



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI TRIESTE

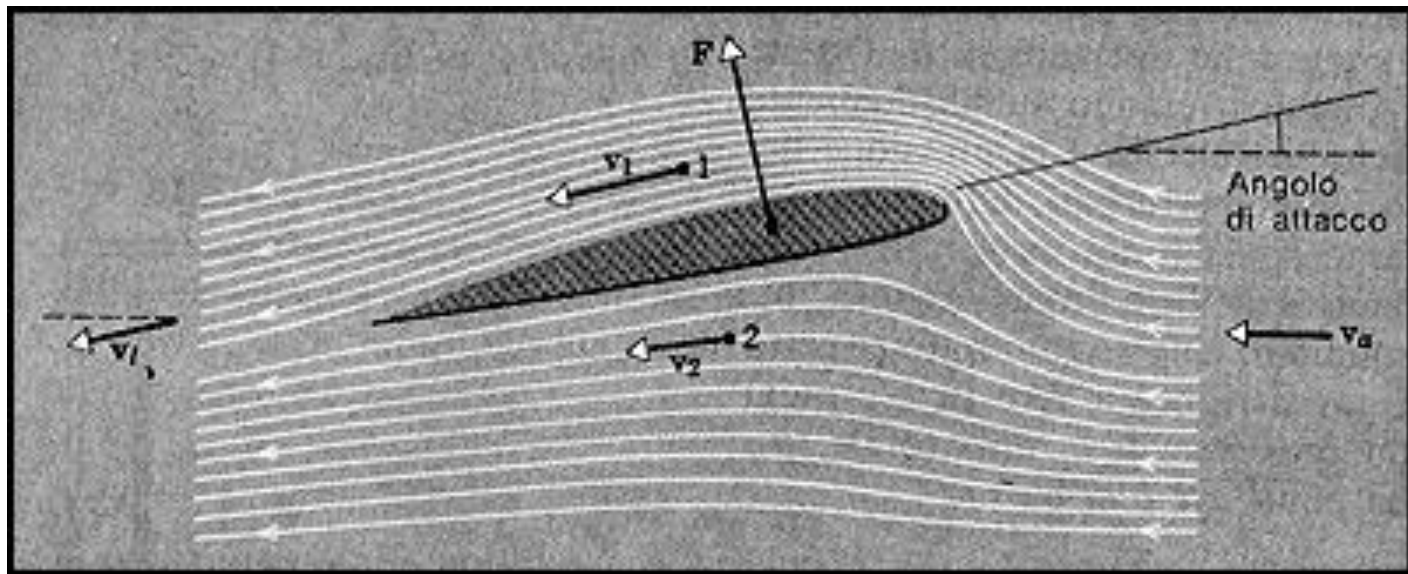
Profili portanti e teorie dell'elica

Prof. Paolo Frandoli

AA 2023-2024

Idrodinamica dei profili portanti

- Superficie portante: un corpo affusolato che, muovendosi in un fluido che lo investe con un piccolo angolo d'incidenza, genera una forza idromeccanica di portanza in direzione pressoché perpendicolare al suo moto di avanzamento
- Varie modellazioni per stimare il flusso:
 - analitici, numerici
 - a potenziale, in flusso vorticoso, strato limite
 - esatti, linearizzati, parzialmente linearizzati



Forze generate dal profilo

- Le forze (portanza e resistenza) sono generate dalla geometria del profilo poiché esso modifica la velocità (e quindi la pressione) del flusso incidente
- La pressione p in ogni punto del dorso (p_b) e della faccia (p_f) della sezione di pala si determina con il teorema di Bernoulli:

$$p_b = p_0 + \rho/2*(V_0^2 - V_b^2) = p_0 + \Delta p_b$$

$$p_f = p_0 + \rho/2*(V_0^2 - V_f^2) = p_0 + \Delta p_f$$

Dove p_0 e V_0 sono rispettivamente la pressione e la velocità del flusso indisturbato incidente il profilo, V_b e V_f le velocità lungo il profilo, ρ la densità del fluido.

- La pressione si esprime solitamente in termini adimensionali con il coefficiente di pressione C_p :

$$C_{p_b} = (p_b - p_0) / \rho/2*V_0^2$$

$$C_{p_f} = (p_f - p_0) / \rho/2*V_0^2$$

- La differenza di pressione tra faccia e dorso, integrata sulla lunghezza di corda, genera la forza sul profilo. Normalmente $C_{p_f} > 0$ e $C_{p_b} < 0$

$$\text{Carico idrodinamico: } (C_{p_f} - C_{p_b}) = (p_f - p_b) / \rho/2*V_0^2$$



Forze generate dal profilo

- La forza si scompone in due componenti
 - Portanza, ortogonale al flusso incidente (Lift, L)
 - Resistenza, parallela al flusso incidente (Drag, D)

$$L = C_L \cdot \frac{\rho V_0^2}{2} S$$

$$D = C_D \cdot \frac{\rho V_0^2}{2} S$$

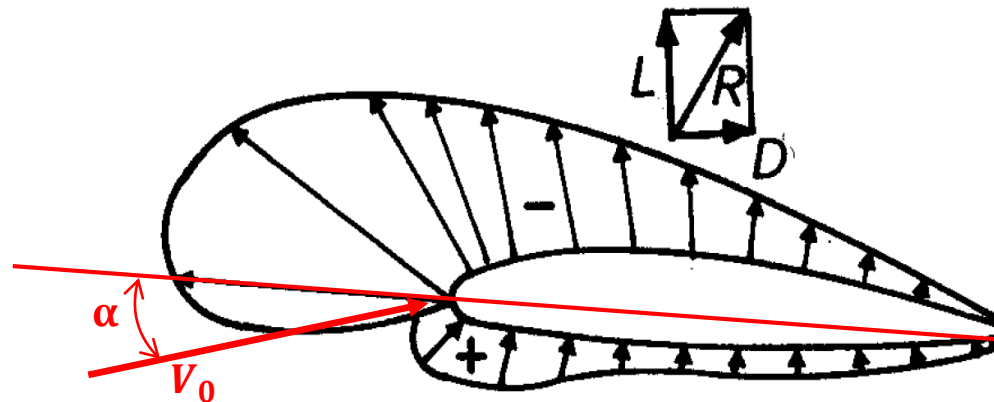
$$K = \frac{C_L}{C_D}$$

C_L : Coefficiente di Portanza

C_D : Coefficiente di Resistenza

Efficienza
Aerodinamica

- S : area del profilo bidimensionale



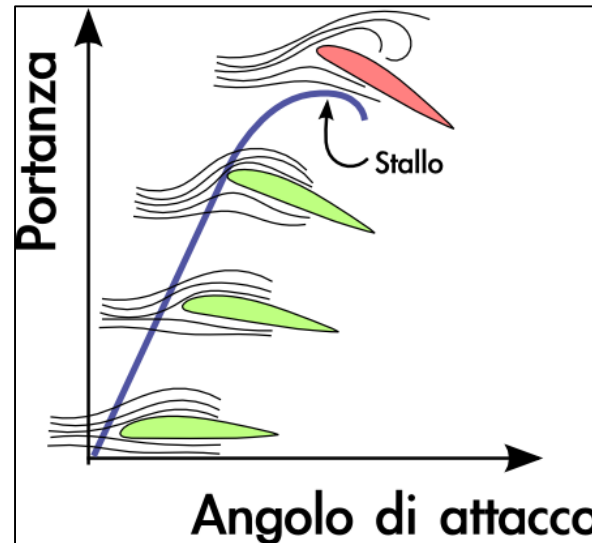
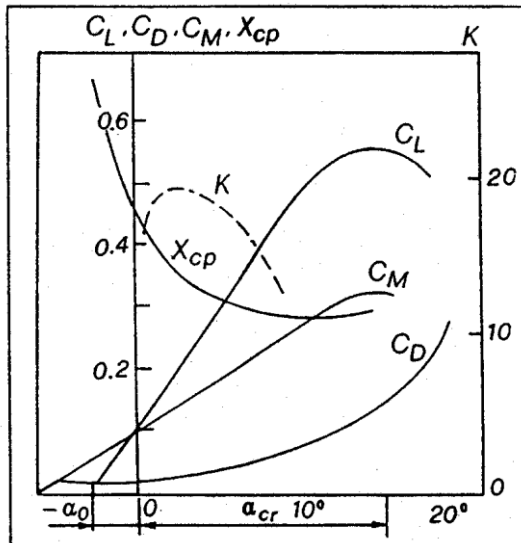
Centro di Pressione

- Centro di pressione: punto di applicazione di R
- Distanza dal bordo d'ingresso: x_{cp}
- Momento di R rispetto al bordo d'ingresso

$$M_{le} = C_M \cdot \frac{\rho V_0^2}{2} S c \quad C_M = C_L \cdot \frac{x_{cp}}{c}$$

- Per misure effettuate in punti diversi dal bordo d'ingresso

$$M_{le} = M_x - L \cdot x$$



Indice di cavitazione

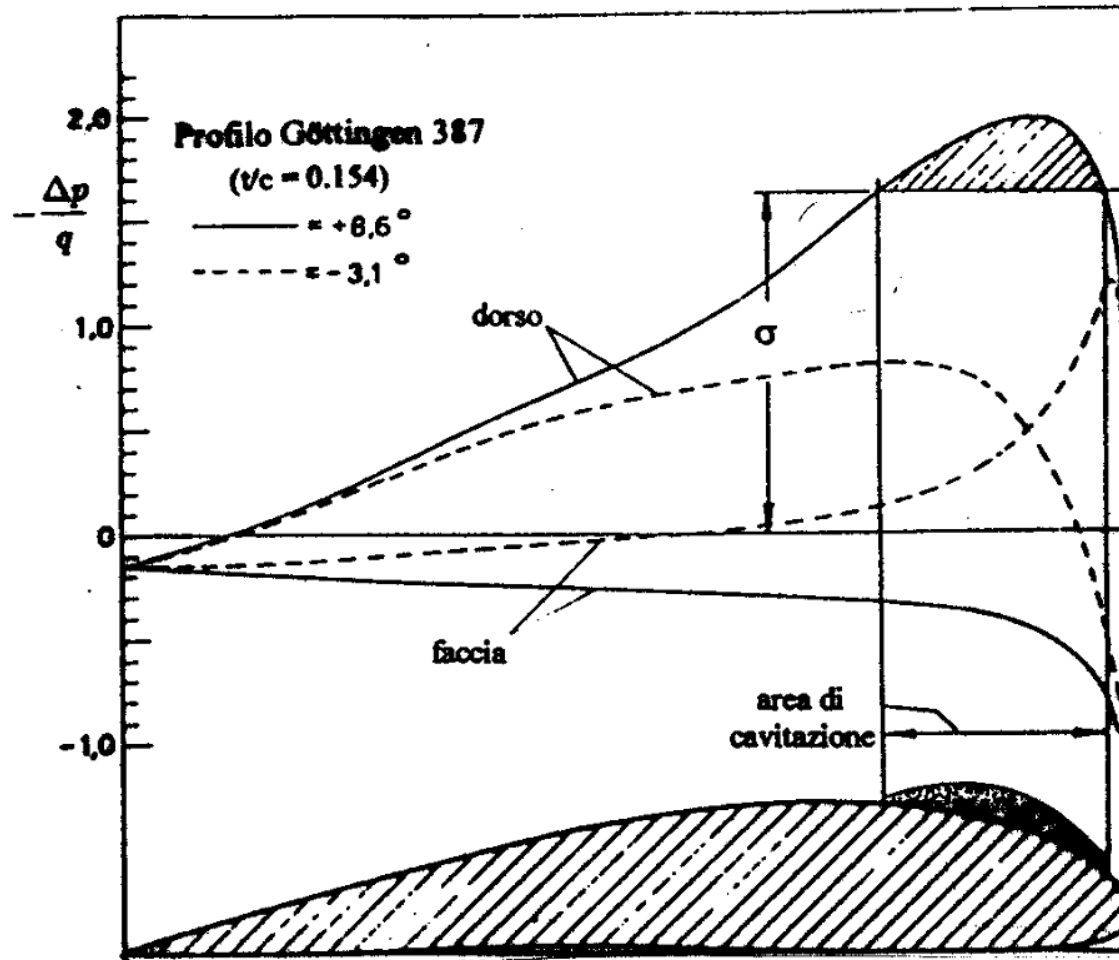
- Se $C_p < 0$ la pressione locale è minore di quella statica
- Se raggiunge la tensione di vapore P_v si formano delle cavità di vapore (bolle di cavitazione). Il corrispondente valore (assoluto) del coefficiente di pressione è detto indice di cavitazione σ :

$$\sigma = (p_0 - p_v) / (\rho/2 * V_0^2)$$

- Se $\sigma \leq |C_{p_d}|$ si formano delle bolle di cavitazione il cui volume aumenta, per poi diminuire ed annullarsi, al variare dell'angolo d'incidenza sul profilo a seguito della rotazione della pala



Indice di cavitazione



Indice di cavitazione

Si può esprimere σ in varie forme a seconda dell'utilizzo. Per l'uso pratico si usa la seconda formulazione in quanto la componente preponderante di V_A è dovuta alla rotazione, proporzionale al diametro D ed alla velocità angolare ω

Definizione	Simbolo	Formulazione
Numero di cavitazione medio basato sulla corrente libera	σ_o	$\frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho V_A^2}$
Numero di cavitazione locale basato sulla velocità di rotazione	σ_r	$\frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho (xR\omega)^2}$
Numero di cavitazione basato sulla velocità media d'afflusso	σ_p	$\frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho (V_A + u_a)^2}$
Numero di cavitazione locale basato sul vettore velocità	σ	$\frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho [V_A^2 + (xR\omega)^2]}$
Numero di cavitazione progettuale basato sul coefficiente d'avanzo	σ_a	$\frac{\sigma}{(1 - w)^2} \cdot \left[\frac{J^2}{J^2 + 4.84} \right]$
Numero di cavitazione locale basato sulla velocità d'interazione	σ_l	$\frac{p_o - p_v + \rho g(h - xR \cos \theta)}{\frac{1}{2}\rho \{ [V_A(x, \theta) + u_a(x, \theta)]^2 + [xR\omega - V_t(x, \theta) - u_t(x, \theta)]^2 \}}$

Forze e geometria del profilo

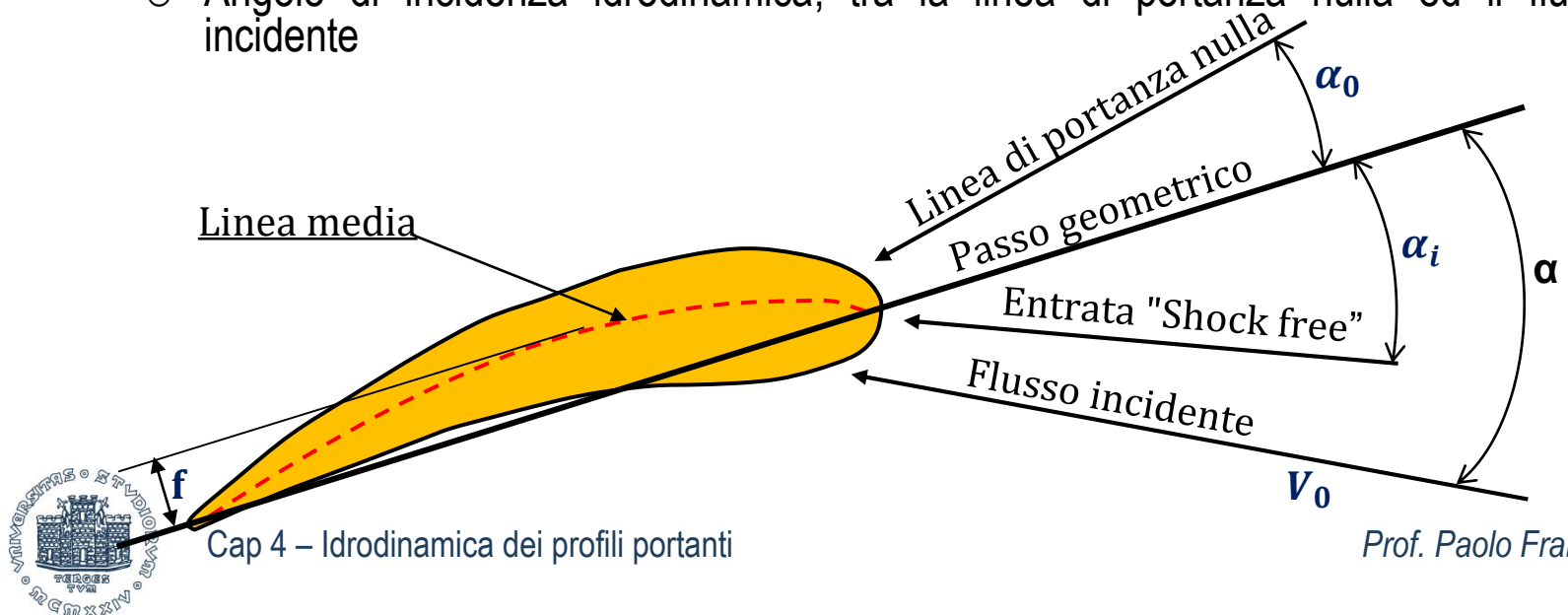
Il carico idrodinamico lungo la corda è determinato da:

1. Curvatura del profilo

- Distribuzione della curvatura, cioè la linea media del profilo
- Valore massimo della curvatura f , carico proporzionale a f/C

2. Incidenza del flusso sul profilo

- Angolo d'attacco, tra la linea del passo geometrico e la direzione del flusso incidente (α)
- Angolo di portanza nulla, tra la linea del passo e quella di portanza nulla (α_0)
- Angolo ideale, detto "shock free", per il quale il carico è generato dalla sola curvatura (α_i)
- Angolo di incidenza idrodinamica, tra la linea di portanza nulla ed il flusso incidente



Forze e geometria del profilo

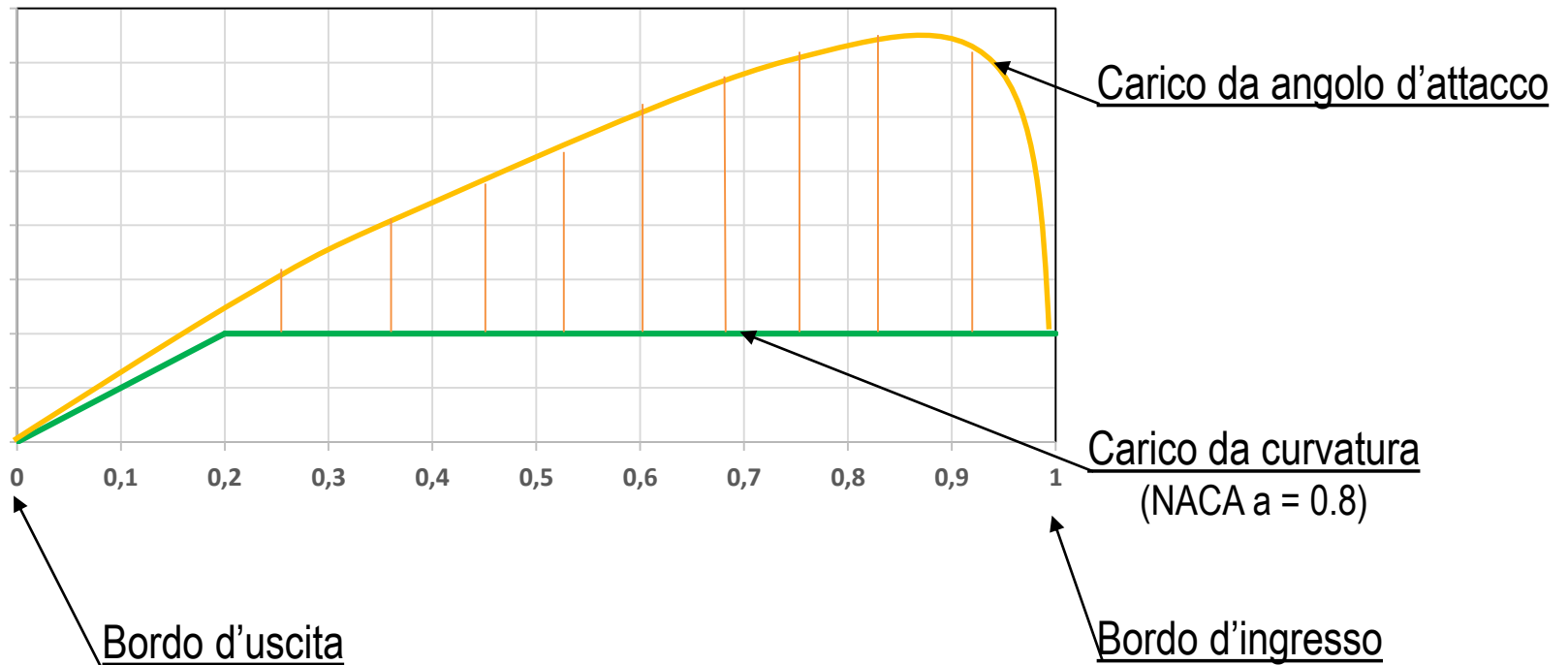
- In base alla teoria dei profili alari sottili, la distribuzione di carico è la risultante di una distribuzione base, funzione dell'angolo d'incidenza ideale, ed una distribuzione addizionale, proporzionale all'angolo d'incidenza misurato rispetto all'angolo d'incidenza ideale

$$C_L = C_{L_f} + C_{L_\alpha}$$

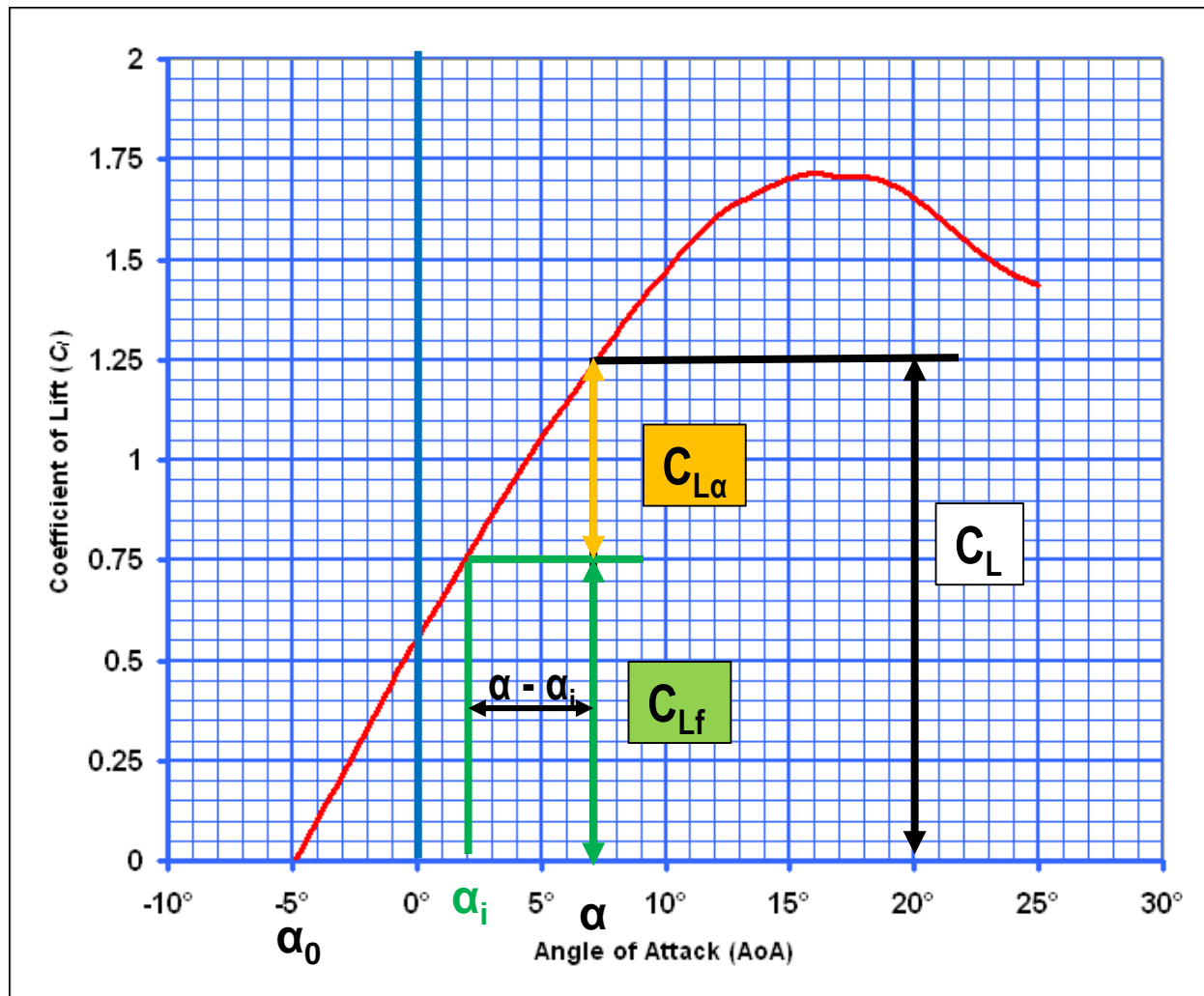
- La linea media solitamente utilizza in campo navale è la NACA $a = 0.8$ che crea un carico idrodinamico costante lungo il profilo fino a 0.8 della lunghezza dal bordo di ingresso, all'angolo d'attacco "shock free". Ciò permette di ottenere gradienti di carico moderati anche nel caso di flusso non uniforme ritardando l'insorgenza della cavitazione
- L'angolo d'attacco crea una distribuzione di carico caratterizzata da un picco al bordo d'ingresso, tanto più accentuato quanto più elevata è l'incidenza del flusso rispetto al profilo



Forze e geometria del profilo



Forze e geometria del profilo



Teoria dei Profili Alari Sottili

- Profilo sottile: $t/C = 0,08 \div 0,01$
- Modella il profilo alare riducendolo alla sola linea mediana
- Applica una distribuzione di vorticità sulla linea mediana (assunzione lecita in quanto lo spessore è ridotto)
- Consente di determinare, nota la geometria, formule approssimate per:
 - portanza
 - posizione del centro di pressione
 - distribuzione del carico
 - angolo di incidenza ideale



Stima della Portanza e della Resistenza

Fluido ideale

Angoli d'incidenza piccoli ($3 \div 5^\circ$), profili bidimensionali sottili

- Le modellazioni dei profili alari si basano sulla teoria del flusso potenziale in fluido ideale
- $C_L = 2 \pi \alpha \longrightarrow C_L$ è funzione lineare dell'angolo d'incidenza
- La pendenza di C_L è indipendente dal tipo di profilo
- C_{Lf} è proporzionale a f/C e α_i

$$C_L = C_{Lf} + C_{L\alpha} = C_{Lf}(f/C, \alpha_i, t_m/C) + 0,1097 * (\alpha - \alpha_i)^\circ$$

- Per la linea media NACA $a=0.8$:

$$f/C = 0,0679 * C_{Lf}$$

$$\alpha_i^\circ = 1,54 * C_{Lf}$$

- Il coefficiente di resistenza è praticamente costante e si può assumere

$$C_D = 0.08$$

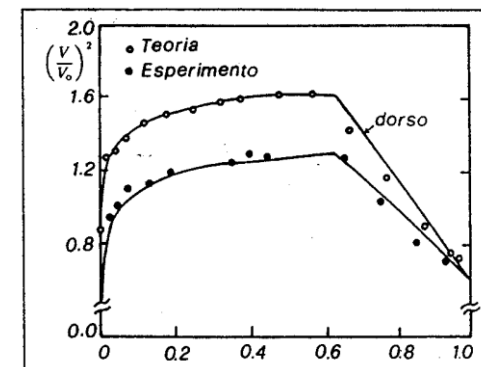
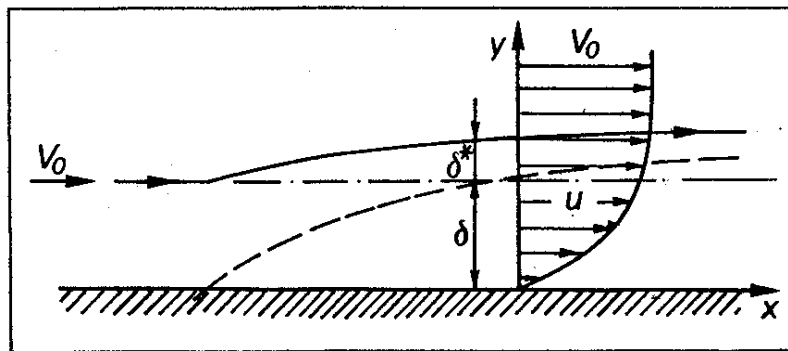


Stima della Portanza e della Resistenza

Fluido reale

Angoli d'incidenza piccoli ($3\div 5^\circ$), profili bidimensionali sottili

- La viscosità crea lo strato limite, dove la velocità varia trasversalmente dal valore nullo sulla superficie del profilo al valore del flusso locale sul bordo esterno dello strato
- Il calcolo delle velocità nello strato limite è complesso, non applicabile praticamente al calcolo dell'elica navale
- Gli effetti della viscosità sono generalmente piccoli. L'approssimazione della teoria del flusso potenziale è accettabile per i profili più usati in campo navale



Stima della Portanza e della Resistenza

Fluido reale

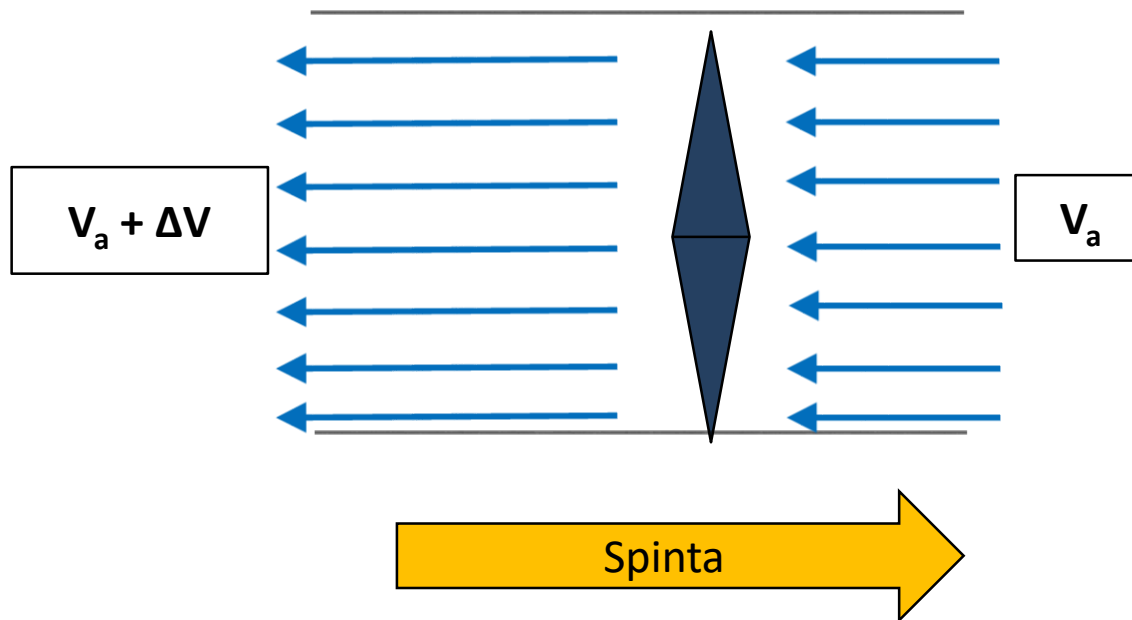
Angoli d'incidenza piccoli ($3 \div 5^\circ$), profili bidimensionali sottili

- Effetti principali della viscosità:
 - La pendenza di C_L è inferiore a quella teorica
 - C_D è più alto del valore teorico
 - L'angolo di portanza nulla α_0 è inferiore al valore teorico
 - $C_{L_{max}}$ dipende da R_n
- Gli effetti viscosi su C_L , C_D e α_0 , comunque piccoli, ma non trascurabili, vanno tenuti in conto nella procedura di calcolo dell'elica:
 - Conoscenza delle caratteristiche dello strato limite
 - Esperienza del progettista
 - Coefficienti correttivi in base a risultati sperimentali alla galleria del vento
 - Coefficiente correttivo per $C_{L\alpha}$
 - $C_{L\alpha} = (0,1097 \cdot \alpha) \cdot \{1 - k(t/C)\}$
 - NACA 16: $k = 0,61$
 - NACA 66: $k = 0,83$
 - NACA 66 mod.: $k = 0,83$



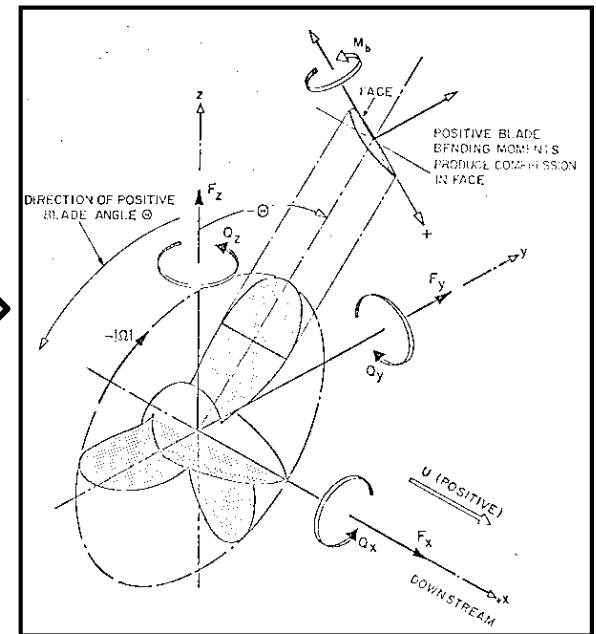
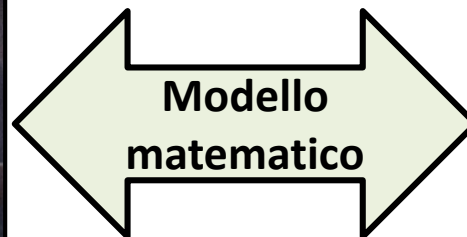
Come funziona l'elica

L'elica accelera il fluido di massa “m”, alterandone lo stato di moto, con una forza ($F = m \cdot a$) a cui si oppone una reazione uguale e contraria del fluido sull'elica stessa, cioè la spinta. (2^a legge di Newton)



Teoria dell'elica

- Modello matematico che descriva l'interazione tra l'elica ed il flusso incidente e leghi la geometria delle pale con le forze generate
 - Calcolare la geometria per realizzare la spinta voluta (progetto)
 - Calcolare le forze generate da una geometria nota (verifica)



Evoluzione delle Teorie dell'Elica

Teoria impulsiva

Teoria dell'elemento di pala

Teoria della linea portante

- **1865 Rankine**
- 1888 Greenhill
- 1889 R.E. Froude
- 1920 Betz
- 1878 W. Froude
- **1920 Drzewiecki**

Le due teorie sono complementari

- Betz e Prandtl (Kutta-Žoukovsky per interrelazione tra variazione quantità di moto e forze su elemento di pala)
- **1907 Lanchester (velocità indotte)**
- **1918 Prandtl**
- 1919 Betz (elica ottimale)
- 1929 Goldstein (fattori per no. di pale)
- 1942 Lerbs (elica adattata alla scia)
- 1950 Strecheletzky (fattori di induzione)



Evoluzione delle Teorie dell'Elica

Teoria della superficie portante

→ 1944 Ludwig & Ginzler

Vortici concatenati

→ Gullioton

→ Strečelezky

→ Kerwin

→ English

Distribuzione continua dei vortici

→ Ludwig e Ginzler

→ Pien

→ Sparenberg

→ Yamazaki



Teoria Impulsiva Assiale

- Elica come **disco attuatore** (definito solo dall'area A_0) che causa una discontinuità Δp sulla pressione del fluido

- La spinta è uguale alla variazione della quantità di moto

$$T = \Delta M = \rho A_0 V_1 (V_S - V_A) = \rho A_0 V_1 u_A$$

- La spinta si esprime anche come

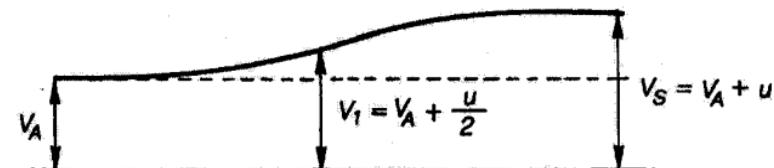
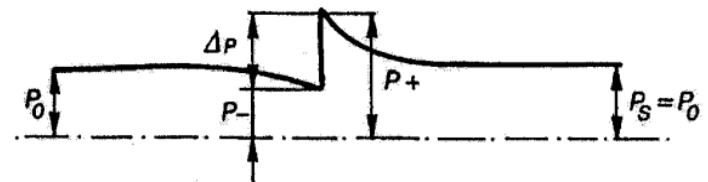
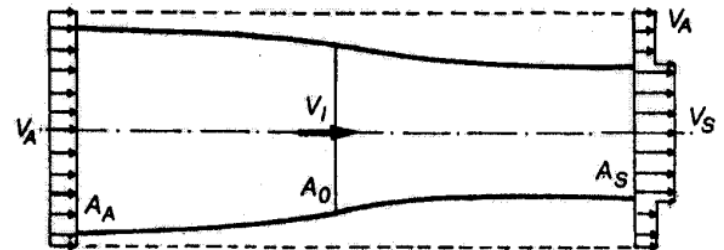
$$T = \int_{A_0} \Delta p \cdot dA_0 = \Delta p \cdot A_0$$

dove applicando il teorema di Bernoulli:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho (V_S^2 - V_A^2)$$

- Uguagliando si ha la velocità assiale sul disco attuatore

$$V_1 = \frac{V_A + V_S}{2}$$



Teoria Impulsiva Assiale

- **Potenza utile**

$$P_T = T \cdot V_A$$

- **Potenza assorbita** (dovuta alla generazione della velocità indotta $u_A = V_S - V_A$)

$$P_D = T \cdot V_1 = TV_A + \frac{1}{2} \rho A_S V_S u_A^2 = \frac{1}{2} \rho A_S V_S (V_S^2 - V_A^2)$$

- **Coefficiente di carico di spinta**

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho A_0 V_A^2} = \frac{u_A}{V_A} \left(2 + \frac{u_A}{V_A} \right) \rightarrow \frac{u_A}{V_A} = -1 + \sqrt{1 + C_T}$$

Rendimento Ideale

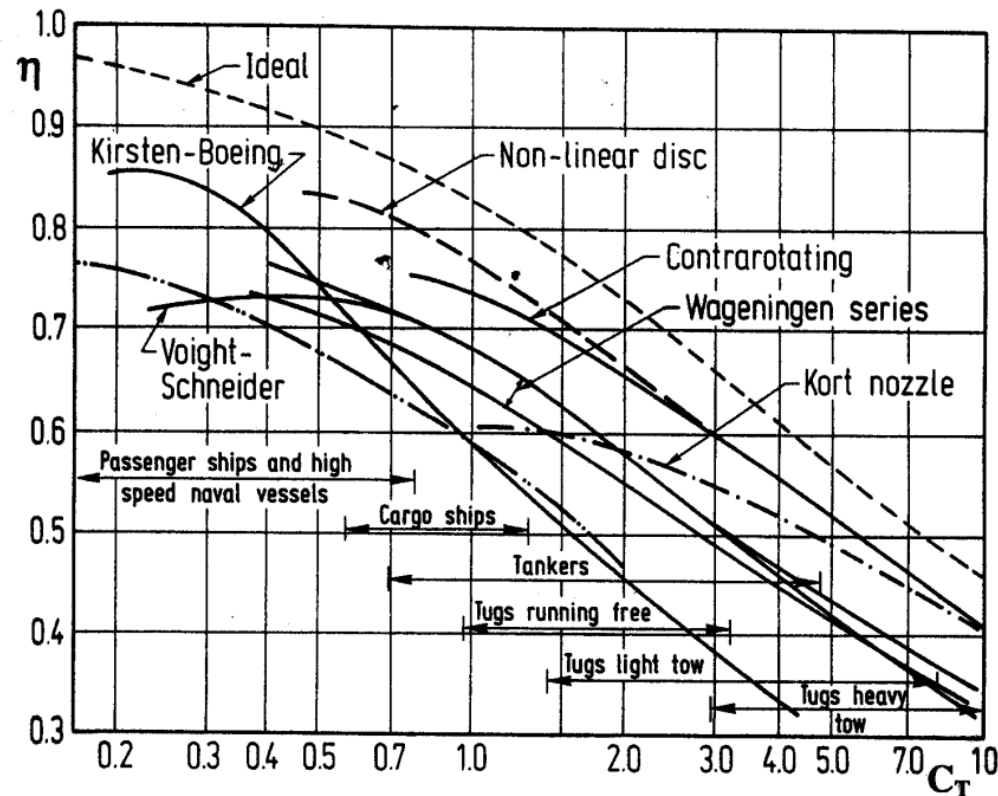
(rendimento reale: 17-20% minore del rendimento ideale)

$$\eta_i = \frac{P_T}{P_D} = \frac{V_A}{V_A + u_A/2} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + C_T}}$$



Teoria Impulsiva Assiale

- La teoria si basa su principi fisici corretti
- Non considera la geometria delle pale. Non utilizzabile per il progetto.
- Introduce i concetti di coefficiente di carico e di rendimento ideale in fluido incompressibile e non viscoso
- Rendimento ideale: limite superiore teorico per qualsiasi elica reale



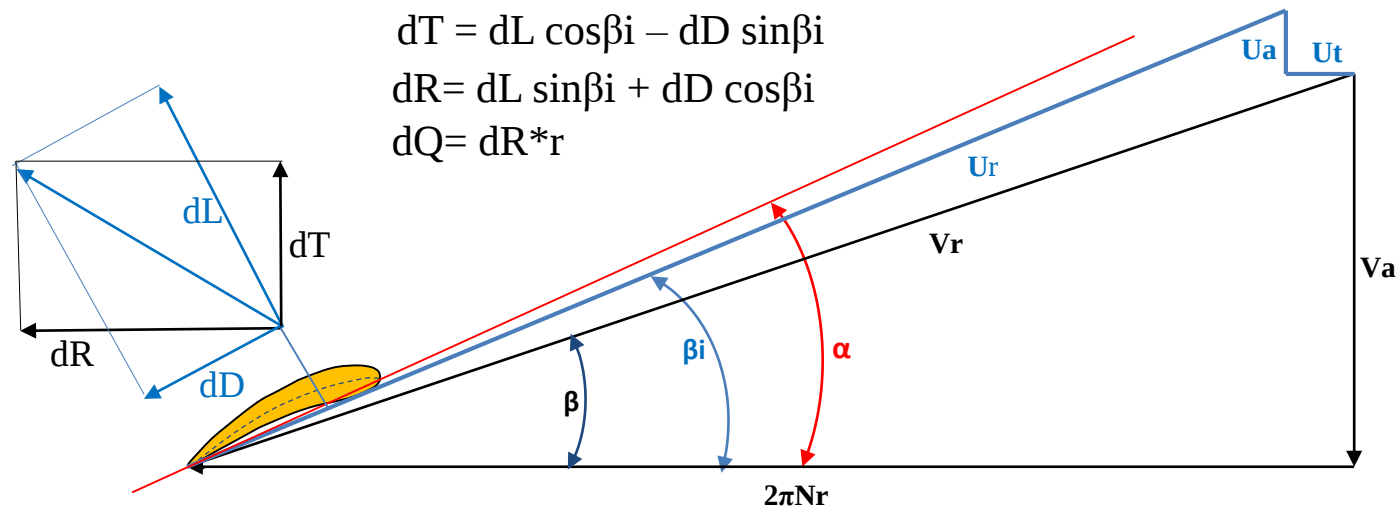
Teoria dell'elemento di pala

- Pietra miliare per la progettazione dell'elica: contiene le idee di base che danno origine alle moderne teorie
- L'elica è modellata con un numero finito di pale costituite da sezioni cilindriche costituite da profili alari bidimensionali indipendenti da quelli contigui
- Le forze elementari agenti su ciascuna sezione si calcolano in base alle caratteristiche aerodinamiche derivate da prove alla galleria del vento
- **Velocità indotte**: componenti assiale, tangenziale e radiale dovute all'accelerazione. Vanno sommate alla velocità del flusso indisturbato per ottenere il vettore della reale velocità incidente il profilo alare
- Calcolo delle velocità indotte: si applica la teoria impulsiva per calcolare la variazione di quantità di moto (assiale e tangenziale) causata dall'azione del fluido su ciascuna sezione di pala. Complesso processo iterativo



Teoria dell'elemento di pala: la velocità indotta

- V_r : velocità del flusso indisturbato
- U_a , U_t : velocità indotte
- U_r : velocità reale incidente il profilo
- α : angolo di passo geometrico
- β : angolo d'avanzo
- β_i : angolo di passo idrodinamico
- $\Delta = (\alpha - \beta_i)$: angolo d'incidenza reale sul profilo
- $dD/dL = \tan(\gamma)$
- $\eta_i = dT \cdot V_a / dQ \cdot 2\pi N = \tan\beta / \tan(\beta_i + \gamma)$: rendimento dell'elemento di pala



Teoria dell'elemento di pala

Si definiscono i *coefficienti di portanza* C_L e di *resistenza* C_D e l'angolo γ

$$C_L = \frac{dL}{\frac{1}{2} \rho V_R^2 \cdot c \, dr} \quad C_D = \frac{dD}{\frac{1}{2} \rho V_R^2 \cdot c \, dr} \quad \tan \gamma = \frac{C_D}{C_L}$$

Da cui si ricava la spinta e momento elementare

$$dT = \frac{1}{2} \rho C_L V_R^2 \cdot c \, dr \frac{\cos(\beta_I + \gamma)}{\cos \gamma}$$

$$dQ = \frac{1}{2} \rho C_L V_R^2 \cdot c \, dr \frac{\sin(\beta_I + \gamma)}{\cos \gamma} \cdot r$$



Teoria dell'elemento di pala

Spinta totale

$$T = Z \int_{r_h}^R dT \, dr = \int_{r_h}^R (dL \cos \beta_I - dD \sin \beta_I) dr$$

Momento torcente totale

$$Q = Z \int_{r_h}^R dQ \, dr = \int_{r_h}^R (dL \sin \beta_I + dD \cos \beta_I) \cdot r \, dr$$

$$\text{Rendimento dell'elica: } \eta = \frac{TV_A}{2\pi nQ}$$

Z: numero delle pale



Teoria dell'elemento di pala

Limiti della teoria

- Calcoli statici: il campo di flusso intorno all'elemento di pala è sempre in equilibrio ed accelera istantaneamente quando lo attraversa
- L'elemento di pala è bidimensionale: si trascura la mutua interferenza non consentendo di valutare l'influenza del numero delle pale e della loro geometria sulle velocità indotte
- Si trascura la componente radiale della velocità indotta
- Le ipotesi semplificative limitano l'utilizzo ad eliche con modesti coefficienti di carico



Teoria vorticale

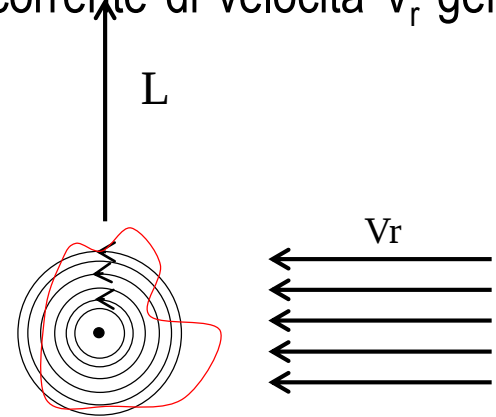
- E' la base della moderna teoria dell'elica introdotta nel 1907 da Lanchester, ripresa e sviluppata su basi matematiche da Betz e Prandtl nel 1918
- Conseguente sviluppo dei modelli matematici:
 - **Teoria della linea portante** (Prandtl (1918), Betz (1919), Goldstein (1929), Lerbs (1942))
 - **Teoria della superficie portante** (Ludwig & Ginzler (1944), Pien, Kervin & Leopold)



Teoria vorticale

Legge di Kutta Jukovski

- In un fluido ideale un vortice investito da una corrente di velocità V_r genera una portanza $L = \rho \Gamma V_r$
- Γ : circuitazione del vortice
- ρ : densità del fluido
- G : circuitazione adimensionalizzata
- D : diametro elica
- V : velocità nave



$$L = \rho \Gamma V_r$$

$$\Gamma = \int v \cos \alpha \, ds$$

$$G = \Gamma / \pi D V_r$$

Linea portante

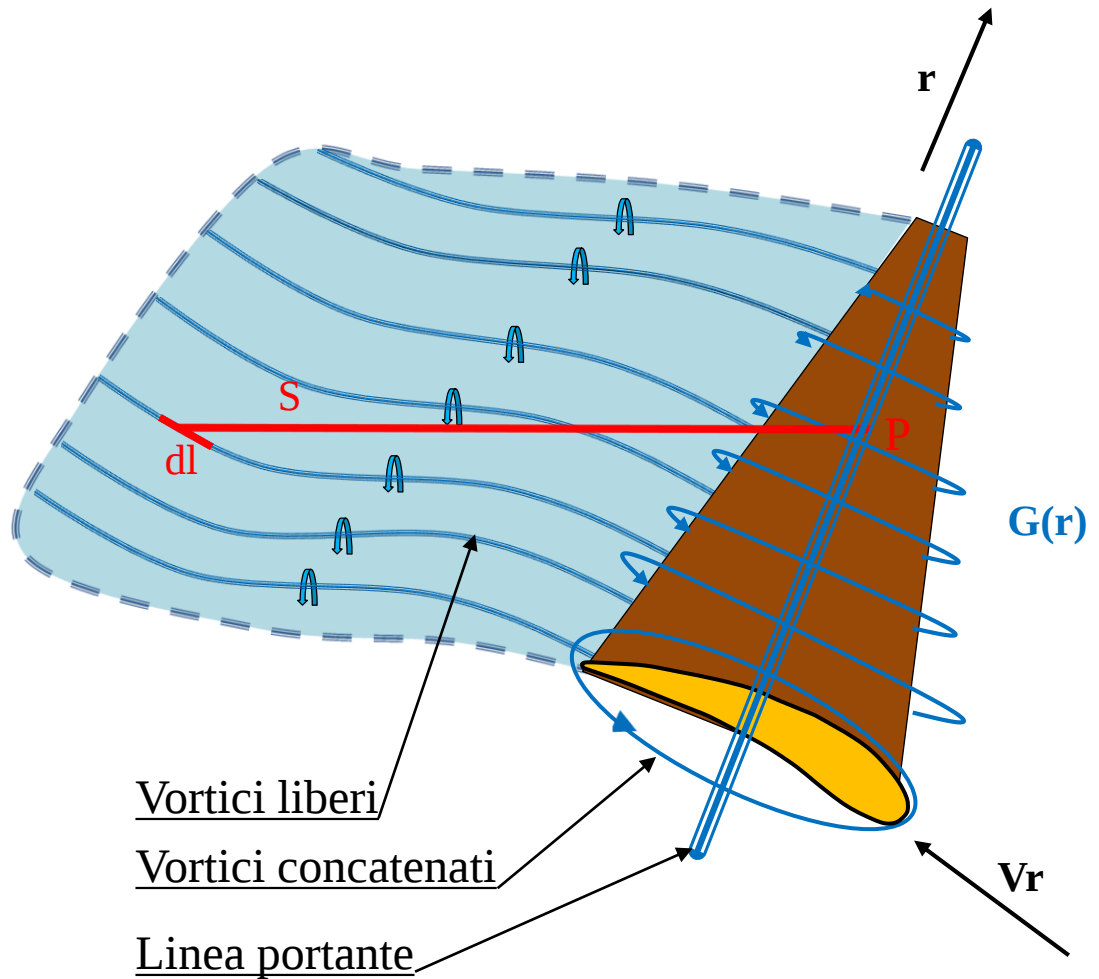
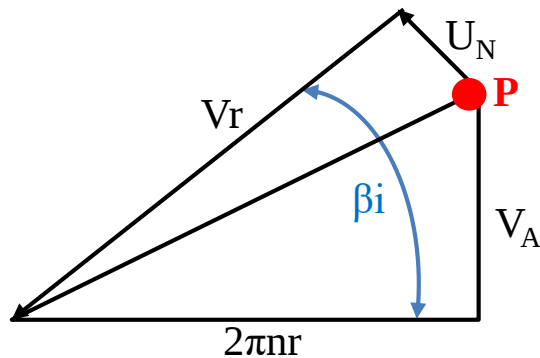
- L'interazione tra elica e fluido è modellata matematicamente dall'interazione del sistema vorticoso equivalente all'elica con il fluido stesso in base alla legge di Kutta Jukovski
- Una sezione di pala al raggio r è rimpiazzata da un vortice di lunghezza infinitesima con circuitazione $G(r)$
- La pala è sostituita da una linea vorticoso, detta linea portante, costituita da un sistema di vortici concatenati con distribuzione variabile di circuitazione $G(r)$, i quali generano il carico idrodinamico
- Tra due sezioni adiacenti si stacca un vortice (vortice libero) con circuitazione $dG(r)/dr$ che abbandona la linea portante lungo una linea elicoidale con angolo di passo β_i
- L'insieme dei vortici liberi giace su una superficie elicoidale
- I vortici liberi danno origine alle velocità indotte, calcolabili in ogni punto della linea portante con la legge di Biot e Savart applicata a tutti i vortici liberi di tutte le pale



Linea portante

$$\Phi(r) = dG(r)/dr$$

$$U_N = (\Phi(r)/4\pi) \int (dl \wedge S)/S^3$$



La superficie portante

- Superficie di forma identica a quella della pala reale, rappresentata da una lamina senza spessore le cui sezioni sono adagate su un'elicoide con angolo di passo β_i
- Su ogni sezione la circuitazione $G(r)$ è distribuita lungo la corda ed il sistema vorticoso è quindi composto da tre insiemi
 - Vortici radiali concatenati con circuitazione $G_r(r,c)$
 - Vortici liberi aderenti che si staccano dai vortici radiali e giacciono sulla superficie portante
 - Vortici liberi che si staccano dai vortici radiali e giacciono su una superficie elicoidale che si estende dal bordo d'uscita all'infinito
- I sistemi vorticosi liberi generano in ogni punto della superficie portante una velocità indotta composta da due elementi
 - Velocità indotta dai vortici liberi a valle del bordo d'uscita (calcolo a linea portante)
 - Velocità indotta dai vortici liberi aderenti, responsabile dell'effetto tridimensionale, cioè di un'ulteriore distorsione del flusso rispetto a quanto calcolato con la linea portante
 - La distorsione genera la linea media del profilo necessaria a realizzare la spinta richiesta con la desiderata distribuzione di carico sia lungo il raggio che lungo la corda
- Effetto spessore: tende ad aumentare l'angolo d'attacco (Kervin, Leopold)



La superficie portante

