*$  e' la massa efficace della particella, ovvero un parametro globale che considera il moto della particella semilegata come se fosse una particella libera che si muove nello spazio libero. Sono concetti fondamentali per lo studio del comportamento degli elettroni in una struttura cristallina come quella dei semiconduttori.

### 2.2.1 Le bande energetiche dei semiconduttori

Le proprieta' elettroniche di un materiale sono determinate dalla struttura a bande, e in particolare dalla presenza di intervalli proibiti e dalla loro estensione in energia (Fig. 8).

Come abbiamo visto, man mano che ci si allontana dall'energia di vuoto le bande diventano piu' estese. Per energie piu' elevate, l'elettrone e' meno legato, quindi ha un raggio di Bohr associato piu' grande, quindi diventa piu' influenzato da altri atomi, e quindi la sua

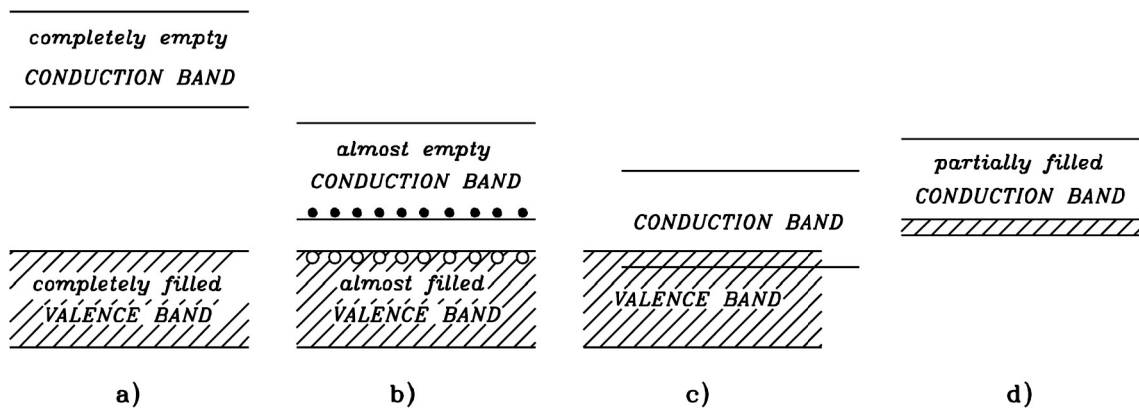


Figura 8: Le bande energetiche nei diversi tipi di materiale: a) isolante, b) semiconduttore, c) e d) metallo

energia ne e' piu' perturbata: di conseguenza c'e' una piu' ampia separazione tra i livelli originali che costituiscono la banda.

Per esempio:

- un metallo alcalino con 1 solo elettrone di valenza nell'orbita piu' esterna, in un sistema composto da  $N$  atomi ravvicinati, avra' un livello energetico che degenera in una banda di energia. Nel caso piu' semplice, gli  $N$  elettroni di valenza occupano la meta' inferiore dei  $2N$  stati della banda, lasciando stati vuoti vicino a stati occupati. Gli elettroni vicini all'energia massima possono essere facilmente eccitati o strappati fino a farli uscire dagli stati della banda e poi trasportati nel cristallo. Sono quindi conduttivi.
- i materiali che invece gli e- di valenza (cioe' dell'orbita piu' esterna) occupano completamente una banda permessa, che e' separata da un intervallo proibito dalla banda immediatamente superiore. In questo caso, la banda superiore a basse temperature e' completamente vuota. Se  $E_g > 5eV$  allora tali materiali sono detti isolanti. Tale gap e' infatti pari infatti a 200 volte l'energia termica a temperatura ambiente o quella somministrabile con campi elettrici (decimi di eV).
- se l'intervallo proibito e' abbastanza piccolo ( $\sim 1 eV$ ), esso e' abbastanza facile da superare per un elettrone con un'energia termica moderata (40 volte la energia termica a temperatura ambiente), o con un campo elettrico applicato anche debole. Inoltre, l'aggiunta di impurezze opportune nel cristallo puo' aumentare in maniera controllata la conduttivita' del materiale. Questa pratica di aggiungere "impurezze" e' chiamata drogaggio, e ne parleremo profusamente in seguito. Materiali con questa configurazione di bande sono detti, appunto, semiconduttori.

A temperatura piu' alta dello zero assoluto, la banda di valenza non risulta completamente occupata, perche un piccolo numero di e- possiede energia termica sufficiente per essere eccitato oltre il gap proibito. Nella banda superiore, quasi vuota, gli e- possono facilmente acquistare la poca energia sufficiente a originare una corrente quando sottoposti a campo elettrico. Essa e' la banda di conduzione.

La **densità di corrente  $J$**  (corrente per unità di area) che fluisce nella banda di conduzione è dato dalla somma dei contributi per unità di volume dei prodotti di carica  $q$  per velocità risultante dell' $i$ -esimo elettrone  $v_i$ :

$$J_{bc} = \frac{I}{A} = \sum_{bc} (-q)v_i$$

La corrente è comunque molto più piccola di quella in un metallo, poiché il numero di e- in questa banda è modesto.

### 2.2.2 Le lacune

Nel momento in cui un elettrone lascia il proprio orbitale, ovvero il proprio livello energetico, lascia un posto vacante chiamato *lacuna*. Essa non è propriamente una carica, ma essendo determinata da una assenza di carica negativa, nell'economia globale di un sistema definito come il cristallo, è assimilata a una carica positiva. Se le condizioni energetiche sono favorevoli, tale lacuna sarà presto occupata da un altro e-, che a sua volta lascerà libera un'altra lacuna. Applicando in maniera ricorsiva il processo, si vede come si può ottenere un movimento di lacune, ovvero di cariche positive, nel cristallo del semiconduttore. Il processo di movimento delle lacune, come vedremo, non è un movimento diretto, ma è conseguente del movimento degli elettroni: risulta quindi come un prodotto delle probabilità di movimento degli elettroni, ed è quindi un fenomeno più lento.

Quando in un semiconduttore un elettrone passa dalla banda di valenza alla banda di conduzione, lascia un livello della valenza libero, quindi una lacuna, che si può muovere nella banda di valenza secondo questo processo. La banda di valenza è quindi responsabile per la conduzione di lacune, come la banda di conduzione lo è per gli elettroni.

Se dovessimo esprimere matematicamente la densità di corrente degli elettroni nella banda di valenza, dovrei fare lo stesso conto fatto per la banda di conduzione, con la difficoltà di avere un gran numero di elettroni in banda di valenza da considerare. Sarebbe

$$J_{bv} = \sum_{bv} (-q)v_i$$

Per semplificare, posso considerare il moto di tutti gli elettroni in banda saturata e sottrarre il contributo degli elettroni che occuperebbero i soli stati vuoti, ovvero le lacune. La densità di corrente diventa quindi:

$$J_{bv} = \sum_{\text{banda piena}} (-q)v_i - \sum_{\text{stati vuoti}} (-q)v_i = 0 + \sum_{\text{stati vuoti}} qv_i$$

Notiamo che gli elettroni nella banda di valenza sono in grande numero, e gli stati disponibili sono pochi. Ne risulta che gli e- hanno un moto diverso nella banda di valenza, e le loro singole velocità saranno mediamente diverse da quelle in banda di conduzione.

Si può dunque esprimere il movimento delle cariche nella banda di valenza come moto di stati non occupati, ovvero lacune. Esse esistono solo in un solido con struttura a bande, non esisterebbero in atomi liberi. L'energia delle lacune aumenta man mano che ci si muove verso il basso del diagramma delle bande (serve più energia alla lacuna per essere creata più in basso).

### 2.2.3 Cristallo e legami covalenti

La struttura a reticolo cristallino di diamante, silicio e germanio prevede che ogni atomo del cristallo sia interessato da quattro legami covalenti con i primi vicini. Ogni legame corrisponde a due elettroni strettamente vincolati, uno per atomo. Allo zero assoluto tutti gli  $e^-$  sono vincolati e nessuno  $e^-$  disponibile per la conduzione in caso di campo esterno applicato. A temperature maggiori dello zero assoluto, alcuni legami si rompono e creano  $e^-$  quasi liberi che possono contribuire alla corrente. Essi si posizionano sul limite basso della banda di conduzione. Lasciando uno stato libero da  $e^-$ , un altro  $e^-$  puo' saltare al legame non occupato. Il moto risultante degli stati vacanti  $e^-$  e' opposto a quello degli  $e^-$ , e viene assimilato a moto di cariche positive.

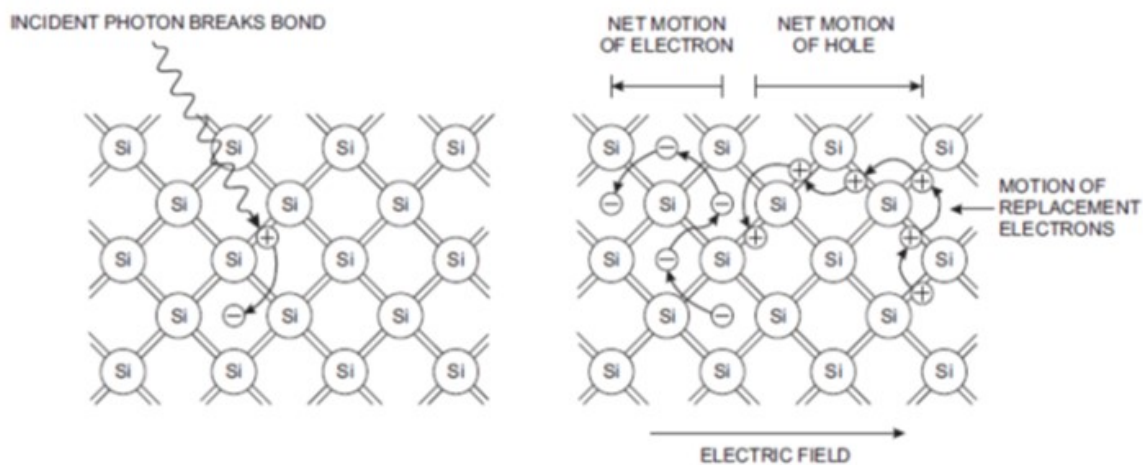


Figura 9: Struttura cristallina del Silicio, visualizzata in 2D: ogni legame  $e^-$  e' formato da due  $e^-$ , che appartengono ognuno a un atomo. Una particella incidente (o l'energia termica) puo' liberare un  $e^-$  rompendo un legame, e creando un  $e^-$  quasi libero disponibile a formare una corrente sotto l'azione di un campo elettrico. Il sito rimasto vacante, ovvero la lacuna, puo' essere occupata da un altro  $e^-$  che a sua volta lascerà un altro sito vacante. Il processo si ripete, creando una corrente di lacune, in senso opposto a quello degli  $e^-$ .

## 2.3 I semiconduttori intrinseci

### 2.3.1 Densita' degli stati

E' importante conoscere la densita' di stati possibili in un solido per poter calcolare in seguito le correnti di portatori di carica che useremo per trattare i semiconduttori nei vari regimi di funzionamento. La densita' di stati e' definita come il numero di stati disponibili (in banda di conduzione per gli  $e^-$  e in banda di valenza per le lacune  $h^+$ ) per unita' di volume e di energia. Anche se il modello a bande ammette una distribuzione continua nelle due bande, il numero di livelli disponibili per unita' di energia in un volume finito e' limitato dal principio di esclusione.



Dalla fisica quantistica otteniamo che la densita' di stati  $g_c(E)$  e  $g_v(E)$  per unita' di energia per le bande di conduzione e valenza rispettivamente sono:

$$g_c(E) = \frac{dN_c}{dE} = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*)^{3/2} \sqrt{E - E_c} \quad (14)$$

e considerando che l'asse dell'energia e' invertita per le lacune:

$$g_v(E) = \frac{dN_v}{dE} = \frac{4\pi}{h^3} (2m_h^*)^{3/2} \sqrt{E_v - E} \quad (15)$$

In queste formule la massa efficace dell'e- e della lacuna nel semiconduttore e' definita come la massa che avrebbe un e- o una lacuna con lo stesso comportamento nel vuoto. La forma di tali distribuzioni compare nel secondo grafico da sinistre in Fig. 11.

### 2.3.2 Probabilita' di occupazione degli stati

Nei materiali semiconduttori puri, per ogni e- eccitato rimane una lacuna libera. Ovvero il numero  $n$  di e- in banda di conduzione e' uguale al numero  $p$  di lacune nella banda di valenza. Essendo gli e- dei fermioni, in base a considerazioni di base sul modo in cui gli stati di energia permessa sono occupati da particelle soggette al principio di esclusione di Pauli si ottiene che la probabilita' di occupare uno stato con energia  $E$  e' dato dalla distribuzione di Fermi-Dirac:

$$f_e(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

ove  $E_F$  e' il livello di riferimento detto di Fermi, a cui e' associata un'energia detta di Fermi, per il quale la probabilita' di occupazione vale:

$$f_e(E_F) = \frac{1}{e^{(E_F-E_F)/kT} + 1} = 1/2$$

L'energia del livello di Fermi  $E_F$  rappresenta l'ipotetico livello di energia che all'equilibrio termodinamico avrebbe il 50 % di probabilita' di essere occupato da un elettrone in qualunque istante considerato. Se consideriamo un grafico della funzione (Fig. 10) vedremo che la  $f$  ha valori prossimi all'unita' per energie inferiori a  $E_f$ , mostrando che gli stati piu' bassi sono occupati per lo piu'. A energie piu' elevate ha valori piccolissimi, e pochi e- occupano gli stati ad alta energia. Proviamo a cambiare T: per valori nulli, la funzione si riduce a una funzione gradino uguale a 0 per  $E < E_f$  e 1 per  $E > E_f$ . Per T che cresce, la discesa da 1 a 0 si fara' sempre piu' graduale, cosa che si riflette nella possibilita' sempre piu' grande di avere stati non occupati nel limite superiore di banda di valenza e sempre piu' occupati nella banda di conduzione.

La distribuzione di probabilita' della non occupazione degli stati, ovvero della presenza di lacune negli stati, e'

$$f_h(E) = 1 - \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} = \frac{1}{e^{(E_F-E)/kT} + 1}$$

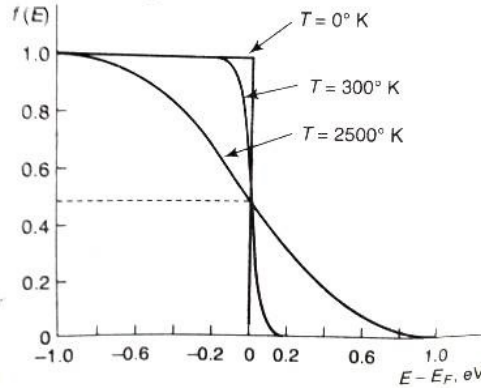


Figura 10: Distribuzione di Fermi-Dirac al variare della temperatura. A  $T=0$  K e' una funzione gradino, con transizione sempre piu' graduale man mano che la  $T$  cresce.

Se c'e' uguale concentrazione di e- e h+, come nel materiale semiconduttore intrinseco, allora  $f_e(\frac{E_c+E_v}{2}) = f_h(\frac{E_c+E_v}{2})$  e quindi  $E_F - \frac{E_c+E_v}{2} = \frac{E_c+E_v}{2} - E_F$  e  $E_F = \frac{E_c+E_v}{2}$  e il livello di Fermi e' proprio posto a meta' dell'intervallo proibito.

Con un esercizio semplice possiamo calcolare la probabilita' che un e- occupi uno stato della banda di conduzione nel silicio a 300 K per sola energia termica e' circa  $4.4 \cdot 10^{-10}$ . Piccola, ma non trascurabile se si tiene in conto la concentrazione di portatori nel silicio intrinseco e' circa  $1.45 \cdot 10^{10}/cm^3$ . In effetti sappiamo che il silicio intrinseco ha una restivi

La distribuzione di F-D non rappresenta da sola la popolazione di e- ad una certa energia. Dalla fisica quantistica abbiamo pero' la densita' di stati disponibili in funzione dell'energia  $g(E)$ , che abbiamo trattato nel paragrafo 2.3.1. La distribuzione degli e- in funzione dell'energia si ottiene dal prodotto della densita di stati permessi in un piccolo intervallo di energia per la probabilita' che questi stati siano occupati. La densita' totale di elettoni  $n$  nella banda si ottiene poi integrando sull'energia, su tutta la banda di conduzione:

$$n = \int_{bc} f_e(E)g_c(E)dE$$

e analogamente per la densita' di lacune  $p$ , integrando sulla banda di valenza:

$$p = \int_{bv} f_h(E)g_v(E)dE$$

come mostrato in Fig. 11.

Se la distanza tra  $E_F$  e il minimo della BC e' abbastanza grande ( $(E_c - E_F) \gg kT$ ) si puo' usare una formulazione statistica semplificata dal punto di vista matematico, che vale anche per particelle che non osservano il principio di Pauli. Questo e' compatibile con l'assunzione che gli e- in banda di conduzione siano in numero molto ristretto in confronto al numero di stati disponibili, per cui il principio di esclusione non ha alcun effetto. Si tratta della distribuzione di Maxwell-Boltzmann, secondo la quale:

$$f_e(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \approx e^{-\frac{(E-E_F)}{kT}}$$

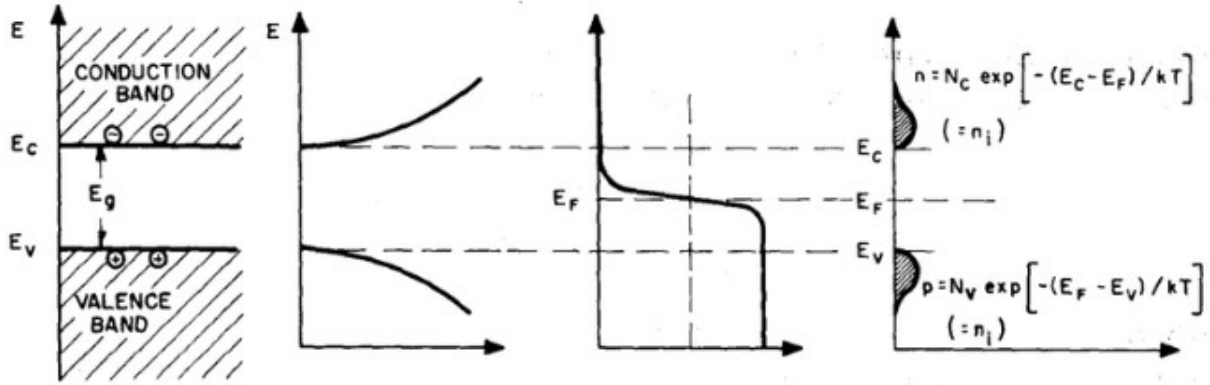


Figura 11: Semiconduttore intrinseco: struttura a bande, densita' degli stati disponibili, distribuzione di probabilita' dell'occupazione degli stati, distribuzione risultante degli stati occupati.

Inserendo tale definizione nell'integrale precedente otteniamo dopo numerose approssimazioni:

$$n = N_c e^{-\frac{(E_c - E_F)}{kT}} \quad (16)$$

con  $N_c$  densita' efficace di stati al bordo inferiore della banda di conduzione. Per definizione esso rappresenta tutti gli stati della banda di conduzione ma concentrati all'energia  $E_c$ .

Allo stesso modo si puo' procedere per la concentrazione di lacune:

$$p = N_v e^{-\frac{(E_F - E_v)}{kT}} \quad (17)$$

con tutti gli stati della banda di valenza concentrati all'energia  $E_v$  nella densita' efficace  $N_v$ .

Le quantita'  $N_c$  e  $N_v$  sono date da:

$$N_c = 2 \left( \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \propto T^{3/2} \quad (18)$$

e

$$N_v = 2 \left( \frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \propto T^{3/2} \quad (19)$$

A parte la lieve differenza tra  $m_n^*$  e  $m_p^*$  che non trattiamo,  $N_c \simeq N_v$ . Siccome  $n = p$ , avro che  $(E_c - E_F) \simeq (E_F - E_v)$  e quindi  $E_F \simeq (E_c + E_v)/2$  come avevamo gia' visto: il livello di Fermi intrinseco sta a meta' della banda proibita. Possiamo rinominarlo con il pedice  $i$  a indicare *intrinseco*:  $E_i$ .

## 2.4 I semiconduttori drogati (o *estrinseci*)

Un materiale semiconduttore puro e' per definizione globalmente neutro, e per ogni e- che passa dalla BV alla BC, c'e' una lacuna corrispondente che si libera in BV. La concentrazione  $n$  di e- nella banda di conduzione, che sono poi i portatori di carica negativi, e' uguale alla

concentrazione  $p$  di lacune nella banda di valenza. Questo materiale e' chiamato *intrinseco*, e le sue concentrazioni vengono chiamate  $n_i$  e  $p_i$  rispettivamente.

Il metodo di efficiente per controllare il numero di portatori di carica in un semiconduttore e' l'introduzione di impurita' per sostituzione degli atomi del cristallo con atomi di gruppi diversi (terzo e quinto), come schematizzato in Fig. 12.

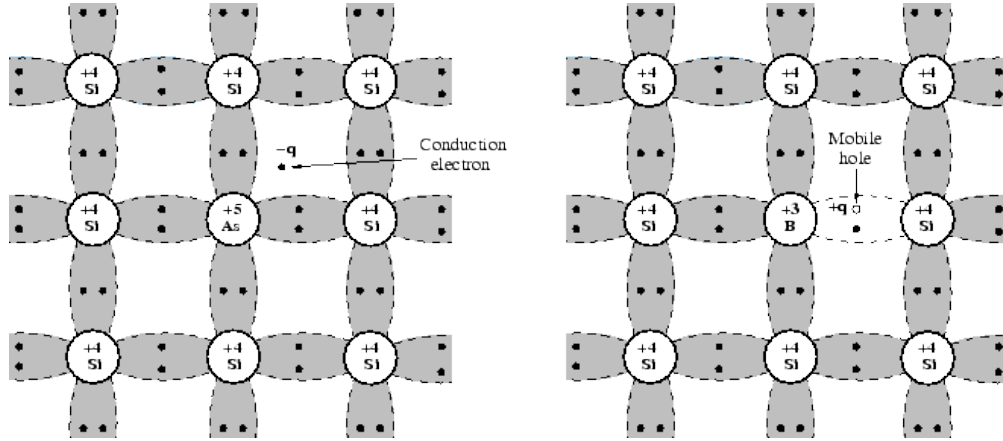


Figura 12: Schema bidimensionale della struttura cristallina del silicio in cui e' stato sostituito un atomo con uno di Arsenio (gruppo 5) a *sinistra*, e uno di Boro (gruppo 3) a *destra*. Compaiono rispettivamente un e- e una lacuna relativamente liberi di muoversi, lasciando cosi' un atomo ionizzato nel cristallo.

**n-type - Donori** Il fosforo (P) ha 5 elettroni di valenza, di cui 4 saranno impiegati nei legami con gli atomi di silicio (Si) nel cristallo, e uno e' solo debolmente legato al suo atomo di appartenenza a causa della carica positiva in eccesso nel nucleo, ma non forma legame covalente, ed e' considerato libero di muoversi nel momento in cui gli viene fornita una piccola quantita' di energia.

L'energia richiesta per rompere il legame del quinto elettrone e' data dal potenziale coulombiano effettivo originato dal nucleo dell'atomo donatore: l'e- e' attratto dalla singola carica netta del nucleo del donatore schermata dagli effetti di polarizzazione del mezzo circostante composto da atomi di silicio.

Teoricamente, l'energia di legame risulta:

$$E = \frac{m_n^* q^4}{8\epsilon_0^2 \epsilon_{rs}^2 h^2} = \frac{13.6 m_n^*}{\epsilon_{rs}^2 m_0} eV \quad (20)$$

con  $\epsilon_{rs}$  costante dielettrica relativa del semiconduttore e  $m_n^*$  e' la massa efficace dell'elettrone nella banda di conduzione, che tiene conto delle interazioni quantistiche tra il reticolo cristallino e l'elettrone in movimento. Nel silicio,  $\epsilon_{rs} = 11.7$  e  $m_n^* = 1.1 m_0$ . Il risultato e'  $E = 0.1 eV$ .

Tale energia e' stata calcolata in maniera piu' accurata e poi misurata, e per un fosforo nel silicio il livello di tale elettrone in eccesso e'  $\sim 0.044 eV$  sotto il limite inferiore delle BC e rappresenta circa il 5% di  $E_g$ . E' molto facile per un e- in questo stato energetico raggiungere la BC ed essere trasportato.

La densita' volumica di donatori, ovvero il numero di atomi droganti per unita' di volume ( $cm^3$ ) e' indicata con  $N_d$ . Un e- di un donatore passa anche a bassa temperatura in BC, lasciando non una lacuna nei legami covalenti del reticolo, ma localmente uno ione positivo fisso nel cristallo. Se il drogaggio e' di soli donatori, allora i portatori di carica maggioritari saranno gli e-, mentre ci saranno solo poche lacune libere nella BC, quelle liberate per l'eccitazione degli e- del silicio che ci sarebbe anche nel silicio intrinseco.

Le cariche maggioritarie sono gli e- debolmente legati che sono passati in banda di conduzione senza lasciare una buca, lasciando solo un atomo ionizzato con carica fissa positiva nel sito nucleare corrispondente. I portatori di carica minoritaria sono solo le buche che possono crearsi da uno degli e- che rompendo un legame covalente si liberano dalla struttura di cui facevano parte. L'energia di legame per donori tipici e' dagli 0.044eV per fosforo a 0.049 per Arsenico e 0.039 per Antimonio. L'energia di legame cosi' bassa fa si' che sia piu' probabile che il legame a bassa energia che connette il quinto e- al donore sia rotto piu' facilmente dei legami del silicio.

Ci si puo' domandare qual e' la probabilita' di transizione da tale stato posto nella banda proibita del Silicio, poco sotto  $E_c$  : quello stato e' lo stato di un e- debolmente legato all'atomo di P. Per condurre deve passare in banda di conduzione. Ci si puo' chiedere: qual e' la probabilita' di non ionizzazione? Ovvero che l'e- stia nel suo sito? Ovviamente il complementare sara' la probabilita' di ionizzazione.

**p-type - Accettori** Allo stesso modo, aggiungendo per sostituzione un atomo del gruppo terzo, quale il boro, con 3 elettroni di valenza, uno dei legami covalenti col silicio sara' lasciato non saturato. Un altro e- da un legame vicino si puo' spostare per occuparlo, liberando un altro legame. L'assenza di legame si sposta.

Le cariche maggioritarie sono qui l'assenza di legame covalente portata dall'accettore, che generano uno stato non occupato con energia poco piu' alta del limite superiore della banda di valenza, a circa  $\sim 0.044eV$ , facilmente occupabili da e- della banda di valenza, lasciando un atomo ionizzato negativamente. Le cariche minoritarie sono gli e- che possono sempre staccarsi dagli atomi di silicio.

Si puo' ottenere un effetto molto utile accostando diverse densita' dei due tipi di portatori di carica: meccanicamente con due materiali diversi o drogati diversamente, oppure compensando il drogaggio di un tipo con il drogaggio di tipo opposto. Vista la limitata precisione nelle concentrazioni di drogaggio ottenute con le tecniche in uso, si preferisce differenziare di almeno 1 ordine di grandezza due drogaggi diversi perche' siano effettivi.

#### 2.4.1 Legge dell'azione di massa

In una situazione di equilibrio termodinamico ci sono fenomeni concorrenti che si equilibrano: per esempio e- che vengono liberati e e- che si ricombinano, o vibrazioni reticolari del cristallo che si trasferiscono all'energia degli e- e viceversa.

Ad una data temperatura si liberano e- lasciando sguarnite le buche. Il tasso di generazione delle coppie dipende dalla temperatura  $T$  ma non dal numero di portatori gia' presente, almeno in prima approssimazione:  $G = f_1(T)$  La velocita' di ricombinazione, ovvero per un e- libero di andare a occupare una lacuna e neutralizzarla, dipende dalla concentrazione di e- nella banda di conduzione e di lacune nella banda di valenza, e della temperatura.

$R = npf_2(T)$  All'equilibrio termodinamico, il tasso di generazione e quello di ricombinazione si equivalgono ( $f_1(T) = npf_2(T)$ ) e quindi il prodotto delle concentrazioni e' funzione della sola temperatura  $np = f_3(T)$ .

Per un semiconduttore intrinseco,  $n = p = n_i$  e dunque  $n_i^2 = f_3(T)$ . La concentrazione di portatori intrinseci dipende dalla  $T$ , sorgente di energia termica che eccita' i portatori attraverso l'intervallo proibito. Inoltre dipende da tale intervallo  $E_g$ , che appunto limita il passaggio di e-.

Si puo' scrivere

$$n_i^2 = N_v N_c \exp\left(\frac{-E_g}{kT}\right)$$

Per quanto  $N_v$  e  $N_c$  varino con la temperatura, la dipendenza e' molto piu' forte nell'esponenziale che domina. Nel caso del silicio, per ogni 8 K di aumento di temperatura sopra la temperatura ambiente, la concentrazione di portatori raddoppia (e come vedremo anche la corrente di buio, quella che esiste in assenza di eventi esterni).

Da quanto visto prima,

$$np = N_c N_v e^{\frac{-(E_c - E_F) - (E_F - E_v)}{kT}} = N_c N_v e^{\frac{-(E_c - E_v)}{kT}} = N_c N_v e^{\frac{-E_g}{kT}}$$

Poiche' la concentrazione di portatori intrinseci di un determinato semiconduttore e a una determinata  $T$  dipende solo da  $E_g$  caratteristica del semiconduttore e dalla  $T$ , il prodotto  $np = n_i^2$  non dipende dal drogaggio estrinseco, e quindi vale sia per gli intrinseci sia per i drogati. Intuitivamente, l'abbondanza dei portatori maggioritari fa si' che parte di essi vada a ricombinarsi con i portatori minoritari in modo da mantenere costante il loro prodotto.

**Semiconduttore drogato** Avendo sostituito una frazione degli atomi dell'elemento che forma il semiconduttore intrinseco con elementi di altri gruppi della tavola periodica, ho ottenuto un semiconduttore drogato. Dal punto di vista costruttivo, il silicio viene fabbricato come tipo n (o p), quindi con la presenza di donori (o accettori). Successivamente per creare una porzione drogata del tipo opposto, quindi p (o n), si aggiungono atomi di elementi diversi che saranno rispettivamente accettori (o donori). Quindi nella pratica un semiconduttore drogato puo' includere sia atomi *accettori* sia *donatori* (o *donori*), in concentrazioni indicate rispettivamente con  $N_A$  e  $N_D$ . Saro' il bilanciamento tra le due concentrazioni a determinare poi se si tratta di un s.c. di tipo P o N.

La concentrazione effettiva di drogaggio  $N_{eff}$  e' quindi la differenza tra concentrazioni di donori e accettori

$$\Delta N = N_{eff} = |N_D - N_A|$$

Dunque:

se  $N_D < N_A$  allora otteniamo un s.c. di tipo P,

se  $N_D > N_A$  allora otteniamo un s.c. di tipo N.

Potremmo per chiarezza quindi indicare con  $N_{Ap}$  e  $N_{Dp}$  le concentrazioni di accettori e donori nel materiale di tipo P, e con  $N_{An}$  e  $N_{Dn}$  le concentrazioni di accettori e donori nel materiale di tipo N.

Come vedremo in seguito, a livello pratico per un dato volume di s.c. drogato, avremo che una delle due concentrazioni di drogaggio è preponderante sull'altro, e la concentrazione minoritaria diventa trascurabile:

nel tipo P:  $N_{AP} \gg N_{DP}$  e quindi  $N_{eff} \approx N_{AP}$

nel tipo N:  $N_{DN} \gg N_{AN}$  e quindi  $N_{eff} \approx N_{DN}$

Nei s.c. drogati, per conservare la relazione tra le concentrazioni di carica (legge di azione di massa) e per rispettare la neutralità elettrica del sistema, il livello di Fermi si allontana dal centro del gap, avvicinandosi al limite superiore della banda di valenza  $E_V$  nel tipo P, e al limite inferiore della banda di conduzione  $E_C$  nel tipo N. In altre parole nel tipo P, se confrontato con il materiale intrinseco, ci sono più lacune libere di trasferirsi, quindi è più probabile che una lacuna venga portata in banda di valenza. Nel tipo N, sempre rispetto al materiale intrinseco, ci sono più  $e^-$  a disposizione, quindi è più probabile che un  $e^-$  salti nella banda di conduzione.

Nella zona in equilibrio ci sono cariche positive localizzate negli atomi donori e nelle buche portatrici, e cariche negative negli atomi accettori e negli e- portatori. Se c'è neutralità di carica in una regione dove tutti gli atomi donori e accettori sono stati ionizzati, allora

$$N_d + p = N_a + n$$

Applicando la legge di azione di massa avremo che

$$n - \frac{n_i^2}{n} = N_d - N_a$$

che si può risolvere per la concentrazione di elettroni n:

$$n = \frac{N_d - N_a}{2} + \left[ \left( \frac{N_d - N_a}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2}$$

In un s.c. di tipo n  $N_d > N_a$ . La concentrazione di e- dipende dall'eccesso netto di donori e accettori ionizzati, Quindi un tipo-p che contiene  $N_a$  accettori può essere convertito in tipo-n impiantando un eccesso di donori tale che  $N_d > N_a$ .

Per il silicio a temperatura ambiente,  $n_i = 1.45 \times 10^{10} cm^{-3}$  mentre la densità efficace tipica di donori nel tipo n è tipicamente almeno  $n_i = 10^{15} cm^{-3}$ .

Quindi  $N_d - N_a \gg n_i$  e  $n \sim (N_d - N_a)$ . Di conseguenza

$$p = \frac{n_i^2}{n} \sim \frac{n_i^2}{N_d - N_a}$$

Con tali valori per  $N_{eff}$  otteniamo quindi  $p = 2 \times 10^5 cm^{-3}$ , ovvero 10 ordini di grandezza più piccola della popolazione di portatori maggioritari.

Dall'integrazione del prodotto di funzione di distribuzione e densità di stati già vista per l'intrinseco, possiamo allo stesso modo derivare la formula per la concentrazione di portatori. Per un materiale di tipo n non molto drogato, non essendoci molti stati occupati tra quelli consentiti in banda di conduzione, il livello di Fermi  $E_f$  è abbastanza lontano dal

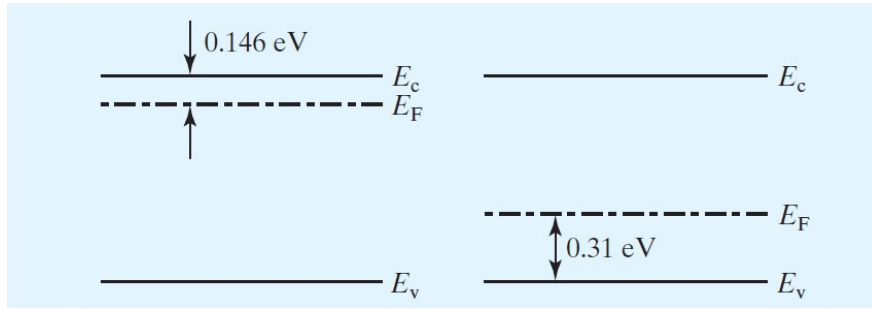


Figura 13: Posizione del livello di Fermi nel silicio estrinseco, drogato con  $n = 10^{17} \text{cm}^{-3}$  a sinistra, e con  $p = 10^{14} \text{cm}^{-3}$  a destra.

limite inferiore della banda di conduzione  $E_C$ , ovvero  $(E_C - E_f) \gg kT$ , e la funzione di distribuzione di Fermi si riduce alla piu' semplice distribuzione di Maxwell-Boltzmann.

La visualizzazione usata per l'intrinseco, si puo' ora riproporre per il silicio drogato  $n$  e  $p$  (Fig. 14).

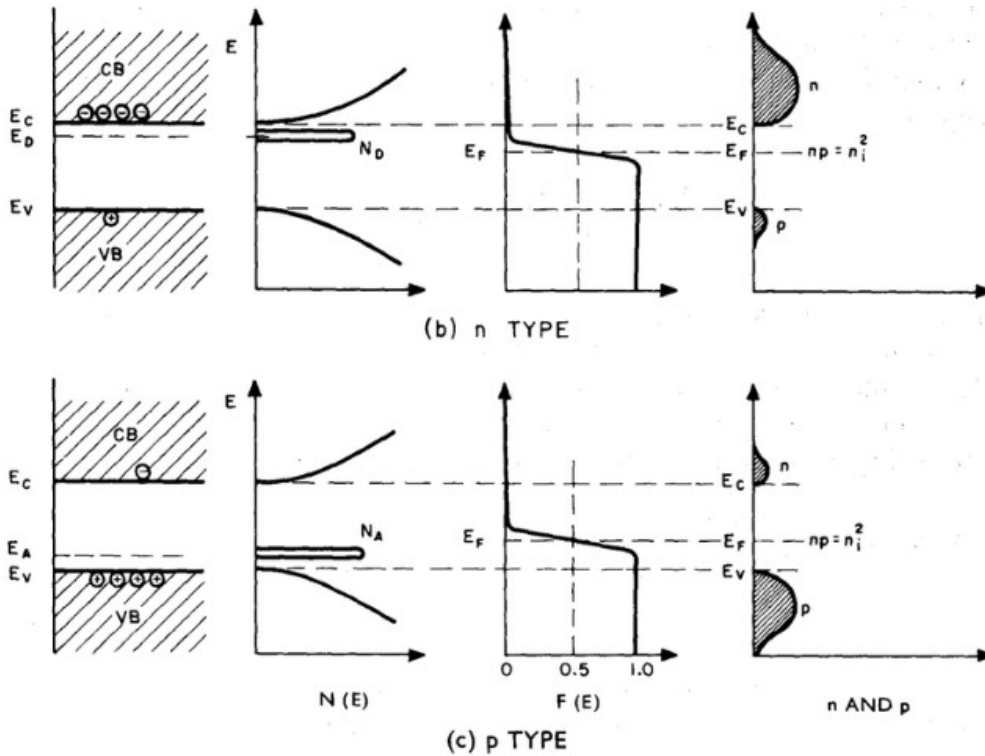


Figura 14: Semiconduttore estrinseco o drogato ( $n$  in alto,  $p$  in basso): struttura a bande, densita' degli stati disponibili, distribuzione di probabilita' dell'occupazione degli stati, distribuzione risultante degli stati occupati.

La concentrazione di portatori nella banda di conduzione per un silicio  $n$  moderatamente drogato e' quindi:



$$n = N_c \exp \left[ \frac{-(E_c - E_f)}{kT} \right]$$

Per un materiale di tipo p moderatamente drogato, la concentrazione di portatori lacune nella banda di valenza e'

$$p = N_v \exp \left[ \frac{-(E_f - E_v)}{kT} \right]$$

ove  $E_f$  e' il livello di Fermi nel materiale estrinseco.

Se nel s.c. intrinseco

$$n_i = N_c \exp \left[ \frac{-(E_c - E_i)}{kT} \right] = N_v \exp \left[ \frac{-(E_i - E_v)}{kT} \right]$$

in un s.c. estrinseco, ovvero drogato, possiamo scrivere allo stesso modo per il materiale moderatamente drogato  $n$ , la concentrazione dei portatori di carica maggioritari, ovvero gli e-, e':

$$n = n_i \exp \left[ \frac{-(E_i - E_f)}{kT} \right] = n_i \exp \frac{q\phi_n}{kT}$$

e per quello debolmente drogato  $p$ , la concentrazione di portatori maggioritari (lacune) e':

$$p = n_i \exp \left[ \frac{-(E_f - E_i)}{kT} \right] = n_i \exp \frac{q\phi_p}{kT}$$

ove ho ridefinito la differenza tra livelli energetici come il potenziale associato a tale energia per la carica  $q$  nel caso di concentrazioni  $n$  e  $p$ :  $q\phi_n = E_f - E_i$  e  $q\phi_p = E_i - E_f$ .

Quindi l'energia di separazione tra il livello di Fermi e il livello di Fermi intrinseco e' una misura della deviazione del materiale rispetto all'intrinseco. Visto che  $E_f > E_i$  in un s.c. di tipo  $N$ ,  $n > n_i > p$ .

Dal rapporto tra concentrazione intrinseca e estrinseca otteniamo:

$$\frac{q\phi_n}{kT} = \ln \frac{n}{n_i}$$

$$\frac{q\phi_p}{kT} = \ln \frac{p}{n_i}$$

Questi torneranno utili quando faremo interagire i due tipi di materiale.

Quando il semiconduttore contiene un drogaggio molto alto, con concentrazioni  $N_a$  vicina a  $N_V$  o  $N_D$  vicina a  $N_C$  (per esempio  $10^{19} \text{cm}^{-3}$  per il Si) allora non possiamo ignorare le limitazioni imposte dal principio di esclusione di Pauli. La Fermi-Dirac allora non si puo' approssimare da M-B e le equazioni per  $n$  e  $p$  non sono piu' valide. Per concentrazioni che superano gli stati sul fondo della banda, si parla di s.c. degenerati perche' il livello di Fermi ricade nelle bande.

**Semiconduttore fuori dall'equilibrio** Abbiamo visto come i livelli di Fermi derivi dalla statistica di un insieme di e- all'equilibrio termodinamico. Esso puo' essere disturbato da radiazione incidente o da una polarizzazione applicata a una giunzione di materiali p ed n. In questi casi, una delle concentrazioni di portatori, o entrambe, viene temporaneamente turbata e dunque i livelli di Fermi relativi ai due tipi di portatore varia rispetto a quello all'equilibrio. Per descrivere il sistema in questa situazione si considerano i quasi-livelli di Fermi. I quasi-livelli di Fermi si definiscono per conservare le relazioni tra concentrazione di intrinseci e le concentrazioni di e' e lacune in condizioni di non equilibrio.

Possiamo definire il quasi-potenziale (e il quasi-livello di Fermi) per gli elettroni  $\phi_{fn} = -E_{fn}/q$  e per le lacune  $\phi_{fp} = -E_{fp}/q$  in condizioni di non equilibrio con le seguenti relazioni.

Per gli e-:

$$E_{fn} = E_i + kT \ln(n_i/n)$$

e in termini di potenziale:

$$\phi_{fn} = \phi_i - \frac{kT}{q} \ln(n/n_i)$$

Per le lacune:

$$E_{fp} = E_i - kT \ln(n_i/p)$$

e in termini di potenziale:

$$\phi_{fp} = \phi_i + \frac{kT}{q} \ln(p/n_i)$$

Vediamo che in condizioni di non-equilibrio  $np$  e' diverso da  $n_i^2$ , e' invece una funzione della separazione tra i due quasi-livelli di Fermi.

Si puo' ottenere dunque:

$$np = n_i^2 \exp [(E_{fn} - E_{fp})/kT]$$

la separazione e' una misura della deviazione dall'equilibrio termodinamico delle popolazioni dei portatori liberi, e diventa identicamente nulla all'equilibrio.

Grandezza	unita'	Si	Ge	GaAs
Densita' atomica	$cm^{-3}$	$5.0 \times 10^{22}$	$4.22 \times 10^{22}$	$2.21 \times 10^{22}$
$E_g$ (300K)	eV	1.21	0.66	1.4-1.9
$E_g$ (4.4K)	eV	1.21	0.74	1.52
$m_n^*$ (en. legame)	$m_e$	1.08	0.55	0.068
$m_n^*$ (condutt.)	$m_e$	0.26	0.12	0.068
$m_p^*$ (en. legame)	$m_e$	0.81	0.3	0.5
$m_p^*$ (condutt.)	$m_e$	0.386	0.3	0.5
$N_c$	$cm^{-3}$	$2.8 \times 10^{19}$	$1.04 \times 10^{19}$	$4.7 \times 10^{17}$
$N_v$	$cm^{-3}$	$1.04 \times 10^{19}$	$6 \times 10^{18}$	$7 \times 10^{18}$
$n_i$	$cm^{-3}$	$1.45 \times 10^{10}$	$2.4 \times 10^{13}$	$9 \times 10^6$

Tabella 1: Quantita' tipiche per alcuni parametri caratteristici a T = 300 K per tre materiali semiconduttori comuni

## 2.5 Correnti: il trasporto dei portatori

I semiconduttori all'equilibrio sono corpi di carica complessivamente neutra, senza applicazione di potenziali esterni e dopo aver atteso un periodo di stabilizzazione abbastanza lungo da raggiungere l'equilibrio. I portatori sono particelle quasi libere, cioè non associate ad alcuna particolare posizione reticolare ma comunque soggetti alle forze esercitate dal cristallo. Per questo si possono modellizzare come particelle dotate di una massa efficace minore di quella dell'e- che si muova nel vuoto, per tener conto di tali forze agenti invece nel semiconduttore. Nel silicio a  $T = 300\text{ K}$  tale massa diventa  $m^* = 0.26 m_0$  ove  $m_0$  è la massa a riposo dell'e-.

Per la meccanica statistica, e' e lacune sono dotati di energia termica tipica delle particelle classiche libere, cioè  $\frac{1}{2}kT$  unita' di energia per gradi di liberta', con  $k = 8.6 \times 10^{-5} eV/K$  costante di Boltzmann, e  $T$  temperatura assoluta.

$$\frac{1}{2}m_n^*v_{th}^2 = \frac{3}{2}kT$$

(con velocità termica  $v_{termica} \simeq 10^7 cm/s$ ). La velocità quadratica media rimarrà quindi legata alla Temperatura approssimativamente da tale relazione.

Gli elettroni qui considerati sono in movimento attraverso il reticolo con velocità con direzione distribuita aleatoriamente, e soggetti a urti con il reticolo e con gli altri e-. Il moto è completamente casuale all'equilibrio termodinamico, la corrente risultante in ogni direzione è nulla. Gli urti con il reticolo provocano un trasferimento di energia tra e' e nuclei atomici. Tra due urti, il tempo medio sulla popolazione di e- è  $\tau_{cn}$ .

In questa situazione, convivono due fenomeni legati al movimento delle cariche: *deriva* (nel caso ci sia un campo elettrico nel materiale) e *diffusione*.

**Deriva** In caso di applicazione dall'esterno di campi elettrici, i portatori di carica si muovono per *deriva* (*drift*). In questo caso il loro movimento netto è dovuto all'accelerazione che essi subiscono dal campo elettrico tra una collisione casuale e la prossima, e segue la direzione imposta dal campo elettrico  $E$ . Nel modello che stiamo seguendo, si assume che tutto l'impulso acquisito dalla particella per azione della forza del campo elettrico tra una collisione e l'altra (impulso è forza x tempo) sia trasferito al reticolo al momento dell'urto. La particella è quindi soggetta a continue accelerazioni. Questa trattazione intuitiva fa anche capire come la velocità dipenda linearmente dal campo elettrico fino a un certo limite, ma poi saturi a un massimo per campi elettrici molto intensi. Quindi dopo un urto, con forza agente su e- pari a  $-qE$  il momento acquisito è  $m_n^*v_d$ , quindi

$$-qE\tau_{cn} = m_n^*v_d$$

da cui deriva la proporzionalità tra la velocità di deriva e il campo elettrico applicato:

$$v_d = -\frac{qE\tau_{cn}}{m_n^*}$$

Tale fattore di proporzionalità è la *mobilità* per gli e-:

$$\mu_n = \frac{q\tau_{cn}}{m_n^*}$$

e per le lacune:

$$\mu_p = \frac{q\tau_{cp}}{m_p^*}$$

Come si vede le mobilita' dipendono dal tempo medio tra collisioni e dalla massa efficace.

La velocita' media di deriva del portatore si ottiene da

$$\mathbf{v}_n = -\mu_n \mathbf{E}$$

$$\mathbf{v}_p = \mu_p \mathbf{E}$$

e il prodotto della carica per la concentrazione di portatori per tale velocita' ci dara' la corrente  $J_{ndrift} = -qnv_n$  e  $J_{pdrift} = qpv_p$ . Queste relazioni valgono per campi piccoli abbastanza perche' il cambio in velocita' dovuto all'accelerazione del campo elettrico e' piccolo rispetto alla velocita' termica e il tempo di collisione medio e' indipendente dal campo elettrico. Per campi molto alti, ove le energie dei portatori diventano molto alte rispetto all'energia termica, si osserva una deviazione importante rispetto alla linearita', finche' le velocita' di deriva diventano indipendenti dal campo elettrico a un valore di saturazione (Fig. 15).

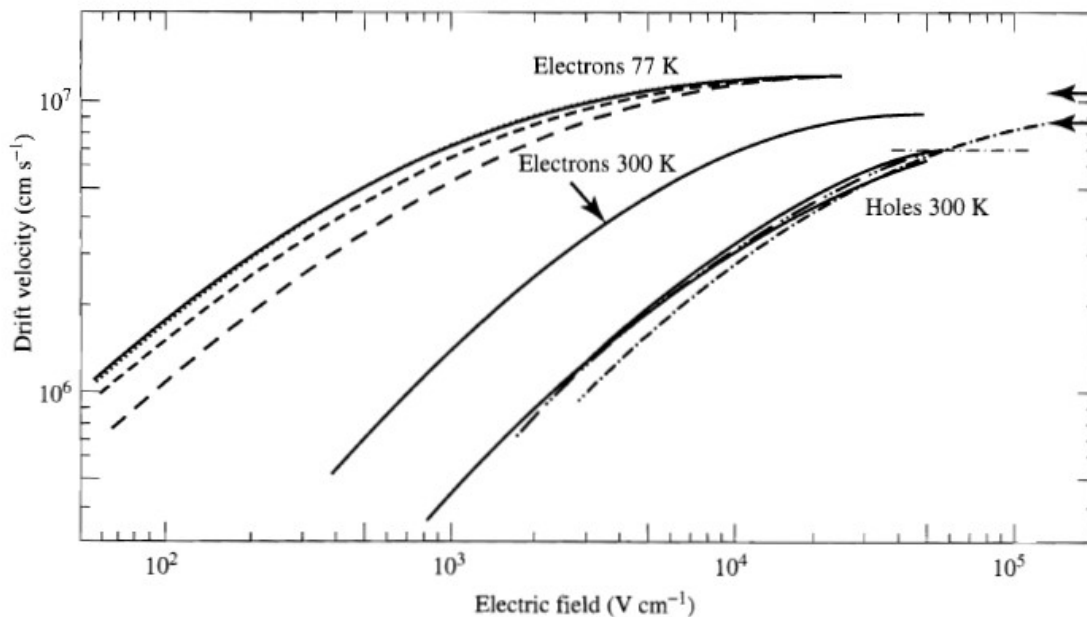


Figura 15: Andamento della velocita' di deriva in funzione del campo elettrico applicato. Si noti la saturazione della velocita' per campi piu' intensi di  $10^3 V/cm$  per gli elettroni, e di  $10^4 V/cm$  per le buche.

Le mobilita' di elettroni e buche  $\mu_n$  e  $\mu_p$  sono dipendenti dalla temperatura e dalla concentrazione di drogaggio, visto che risentono delle collisioni con le imperfezioni del reticolo, a causa di vibrazioni termiche, difetti del cristallo e atomi di drogaggio. A una data temperatura, noi considereremo la mobilita' di elettroni e buche come costanti.

Precisiamo che le cause di distorsioni del reticolo, che se perfettamente periodico e in stato stazionario non dovrebbe diffondere i portatori, sono dovuti a piu' meccanismi, e il tempo

medio, e le mobilita', che dipendono direttamente dal tempo medio di cammino libero, sono dominate dal fenomeno con tempo di cammino libero piu' piccolo.

Possiamo riassumere i meccanismi di diffusione cosi':

- Vibrazioni del reticolo: a temperature maggiori dello zero assoluto il reticolo vibra, producendo delle distorsioni nel campo visto dagli elettroni, che si puo' rappresentare con interazioni con pseudo-particelle a energia quantizzata dette *fononi* (0.063 eV di energia minima scambiata). Se questo meccanismo prevale, la mobilita' ha una dipendenza del tipo  $\approx T^{-n}$  dalla temperatura, con  $1.5 < n < 2.5$
- Atomii droganti, impurita' e imperfezioni del cristallo: queste entita' diventano centri di diffusione che modificano il campo percepito dagli elettroni. Se questo meccanismo prevale, la mobilita' ha una dipendenza diretta dalla temperatura  $\approx T$ . Per alte temperature questo meccanismo diventa meno importante in quanto gli e- riescono ad essere abbastanza veloci da non percepire la loro presenza.

L'andamento della mobilita' con la temperatura ha dunque un massimo, che coincide con il meccanismo di vibrazione del reticolo che prende il sopravvento con il meccanismo di centri droganti di diffusione (Fig. 17). La dipendenza della mobilita' dal drogaggio mette in evidenza come essa sia sensibile alla concentrazione di drogaggio solo per  $N > 10^{15}$ , ove il meccanismo dei centri di diffusione comincia a prevalere, ed e' costante al di sotto di tale valore (Fig. 16).

Per queste ragioni la mobilita' ha un massimo in funzione della temperatura, e invece tende a saturare per campi molto intensi.

**Diffusione** Ove esiste una distribuzione inhomogenea di portatori liberi di carica in un semiconduttore, trascurando ora tutti gli effetti del campo elettrico, le cariche mostreranno uno spostamento netto dalla regione con distribuzione piu' alta a quella con distribuzione piu' bassa. Nonostante ogni singola carica abbia spostamento medio nullo in assenza di campo elettrico, la probabilita' del movimento in questo senso e' piu' alta di quella in senso opposto, visto che ci sono piu' cariche che ne hanno possibilita'. Questo effetto e' chiamato **diffusione** (*diffusion*) e porta a uno smussamento della distribuzione di carica. Matematicamente la diffusione e' descritta dal prodotto di una costante di diffusione  $D_n, D_p$  per il gradiente di concentrazione  $\nabla n, \nabla p$ , che danno luogo a un flusso di cariche:

$$\mathbf{F}_n = -D_n \nabla n$$

$$\mathbf{F}_p = -D_p \nabla p.$$

Il flusso di portatori moltiplicato per la carica del portatore e' una corrente:  $J_{ndiff} = -qF_n$  e  $J_{pdiff} = qF_p$ .

Questo contributo alla corrente non e' normalmente importante nei metalli, a causa dell'alta conducibilita'. Per i semiconduttori, invece, vista la debole conducibilita' e la disuniformita' di densita' di portatori e delle loro energie, essa e' determinante ai fini della conduzione.

Se ci mettiamo in un sistema semplificato in cui la concentrazione di portatori varia solo lungo una coordinata, per esempio  $x$ , e assumiamo che non ci sia ne' campo elettrico

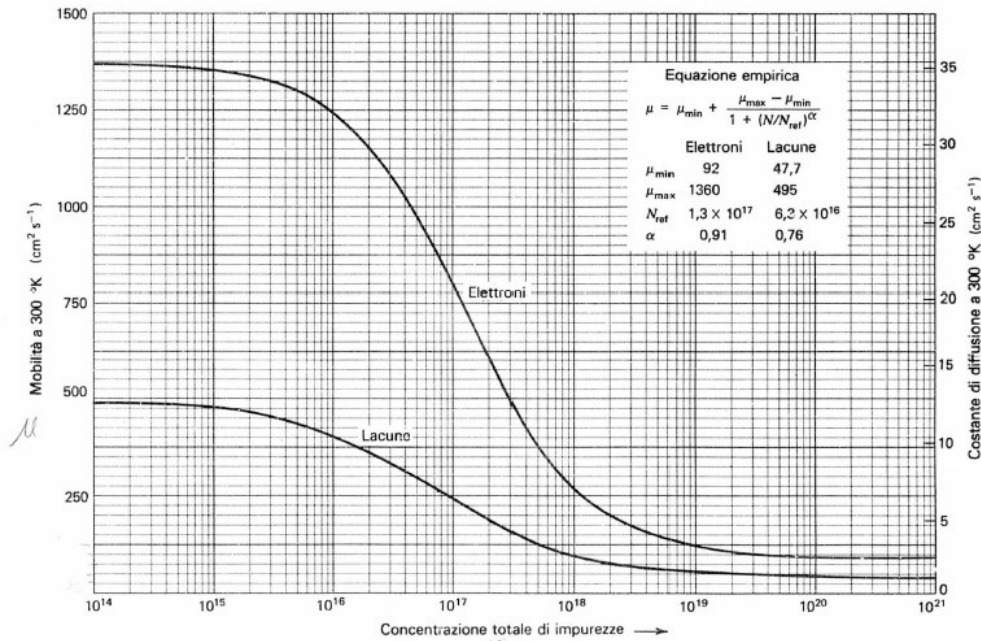


Figura 16: Mobilita' nel silicio a 300 K per elettroni e lacune. Si noti come a concentrazioni di drogaggio  $N < 10^{15}$  la mobilita' non varia col drogaggio, in quanto prevalgono meccanismi di perdita di energia per interazione con le vibrazioni del reticolo. A concentrazioni piu' alte, prevale l'interazione con i centri di diffusione di drogaggio, e quindi la mobilita' scende al crescere della concentrazione.

applicato ne' disuniformita' nella temperatura e quindi nell'energia media degli e-, l'unica variabile e'  $n(x)$ . Il movimento termico e' casuale. Se prendiamo un piano di riferimento a  $x=0$ , per intervalli di tempo pari al tempo medio di dispersione  $\tau$ , gli e- che lo attraversano sono partiti da una coordinata  $x = -l$  con  $l$  cammino libero medio, dato da  $l = v_{th}\tau_{cn}$ , sono:  $\frac{1}{2}n(-l)v_{th}$  perche' se solo  $x$  e' la direzione di movimento casuale, meta' si saranno mossi avanti e meta' indietro. Allo stesso modo, da destra verso sinistra lo avranno attraversato in  $\frac{1}{2}n(l)v_{th}$  creando un flusso risultante  $F = \frac{1}{2}v_{th}[n(-l) - n(l)]$  ovvero, prendendo lo sviluppo in serie di Taylor, si riduce a  $F = -v_{th}l \frac{dn}{dx}$ . Se moltiplichiamo per la carica negativa, avro' che

$$J_n = -qF = qlv_{th} \frac{dn}{dx}$$

La corrente di diffusione e' proporzionale alla derivata spaziale della densita' di elettroni e sorge a causa di un gradiente di concentrazione. Per una densita' di e- che aumenta con  $x$ , il gradiente e' positivo, come la densita' di corrente. Gli e- fluiranno in realta' dalla zona a piu' alta concentrazione verso quella a minore concentrazione, e visto che per convenzione la corrente e' nel verso opposto a quello degli e-, il segno piu' nella densita' di corrente risulta fisicamente corretto.

Applicando il teorema di equipartizione dell'energia in una dimensione,  $\frac{1}{2}m_n^*v_t^2 = \frac{1}{2}kT$ , utilizzando la definizione di mobilita'

$$\mu_n = \frac{q\tau_{cn}}{m_n^*}$$

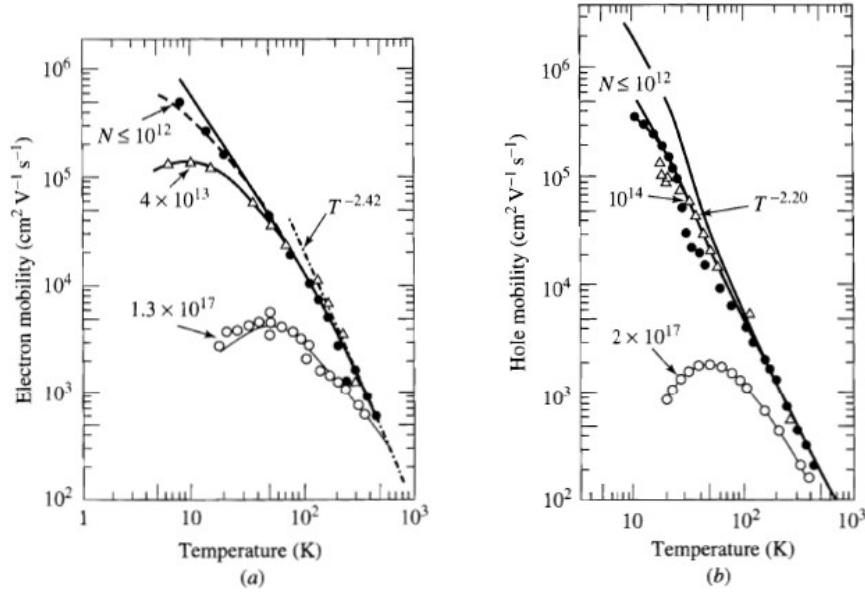


Figura 17: Andamento della mobilita' in funzione della temperatura per elettroni e buche con varie concentrazioni di drogaggio. Si noti come il prevalere di un determinato meccanismo a temperature diverse faccia prevalere un andamento crescente o decrescente, che risulta in un punto di massimo. Si noti anche come per concentrazioni piu' elevate tale punto di massimo si sposti a temperature piu' elevate.

e di cammino libero medio

$$l = v_t \tau_{cn}$$

otteniamo dunque:

$$J_n = q \left( \frac{kT}{q} \mu_n \right) \frac{dn}{dx} = q D_n \frac{dn}{dx}$$

ove ho definito questa costante di Diffusione:

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n$$

che si vede proporzionale alla mobilita'. Tale relazione, derivata in questo contesto in maniera intuitiva, e' detta relazione di Einstein, mette in relazione le due quantita' importanti dei moti di deriva e di diffusione, e puo' essere derivata rigorosamente dalla meccanica statistica dei solidi.

Se aggiungessimo un campo elettrico  $E_x$  in direzione  $x$ , la densita' di corrente totale diventa:

$$J_n = q \mu_n n E_x + q D_n \frac{dn}{dx}$$

Corrente di deriva e' diretta in senso positivo (movimento negativo di cariche negative) e quella di diffusione anche, come gia' detto da zona ad alta concentrazione verso bassa concentrazione e cariche negative.

Per le lacune il discorso e' il medesimo, con la relazione di Einstein ancora valida:

$$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p$$

e la densita' di corrente:

$$J_p = q\mu_p p E_x - qD_p \frac{dp}{dx}$$

Qui la corrente di deriva di cariche positive nel senso del campo elettrico da' segno positivo, e la corrente di diffusione e' in segno contrario contando la carica positiva opposta al verso del moto di diffusione per gradiente che sempre aumenta con  $x$ . Invece del gradiente di concentrazione, si puo' avere lo stesso effetto con concentrazione costante ma con portatori piu' energetici da una parte rispetto a un'altra.

**Giunzione pn** Quando abbiamo i due tipi di semiconduttore conviventi nella stessa struttura (la *giunzione pn*), ci riferiamo generalmente alla concentrazione di accettori nel tipo P con  $N_A$ , e alla concentrazione effettiva di donori nel tipo N con  $N_D$ , visto che esse ne costituiscono le rispettive concentrazioni effettive. Per raggiungere l'equilibrio del sistema, le bande di energia si modificano in modo che il livello di Fermi del materiale drogato rimanga costante, mentre i limiti delle bande di valenza e conduzione si distorcono per mantenere le rispettive strutture invariate. Questo "dislivello" che si forma tra  $E_{C_p}$  e  $E_{C_n}$  equivale a una barriera di potenziale che gli  $e^-$  della  $BC$  del tipo N devono superare per potersi spostare nella  $BC$  del tipo P. Come sappiamo, la concentrazione dei portatori dipende dall'energia di Fermi dei materiali secondo le equazioni: È conveniente esprimere tali equazioni in termini dell'energia di Fermi del materiale intrinseco  $E_i$ , in modo da ritrovare un'equazione a noi nota, ovvero quella che esprime la concentrazione dei portatori di carica del materiale intrinseco in funzione dell'energia di Fermi, e tenere conto esplicitamente solo dello spostamento dell'energia di Fermi effettiva del materiale drogato rispetto a tale riferimento teorico. Tale dislivello in energia (diviso per la carica elementare) è anche chiamato potenziale di contatto o *built-in*, e viene indicato con  $V_{bi}$ . E' possibile ricavare la formula che descrive il potenziale elettrico lungo il materiale grazie all'equazione di Poisson, secondo cui la derivata seconda del potenziale equivale alla densita di carica fratto la permittivita' elettrica del materiale.

Consideriamo dunque una densita' di carica caratteristica della *giunzione brusca (abrupt junction)*, ovvero in cui la densita' di carica spaziale cambia secondo un profilo a scalino da nulla al suo massimo, sia per la zona svuotata in N sia in P.

Nel primo grafico dall'alto, in fig. 18, è riportata la **densità di carica** nel materiale, definita come:

$$\rho(x) = \begin{cases} -qN_p, & \text{se } -x_p \leq x \leq 0 \\ qN_n, & \text{se } 0 \leq x \leq x_n \\ 0, & \text{se } x < -x_p \text{ o } x > x_n \end{cases} \quad (21)$$

dove:  $q$  è la carica elementare,  $N_n$  ed  $N_p$  sono, rispettivamente, le **concentrazioni dei donori e degli accettori**, mentre  $x_n$  ed  $x_p$  sono le **profondità della zona di svuotamento** in direzione  $x$ , a partire dalla coordinata nulla (i.e. punto di giunzione ideale), verso la parte drogata  $n$  e verso quella drogata  $p$ , rispettivamente.



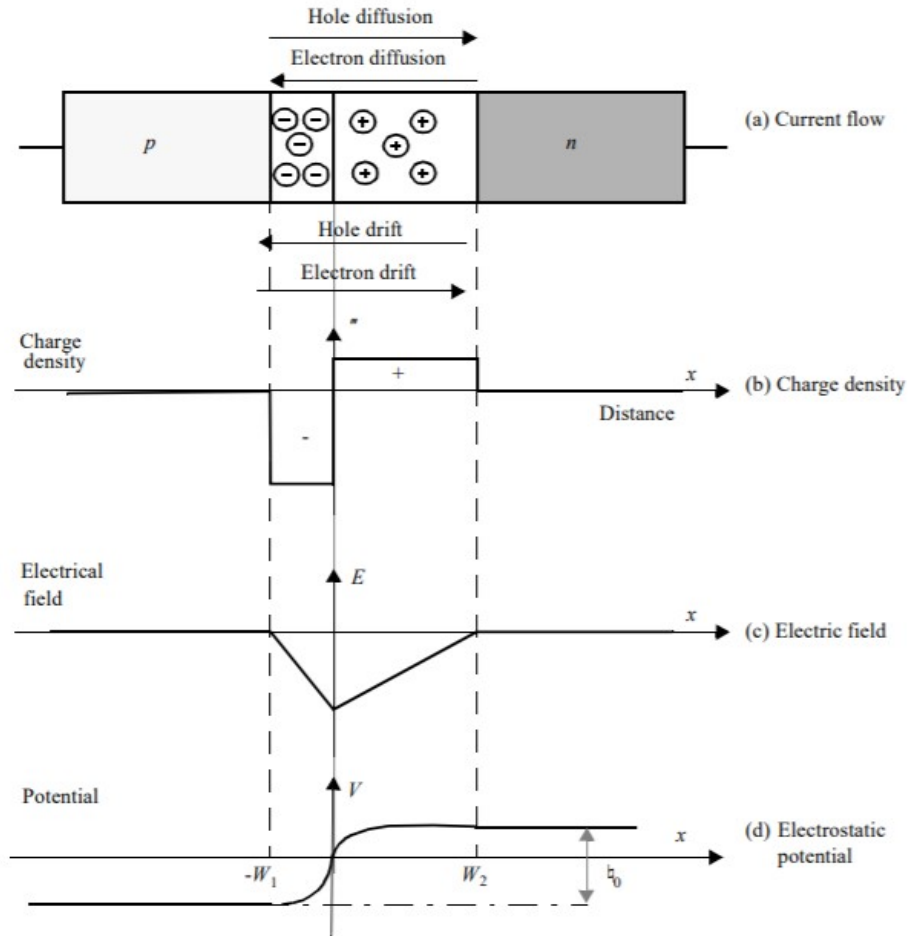


Figura 18: Forma della distribuzione di carica, del campo elettrico e del potenziale in una giunzione pn brusca.

Il **campo elettrico built-in**  $E(x)$  è riportato nel grafico centrale di fig. 18. Possiamo ricavarlo integrando la prima equazione di Maxwell:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho(x)}{\epsilon} \quad \implies \quad E(x) = \int_{x_0}^x \frac{\rho(x')}{\epsilon} dx' + E(x_0) \quad (22)$$

Nelle formule seguenti,  $X_0$  come termine di integrazione, rappresenta il punto in cui la funzione integrale e' nota, quindi la condizione al contorno, e puo' assumere qualunque valore rispetto all'intervallo di integrazione.

Utilizzando la densità come definita in formula 21, otteniamo:

$$\begin{aligned} E_p(x) &= \frac{1}{\epsilon} \int_{-x_p}^x (-q)N_p dx' = -\frac{qN_p}{\epsilon}(x + x_p) \quad \text{per} \quad -x_p \leq x \leq 0 \\ E_n(x) &= \frac{1}{\epsilon} \int_{x_n}^x qN_n dx' = \frac{qN_n}{\epsilon}(x - x_n) \quad \text{per} \quad 0 \leq x \leq x_n \end{aligned} \quad (23)$$

in cui abbiamo tenuto conto della continuita' del campo E ai confini della regione svuotata, oltre i quali il campo e' nullo:  $E(-x_p) = E(x_n) = 0$ .

All'interfaccia ( $x = 0$ ) vale la condizione di raccordo  $E_p(x = 0) = E_n(x = 0)$ . Eguagliando nell'origine le relazioni nella formula 23, ottengo:

$$-\frac{qN_p}{\varepsilon}x_p = \frac{qN_n}{\varepsilon}(-x_n) \quad \Longrightarrow \quad N_px_p = N_nx_n \quad (24)$$

Questo ci dice che l'area sottesa al grafico della densità di carica è la stessa sia nella parte  $p$  che in quella  $n$ . Ciò è sensato, essendo uguale la quantità di elettroni liberi e di buche che si ricombinano nella zona di svuotamento. Una delle più usate configurazioni di giunzione pn e' quella unipolare, ovvero con un drogaggio fortemente sbilanciato tra  $p$  ed  $n$  tale da ridurre il volume svuotato nella parte piu' drogata a uno strato superficiale, e invece estendere il volume svuotato nella parte meno drogata a tutto il volume disponibile.

Definendo lo **spessore di svuotamento**  $W = x_n + x_p$ , posso riscrivere la relazione 24 come:

$$\begin{aligned} N_px_p = N_n(W - x_p) &\Rightarrow (N_p + N_n)x_p = N_nW \\ N_nx_n = N_p(W - x_n) &\Rightarrow (N_p + N_n)x_n = N_pW \end{aligned} \quad (25)$$

Ottenendo dunque gli spessori delle due singole zone svuotate in funzione di  $W$ :

$$x_p = \frac{N_n}{N_p + N_n}W \quad \text{e} \quad x_n = \frac{N_p}{N_p + N_n}W \quad (26)$$

Il **potenziale elettrico**  $\phi(x)$  è riportato nel grafico in basso di fig. 18. Possiamo ricavarlo integrando dalla definizione:

$$E(x) = -\frac{d\phi(x)}{dx} \quad \Longrightarrow \quad \phi(x) = -\int_{x_0}^x E(x')dx' + \phi(x_0) \quad (27)$$

Usando le espressioni del campo elettrico ricavate nella formula 23, otteniamo:

$$\begin{aligned} \phi_p(x) &= \frac{qN_p}{\varepsilon} \int_{-x_p}^x (x' + x_p)dx' + \phi_p(-x_p) = \\ &= \frac{qN_p}{\varepsilon} \left[ \left( \int_{-x_p}^x x'dx' \right) + x_p \left( \int_{-x_p}^x dx' \right) \right] + \phi_p(-x_p) = \\ &= \frac{qN_p}{\varepsilon} \left[ \frac{1}{2}(x^2 - (-x_p)^2) + x_p(x - (-x_p)) \right] + \phi_p(-x_p) = \\ &= \frac{qN_p}{2\varepsilon} [x^2 - x_p^2 + 2xx_p + 2x_p^2] + \phi_p(-x_p) = \\ &= \frac{qN_p}{2\varepsilon} (x^2 + 2xx_p + x_p^2) + \phi_p(-x_p) = \\ &= \frac{qN_p}{2\varepsilon} (x + x_p)^2 + \phi_p(-x_p) \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
\phi_n(x) &= -\frac{qN_n}{\varepsilon} \int_{x_n}^x (x' - x_p) dx' + \phi_n(x_n) = \\
&= -\frac{qN_n}{\varepsilon} \left[ \left( \int_{x_n}^x x' dx' \right) - x_n \left( \int_{x_n}^x dx' \right) \right] + \phi_n(x_n) = \\
&= -\frac{qN_n}{\varepsilon} \left[ \frac{1}{2} (x^2 - x_n^2) - x_n (x - x_n) \right] + \phi_n(x_n) = \\
&= -\frac{qN_n}{2\varepsilon} [x^2 - x_n^2 - 2xx_n + 2x_n^2] + \phi_n(x_n) = \\
&= -\frac{qN_n}{2\varepsilon} (x^2 - 2xx_n + x_n^2) + \phi_n(x_n) = \\
&= -\frac{qN_n}{2\varepsilon} (x - x_n)^2 + \phi_n(x_n)
\end{aligned} \tag{29}$$

Scegliendo come riferimento il valore  $\phi_p(-x_p) = 0$  e fissando il valore massimo del potenziale  $\phi_n(x_n) = V_0$ , otteniamo:

$$\begin{aligned}
\phi_p(x) &= \frac{qN_p}{2\varepsilon} (x + x_p)^2 & \text{per} & \quad -x_p \leq x \leq 0 \\
\phi_n(x) &= V_0 - \frac{qN_n}{2\varepsilon} (x - x_n)^2 & \text{per} & \quad 0 \leq x \leq x_n
\end{aligned} \tag{30}$$

Considerando anche la condizione di raccordo  $\phi_p(x = 0) = \phi_n(x = 0)$ , e confrontandolo con l'andamento visto per l'energia delle bande della giunzione pn, osserviamo che il gradiente di potenziale all'interno della zona di svuotamento favorisce il moto di deriva delle cariche libere, cosa che non accade nelle zone esterne, ove il gradiente di potenziale e' nullo.

Vediamo la **variazione massima di potenziale**  $V_0$ , ossia la **tensione built-in**. Possiamo ricavarla imponendo la condizione di raccordo  $\phi_p(x = 0) = \phi_n(x = 0)$ , da cui segue che:

$$\frac{qN_p}{2\varepsilon} x_p^2 = V_0 - \frac{qN_n}{2\varepsilon} x_n^2 \quad \implies \quad V_0 = \frac{q}{2\varepsilon} (N_p x_p^2 + N_n x_n^2) \tag{31}$$

Utilizzando la relazione 24, è possibile eliminare, in alternativa  $x_n$  od  $x_p$ , ottenendo le due espressioni equivalenti:

$$\begin{aligned}
V_0 &= \frac{q}{2\varepsilon} \left( N_p x_p^2 + N_n \frac{N_p^2}{N_n^2} x_p^2 \right) = \frac{q}{2\varepsilon} N_p x_p^2 \left( 1 + \frac{N_p}{N_n} \right) = \frac{q}{2\varepsilon} N_p x_p^2 \frac{N_p + N_n}{N_n} \\
V_0 &= \frac{q}{2\varepsilon} \left( N_p \frac{N_n^2}{N_p^2} x_n^2 + N_n x_n^2 \right) = \frac{q}{2\varepsilon} N_n x_n^2 \left( \frac{N_n}{N_p} + 1 \right) = \frac{q}{2\varepsilon} N_n x_n^2 \frac{N_p + N_n}{N_p}
\end{aligned} \tag{32}$$

Avere una stima di tale grandezza può essere utile in quanto una sua **misura diretta**, ad esempio inserendo degli elettrodi all'interno della zona svuotata, andrebbe a **perturbare il potenziale** creato.

Invertendo le relazioni precedenti (formula 32) possiamo esprimere gli spessori di svuotamento delle due zone come:

$$x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q} \frac{N_n}{N_p(N_p + N_n)}} \quad \text{e} \quad x_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q} \frac{N_p}{N_n(N_p + N_n)}} \quad (33)$$

Per cui lo spessore di svuotamento complessivo sarà:

$$\begin{aligned} W = x_p + x_n &= \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q}} \frac{1}{\sqrt{N_p + N_n}} \left( \sqrt{\frac{N_n^2}{N_p N_n}} + \sqrt{\frac{N_p^2}{N_p N_n}} \right) = \\ &= \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q}} \frac{1}{\sqrt{N_p + N_n}} \left( \frac{N_p + N_n}{\sqrt{N_p N_n}} \right) = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q}} \sqrt{\frac{N_p + N_n}{N_p N_n}} = \\ &= \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q} \left( \frac{1}{N_p} + \frac{1}{N_n} \right)} \end{aligned} \quad (34)$$

Vediamo inoltre qual è il **modulo massimo del campo elettrico**, che si ha all'interfaccia della giunzione  $pn$ , ovvero  $E_{MAX} = E(x = 0)$ . Scegliendo di utilizzare la definizione del campo elettrico  $E_n(x)$  (seconda relazione nella formula 23), unitamente all'espressione dello spessore di svuotamento  $x_n$  (seconda relazione nella formula 33), otteniamo:

$$\begin{aligned} E_{MAX} = |E(0)| &= \frac{qN_n}{\varepsilon} x_n = \frac{qN_n}{\varepsilon} \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q} \frac{N_p}{N_n(N_p + N_n)}} = \sqrt{\frac{q^2 N_n^2}{\varepsilon^2} \frac{2\varepsilon V_0}{q} \frac{N_p}{N_n(N_p + N_n)}} = \\ &= \sqrt{\frac{2qV_0}{\varepsilon} \frac{N_p N_n}{(N_p + N_n)}} = \sqrt{\frac{2qV_0}{\varepsilon} \left( \frac{1}{N_p} + \frac{1}{N_n} \right)^{-1} \frac{2V_0}{2V_0}} \\ &= \sqrt{\left[ \frac{q}{2\varepsilon V_0} \left( \frac{1}{N_p} + \frac{1}{N_n} \right)^{-1} \right] 4V_0^2} = \frac{2V_0}{W} \end{aligned} \quad (35)$$

In una giunzione  $pn$  non polarizzata c'è equilibrio tra la corrente di deriva dei portatori minoritari generati o iniettati nella zona di svuotamento (con  $e^-$  che si muovono guidati dal campo elettrico da  $n$  a  $p$ , le  $h^+$  da  $p$  a  $n$ ), e la corrente di diffusione, quindi per ricombinazione, dei portatori maggioritari (con  $h^+$  che si muovono da  $n$  a  $p$ , e gli  $e^-$  da  $p$  a  $n$ ).

Dopo aver ricavato Potenziale e Campo Elettrico a partire dalla densità di carica, passiamo a considerare i potenziali che agiscono su una carica  $q$  nel passaggio tra  $E_{fn}$  e  $E_i$  e'  $\phi_n = q(E_{fn} - E_i)$  e quello tra  $E_{fp}$  e  $E_i$  e'  $\phi_p = q(E_i - E_{fp})$ . Come abbiamo visto graficamente e ricavato nel paragrafo precedente, c'è relazione tra i potenziali creatisi in ogni materiale drogato e la densità di drogaggio,

$$V_{bi} = \phi_p + \phi_n = \frac{kT}{q} \ln(n_n p_p / n_i^2) = \frac{kT}{q} \ln(N_D N_A / n_i^2)$$