

Yunus A. Çengel
John M. Cimbala

per l'edizione italiana

Giuseppe Cozzo
Cinzia Santoro

Meccanica dei fluidi



Seconda edizione

Soluzione dei problemi
Capitolo 11

McGraw-Hill

Indice

1	Introduzione e concetti di base	1
	Introduzione, classificazione e sistema	1
	Massa, forza e unità di misura	4
	Modellazione e risoluzione di problemi ingegneristici	7
	Riepilogo	9
2	Proprietà dei fluidi	11
	Densità	12
	Tensione di vapore e cavitazione	15
	Energia specifica	16
	Comprimibilità e velocità del suono	17
	Viscosità	24
	Tensione superficiale e capillarità	30
	Riepilogo	32
3	Statica dei fluidi	37
	Pressione, manometro e barometro	38
	Spinte idrostatiche su superfici piane e curve	59
	Galleggiamento	66
	Moto rigido dei fluidi	72
	Riepilogo	81
4	Cinematica dei fluidi	99
	Problemi introduttivi	99
	Descrizioni lagrangiana ed euleriana	101
	Strutture del moto e visualizzazione del moto	107
	Moto e deformazione di elementi di fluido	115
	Teorema del trasporto di Reynolds	126
	Riepilogo	127
5	Equazioni della massa, di Bernoulli, dell'energia	135
	Conservazione della massa	136
	Energia meccanica e rendimento	140
	Teorema di Bernoulli	145
	Equazione dell'energia	160
	Riepilogo	174

6	Equazione della quantità di moto	183
	Leggi di Newton e conservazione della quantità di moto	184
	Equazione della quantità di moto	184
	Riepilogo	218
7	Analisi dimensionale e modellazione	229
	Dimensioni e unità, dimensioni fondamentali	229
	Omogeneità dimensionale	232
	Adimensionalizzazione delle equazioni	233
	Analisi dimensionale e similitudine	234
	Parametri adimensionali e metodo delle variabili ripetute	238
	Prove sperimentali e similitudine incompleta	255
	Riepilogo	260
8	Correnti in pressione	275
	Moto laminare e moto turbolento	276
	Moto completamente sviluppato	279
	Perdite localizzate	298
	Reti di distribuzione	299
	Lunghe condotte	326
	Misura della velocità e della portata	336
	Riepilogo	343
9	Equazioni indefinite del moto dei fluidi	357
	Problemi di base	357
	Equazione di continuità	359
	Funzione di corrente	361
	Equazione della quantità di moto e condizioni al contorno	371
	Riepilogo	379
10	Soluzioni approssimate dell'equazione di Navier-Stokes	391
	Problemi di base	392
	Moto non viscoso	395
	Moto irrotazionale	396
	Strati limite	400
	Riepilogo	409
11	Moto attorno ai corpi: resistenza e portanza	411
	Resistenza e portanza	412
	Moto su lastra piana	424
	Moto attorno a cilindri e sfere	428
	Portanza	432
	Riepilogo	436
12	Moto dei fluidi comprimibili	441
	Grandezze di ristagno	442
	Moto isoentropico unidimensionale	445
	Moto isoentropico negli ugelli	448
	Onde d'urto e onde di espansione	452

Moto con scambio di calore e resistenze trascurabili (Flusso di Rayleigh)	460
Moto adiabatico con resistenze non trascurabili (Flusso di Fanno)	467
Riepilogo	476
13 Correnti a superficie libera	495
Numero di Froude e celerità	497
Energia specifica ed equazione dell'energia	502
Moto uniforme e sezioni di minimo costo	509
Moto gradualmente e rapidamente variato. Risalto idraulico	520
Regolazione e misura della portata	527
Riepilogo	534

SOMMARIO

Un fluido in moto attorno a un corpo immerso esercita sul corpo una forza la cui componente nella direzione del moto è chiamata *azione di trascinamento*, mentre quella nella direzione normale al moto è chiamata *portanza*. Analogamente, se un corpo immerso in un fluido è in moto, il fluido esercita sul corpo nella direzione del moto una forza chiamata *resistenza all'avanzamento* (o *resistenza al moto*). La resistenza al moto dovuta agli sforzi tangenziali sulle pareti solide è chiamata *resistenza d'attrito* ed è proporzionale alla viscosità; quella dovuta agli sforzi normali, proporzionali alla pressione, è chiamata *resistenza di forma* perché dipende dalla forma del corpo.

Il *coefficiente di resistenza* C_r e il *coefficiente di portanza* C_p sono due quantità adimensionali che rappresentano le caratteristiche di resistenza e di portanza di un corpo e vengono definiti come

$$C_r = \frac{F_r}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \quad (11.5) \quad \text{o}$$

e

$$C_p = \frac{F_p}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \quad (11.6)$$

essendo A l'area di riferimento del corpo, che, generalmente, è l'*area frontale* del corpo (proiezione su un piano normale alla direzione del moto) e, per i corpi affusolati, come un profilo alare, è l'*area planimetrica* (o area in pianta, cioè lunghezza per larghezza). Il coefficiente di resistenza dipende, in generale, dal *numero di Reynolds*, specialmente per numeri di Reynolds inferiori a 10^4 , tendendo, per la maggior parte delle geometrie, a diventare costante per valori elevati di Re . Così come la resistenza al moto è somma della resistenza d'attrito e della resistenza di forma, il coefficiente di resistenza è la somma del *coefficiente d'attrito* e del *coefficiente di forma*.

In corrispondenza di valori elevati della velocità, un fluido che si muove attorno a un corpo si distacca dalla superficie solida (*distacco di vena*), dando luogo a una *regione di distacco* tra il corpo e la corrente. Questo fenomeno può verificarsi anche nel caso di corpi affusolati, come i profili alari, se l'*angolo di incidenza*, che è l'angolo formato dalla *corda* (linea che unisce le punte anteriore e posteriore del profilo) con la direzione del moto, è sufficientemente grande. Il distacco può verificarsi sulla superficie superiore dell'ala riducendo drasticamente la portanza (*stallo*).

Nel moto di un fluido su una lastra piana, di lunghezza L , parallela alla direzione del moto, la resistenza di forma è nulla. Il coefficiente d'attrito medio sull'intera lastra vale

$$C_a = \frac{1,33}{\sqrt{Re_L}} \quad (11.16)$$

$$C_a = \frac{0,074}{\sqrt[5]{Re_L}} \quad (11.17)$$

rispettivamente, per moto ovunque laminare ($Re_L < 5 \times 10^5$) e per moto *ovunque* turbolento ($Re_L \geq 5 \times 10^5$), essendo $Re_L = VL/\nu$. Se la lastra è sufficientemente lunga perché il moto diventi turbolento ma non tanto lunga da poter trascurare la regione laminare, il coefficiente d'attrito *medio* sull'intera lastra piana risulta

$$C_a = \frac{0,074}{\sqrt[5]{Re_L}} - \frac{1742}{Re_L} \quad (11.20)$$

Le espressioni precedenti valgono per lastra liscia. Per lastra scabra, in regime turbolento il coefficiente d'attrito cresce al crescere della scabrezza relativa, cioè del rapporto tra l'indice di scabrezza ε e la lunghezza L della lastra.

In regime di moto puramente turbolento, il coefficiente d'attrito è indipendente dal numero di Reynolds ed è funzione solo della scabrezza relativa. In tal caso, per il calcolo del coefficiente d'attrito si può usare la formula di Schlichting

$$C_a = \left(1,89 - 1,62 \log \frac{\varepsilon}{L}\right)^{-2,5} \quad (11.21)$$

applicabile per superfici scabre ($\varepsilon/L > 10^{-4}$) e per $Re > 10^6$.

In regime turbolento, in generale, il coefficiente di resistenza aumenta con la scabrezza. Nel moto attorno a corpi non affusolati, come cilindri o sfere, un aumento della scabrezza può invece dar luogo a una *diminuzione* del coefficiente di resistenza, in quanto la scabrezza fa sì che la transizione alla turbolenza avvenga per un valore più piccolo del numero di Reynolds. Di conseguenza, il distacco dello strato limite avviene più a valle, determinando una scia più stretta

e quindi una considerevole diminuzione della resistenza di forma.

La velocità minima di decollo o di atterraggio di un velivolo di peso P e area planimetrica A è

$$V_{\min} = \sqrt{\frac{2P}{C_{p,\max} \rho A}} \quad (11.23)$$

Per un peso assegnato, la velocità di decollo o atterraggio può essere minimizzata rendendo massimo il prodotto del coefficiente di portanza e dell'area dell'ala. Nei grandi aerei, ciò si ottiene estraendo in fase di decollo o di atterraggio i *flap*.

Quando un cilindro o una sfera immersi in un fluido ruotano a velocità angolari sufficientemente elevate, si genera una portanza (*effetto Magnus*).

PROBLEMI

Resistenza e portanza

11.1 Quand'è che il moto di un fluido attorno a un corpo è bidimensionale, tridimensionale e a simmetria assiale? Di che tipo è il moto dell'aria attorno a una automobile?

Analisi Il moto di un fluido attorno ad un corpo è bidimensionale quando il corpo è lungo, a sezione trasversale costante, investito da una corrente con velocità ortogonale all'asse del corpo (come, ad esempio, nel caso del vento che soffiava su un lungo cavo elettrico, in direzione perpendicolare all'asse). Se il corpo è simmetrico rispetto ad un asse parallelo alla direzione del moto, il moto bidimensionale è a simmetria assiale (come nel caso del moto di un proiettile in aria). Il moto è tridimensionale nel caso più generale in cui non può essere considerato bidimensionale o a simmetria assiale. Il moto attorno ad una automobile è tridimensionale.

11.2 Che differenza c'è tra un corpo tozzo e un corpo affusolato? Una palla da tennis è un corpo tozzo o affusolato?

Analisi Un corpo è affusolato se la sua forma è studiata in modo che essa sia allineata con le linee di flusso del campo di moto. Altrimenti un corpo è tozzo e tende a bloccare il moto. Una palla da tennis è un corpo tozzo.

11.3 Cos'è la resistenza al moto? Da cosa è causata? Cosa si fa di solito per renderla minima?

Analisi La resistenza al moto (o resistenza all'avanzamento di un corpo in moto in un fluido in quiete) è la componente nella direzione del moto della risultante degli sforzi normali e tangenziali che il fluido esercita sulla superficie del corpo. Gli sforzi normali hanno modulo proporzionale alla pressione, mentre gli sforzi tangenziali sono sforzi di tipo viscoso. L'azione di trascinamento dipende quindi dal valore dello sforzo tangenziale alla parete τ_0 , dalla differenza di pressione che si crea tra la parte anteriore e quella posteriore del corpo e dal suo orientamento. Quando la velocità del fluido è troppo alta perché esso riesca a seguire la curvatura del corpo, il fluido si distacca dal corpo in un punto a valle del quale si determina una regione con pressioni molto basse. In tal caso, la grande differenza di pressione che si crea tra la parte anteriore e quella posteriore del corpo dà luogo ad una resistenza molto alta.

La resistenza al moto di un corpo può essere ridotta sagomandolo opportunamente, in modo da ritardare il distacco di vena. Così facendo, ritardando la separazione dello strato limite, si riduce la differenza di pressione tra la parte anteriore e quella posteriore del corpo, ma, se l'area della superficie di contatto col fluido aumenta, si può avere contemporaneamente l'aumento del contributo degli sforzi viscosi. Pertanto, uno studio che miri a ridurre la resistenza al moto di un corpo deve considerare entrambi gli effetti e cercare, quindi, di minimizzare la loro somma. In particolare, la sagomatura, che fa diminuire anche vibrazioni e rumore, è vantaggiosa solo per alti numeri di Reynolds, cioè per velocità piuttosto elevate, per le quali si ha quasi sicuramente il distacco di vena. A bassi numeri di Reynolds la sagomatura non dà alcun beneficio, anzi può essere dannosa, perché in tal caso, essendo la resistenza quasi interamente di tipo viscoso, se la sagomatura comporta un aumento dell'area di contatto col fluido si ha un aumento del coefficiente di resistenza e non una sua diminuzione.

11.4 Citare dei casi in cui si desidera avere un'elevata resistenza al moto.

Analisi Per rallentarne al massimo la velocità di caduta, è desiderabile che la resistenza al moto di un paracadute sia quanto più elevata possibile, così come, affinché siano ridotti al minimo gli effetti della diffusione di un inquinante, è desiderabile che l'inquinante nel suo moto incontri la maggiore resistenza possibile. Analogamente, una barca a vela riceverà una spinta tanto maggiore e, quindi, si muoverà tanto più velocemente quanto maggiore è l'azione di trascinamento del vento sulle vele.

11.5 Cos'è la portanza? Da cosa è causata? Gli sforzi tangenziali alla parete danno un contributo alla portanza?

Analisi La portanza è la componente nella direzione normale a quella del moto della risultante degli sforzi che il fluido esercita sulla superficie del corpo e tende a far muovere il corpo in tale direzione. La portanza è generata soprattutto dalla differenza di pressione che si genera tra la superficie inferiore e quella superiore del corpo. Invece, il contributo degli sforzi tangenziali è spesso molto modesto, soprattutto per corpi affusolati per i quali gli sforzi tangenziali agiscono quasi parallelamente alla direzione del moto.

11.6 Nel moto di un fluido attorno a un corpo, vengono misurate la resistenza al moto, la velocità della corrente a monte del corpo e la densità del fluido. Come può essere determinato il coefficiente di resistenza? Quale area si deve usare nei calcoli?

Analisi Note la resistenza al moto F_r , la velocità della corrente V a monte del corpo e la densità del fluido ρ , il coefficiente di resistenza può essere immediatamente determinato dalla 11.5

$$C_r = \frac{F_r}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$

in cui A è generalmente l'area frontale, cioè la superficie proiezione del corpo sul piano normale alla direzione del moto o, in altre parole, l'area che vedrebbe chi guardasse il corpo dal punto di vista della corrente in arrivo.

11.7 Nel moto di un fluido attorno a un corpo affusolato, come un profilo alare, vengono misurate la portanza, la velocità della corrente a monte del corpo e la densità del fluido. Come può essere determinato il coefficiente di portanza? Quale area si deve usare?

Analisi Note la portanza F_p , la velocità della corrente V a monte del corpo e la densità del fluido ρ , il coefficiente di portanza può essere immediatamente determinato dalla 11.6

$$C_p = \frac{F_p}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$

in cui A è l'area planimetrica, cioè la superficie proiezione del corpo su un piano ortogonale alla portanza.

11.8 Cos'è l'area frontale di un corpo immerso in un fluido in movimento? Quando si deve usare tale area nel calcolo della resistenza e della portanza?

Analisi L'area frontale di un corpo immerso in un fluido in movimento è la superficie proiezione del corpo sul piano normale alla direzione del moto o, in altre parole, l'area che vedrebbe chi guardasse il corpo dal punto di vista della corrente in arrivo. Essa va usata nel calcolo della resistenza al moto e della portanza su corpi tozzi.

11.9 Cos'è l'area planimetrica di un corpo immerso in un fluido in movimento? Quando si deve usare tale area nel calcolo della resistenza e della portanza?

Analisi L'area planimetrica è la superficie proiezione del corpo su un piano ortogonale alla portanza. Essa va usata nel calcolo della resistenza al moto e della portanza su corpi affusolati.

11.10 Cos'è la velocità terminale? Come si calcola?

Analisi La velocità terminale è la massima velocità che può raggiungere un corpo in caduta libera. Quando tutte le forze che agiscono sul corpo (peso, spinta di galleggiamento e resistenza al moto) si fanno equilibrio tra loro, essendo nulla la forza risultante che agisce su di esso, il corpo, per la seconda legge di Newton, è sottoposto ad accelerazione nulla. Conseguentemente, la sua velocità rimane costante e, non potendo più aumentare, è la massima che il corpo può raggiungere.

11.11 Che differenza c'è tra resistenza d'attrito e resistenza di forma? Quale delle due è più significativa per corpi affusolati come i profili alari?

Analisi La *resistenza di attrito* è la parte dell'azione di trascinamento derivante dagli sforzi tangenziali e dipende dal valore dello sforzo tangenziale alla parete e dall'orientamento del corpo. La *resistenza di forma* è proporzionale all'area frontale e alla differenza di pressione che si crea tra la parte anteriore e quella posteriore del corpo immerso. Generalmente, per i corpi affusolati è più significativa la resistenza di attrito.

11.12 Che influenza ha la scabrezza sul coefficiente d'attrito in regime laminare e in regime turbolento?

Analisi In regime laminare il coefficiente di attrito dipende solo dal numero di Reynolds e, quindi, la scabrezza non ha alcuna influenza su di esso. In regime turbolento, il coefficiente di attrito dipende, in generale, sia dal numero di Reynolds che dalla scabrezza. Questa fa sentire i suoi effetti solo quando le irregolarità della parete sporgono al di fuori del substrato viscoso, dando luogo ad un aumento del coefficiente di attrito tanto maggiore quanto maggiore è la scabrezza.

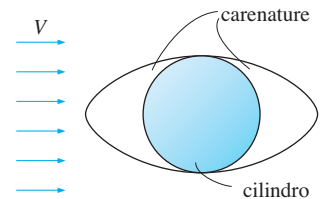
11.13 In generale, come varia il coefficiente d'attrito con il numero di Reynolds per valori di Re (a) bassi e medi e (b) alti ($Re > 10^4$)?

Analisi (a) Per valori medi e bassi del numero di Reynolds, il coefficiente di attrito, in generale, diminuisce al crescere di Re . (b) Per $Re > 10^4$, esso è praticamente indipendente da Re .

11.14 Sul fronte e sul retro di un corpo di forma cilindrica vengono montate delle carenature per renderlo più affusolato. Nell'ipotesi che il moto sia sempre turbolento, qual è l'effetto di tale operazione su (a) coefficiente d'attrito, (b) coefficiente di forma e (c) coefficiente di resistenza?

Analisi La sagomatura causa un aumento del coefficiente di attrito e una diminuzione del coefficiente di forma e, complessivamente, una diminuzione del coefficiente di resistenza.

11.15 Sagomando un corpo per renderlo più affusolato, come variano (a) il coefficiente d'attrito e (b) il coefficiente di forma? Rendendo un corpo più affusolato, la sua resistenza al moto diminuisce sempre?



Analisi La sagomatura di un corpo fa aumentare il coefficiente di attrito e diminuire il coefficiente di forma. Di conseguenza, per alti numeri di Reynolds, per i quali la resistenza al moto è dovuta prevalentemente alla resistenza di forma, essa diminuisce. Invece, per valori bassi di Re , poiché la resistenza al moto è dovuta soprattutto alla resistenza di attrito, essa aumenta.

11.16 Perché il coefficiente di resistenza di un corpo che si muove nella scia di quello che lo precede si riduce notevolmente?

Analisi Nella regione di scia di un corpo in movimento le pressioni sono molto basse. Per questo, se un corpo in movimento entra nella regione di scia di quello che lo precede, incontra una resistenza all'avanzamento notevolmente minore. Pertanto, il suo coefficiente di resistenza diminuisce.

11.17 Per determinare il coefficiente di resistenza di un'automobile, alta 1,40 m e larga 1,65 m, nelle condizioni di progetto di aria alla pressione di 1 013 hPa, a 25 °C ($\rho = 1,164 \text{ kg/m}^3$) e alla velocità di 90 km/h, in una galleria del vento, su un modello in scala 1:1, viene misurata una resistenza di 300 N. Quanto vale il coefficiente di resistenza dell'automobile?

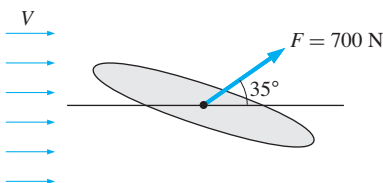
Analisi Note la velocità V della corrente a monte dell'automobile, l'area frontale A dell'automobile, la densità ρ dell'aria e la resistenza al moto F_r , per la 11.5 è

$$C_r = \frac{F_r}{\frac{1}{2} \rho V^2 A} = \frac{300}{0,5 \times 1,164 \times \left(\frac{90}{3,6}\right)^2 \times 1,40 \times 1,65} = 0,357$$

Discussione Il valore del coefficiente di resistenza dipende dalle condizioni di prova. Pertanto, affinché i coefficienti di resistenza di autovetture diverse siano confrontabili, è necessario che le prove siano effettuate nelle stesse condizioni. Tali condizioni sono fissate dagli enti nazionali e internazionali preposti alla standardizzazione.

11.18 Un'automobile viaggia alla velocità di 80 km/h. Calcolare il valore della velocità da utilizzare nell'analisi del campo di moto se (a) l'aria è in quiete, (b) c'è vento con una velocità di 30 km/h in direzione opposta a quella del moto dell'automobile e (c) c'è vento con una velocità di 50 km/h nella stessa direzione del moto dell'automobile.

Analisi Nell'analisi del campo di moto, bisogna considerare la velocità relativa che, nei tre casi considerati, risulta rispettivamente (a) 80 km/h, (b) $80 + 30 = 110 \text{ km/h}$ e (c) $80 - 50 = 30 \text{ km/h}$.



11.19 La risultante degli sforzi su un corpo immerso vale 700 N e la sua retta d'azione forma un angolo di 35° con la direzione del moto del fluido. Calcolare la resistenza e la portanza sul corpo.

Analisi Se F è la risultante degli sforzi che il fluido esercita sul corpo, la resistenza F_r e la portanza F_p sono, rispettivamente, le componenti di F nella

direzione del moto e nella direzione ortogonale a quella del moto. Per cui,

$$F_r = F \cos 35^\circ = 700 \times \cos 35^\circ = 573 \text{ N}$$

$$F_p = F \sin 35^\circ = 700 \times \sin 35^\circ = 402 \text{ N}$$

11.20 Nel moto di aria alla pressione di 1 013 hPa e a 5 °C ($\rho = 1,269 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,754 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$) attorno a una sfera, del diametro di 120 mm, viene misurata un'azione di trascinamento di 5,2 N. La resistenza di forma, ottenuta integrando la distribuzione della pressione, misurata usando sensori collegati alla parete, è di 4,9 N. Nell'ipotesi che il moto sia turbolento, calcolare il coefficiente d'attrito della sfera e verificare l'ipotesi.

Analisi Dalle 11.7

$$C_a = \frac{F_a}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \quad \text{e} \quad C_f = \frac{F_f}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$

sommando membro a membro e dividendo per la prima, si ha

$$\frac{C_a + C_f}{C_a} = \frac{F_a + F_f}{F_a}$$

da cui, essendo la somma della resistenza di attrito F_a e della resistenza di forma F_f uguale all'azione di trascinamento F_r ed il coefficiente di resistenza C_r somma dei coefficienti di attrito C_a e di forma C_f , si ha

$$C_a = \frac{F_a}{F_a + F_f} (C_a + C_f) = \frac{F_a}{F_r} C_r = \frac{F_r - F_f}{F_r} C_r$$

Nell'ipotesi di moto turbolento, il coefficiente di resistenza di una sfera è $C_r = 0,2$ (vedi Tabella 11.2). Per cui, risulta

$$C_a = \frac{F_r - F_f}{F_r} C_r = \frac{5,2 - 4,9}{5,2} \times 0,2 = 0,0115$$

Essendo, per la 11.5,

$$V = \sqrt{\frac{F_r}{\frac{1}{2}\rho A C_r}} = \sqrt{\frac{5,2}{0,5 \times 1,269 \times \pi \times \frac{0,120^2}{4} \times 0,2}} = 60,2 \text{ m/s}$$

risulta

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1,269 \times 60,2 \times 0,120}{1,754 \times 10^{-5}} = 5,23 \times 10^5 > 2 \times 10^5$$

Pertanto, lo strato limite è turbolento (vedi par. 11.6) e, quindi, il valore di C_r è corretto.

11.21 Un segnale stradale circolare, del diametro di 50 cm, retto da un palo alto 2,2 m, è sollecitato dal vento che può raggiungere la velocità di 150 km/h,

alla pressione di 100 kPa e alla temperatura di 10 °C ($\rho = 1,231 \text{ kg/m}^3$). Calcolare l'azione di trascinamento sul segnale e il momento che si scarica alla base del palo che lo sostiene, trascurando l'azione di trascinamento sul palo.

Analisi Per la 11.5, essendo per un disco sottile $C_r = 1,1$ (vedi Tabella 11.2), l'azione di trascinamento è

$$F_r = \frac{1}{2} C_r \rho V^2 A = \frac{1}{2} \times 1,1 \times 1,231 \times \left(\frac{150}{3,6} \right)^2 \times \pi \times \frac{0,50^2}{4} = 231 \text{ N}$$

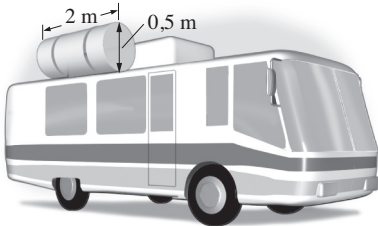
Tale forza, causata da una corrente a velocità uniformemente distribuita, è applicata sul centro del segnale circolare, a distanza b dalla base, per cui alla base del palo si scarica un momento

$$M = F_r b = 231 \times (2,2 + 0,25) = 566 \text{ N} \cdot \text{m}$$

11.22 L'azione del vento è una delle sollecitazioni principali di cui tener conto nel progetto dei sostegni dei grandi cartelloni pubblicitari, come testimoniato dai frequenti casi di cartelloni divelti dai venti forti. Calcolare l'azione esercitata su un cartellone, alto 2,4 m e largo 6 m, da un vento che soffia in direzione ortogonale al cartellone a 150 km/h, alla pressione di 100 kPa e alla temperatura di 10 °C ($\rho = 1,231 \text{ kg/m}^3$).

Analisi Per la 11.5, essendo per una lastra rettangolare sottile $C_r = 1,9$ (vedi Tabella 11.1 o Figura 11.12), l'azione di trascinamento risulta

$$F_r = \frac{1}{2} C_r \rho V^2 A = \frac{1}{2} \times 1,9 \times 1,231 \times \left(\frac{150}{3,6} \right)^2 \times 2,4 \times 6 = 29,2 \text{ kN}$$



11.23 Sul tetto di un camper è collocato un serbatoio d'acqua cilindrico, del diametro di 0,5 m e lungo 2 m. Calcolare l'aumento di potenza richiesto dalla presenza del serbatoio quando il camper viaggia alla velocità di 95 km/h, in aria alla pressione di 87 kPa e a 20 °C ($\rho = 1,028 \text{ kg/m}^3$), e il serbatoio è montato con l'asse (a) parallelo o (b) ortogonale alla direzione del moto.

Analisi Essendo la viscosità dell'aria a 20 °C $\mu = 1,83 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, risulta

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1,028 \times 95/3,6 \times 0,5}{1,83 \times 10^{-5}} = 7,41 \times 10^5 > 10^4$$

per cui sono utilizzabili i valori dei coefficienti di resistenza riportati nelle Tabelle 11.1 e 11.2. In particolare nel caso (a) in cui il serbatoio cilindrico è in asse alla direzione del moto, essendo $L/D = 2/0,5 = 4$, dalla tabella 11.2 si ha $C_r = 0,9$. Nel caso (b), essendo il serbatoio assimilabile ad una barra circolare ortogonale alla direzione del moto, si ha $C_r = 0,3$. Per la 11.5, la resistenza al moto nei due casi risulta, rispettivamente,

$$F_r = \frac{1}{2} C_r \rho V^2 A = \frac{1}{2} \times 0,9 \times 1,028 \times \left(\frac{95}{3,6} \right)^2 \times \pi \times \frac{0,5^2}{4} = 63,2 \text{ N} \quad (a)$$

$$F_r = \frac{1}{2} C_r \rho V^2 A = \frac{1}{2} \times 0,3 \times 1,028 \times \left(\frac{95}{3,6} \right)^2 \times 2 \times 0,5 = 107 \text{ N} \quad (b)$$

L'aumento di potenza ΔP richiesto nei due casi è dato dal prodotto della resistenza offerta dal serbatoio per la velocità. Per cui, si ha, rispettivamente,

$$\Delta P = F_r V = 63,2 \times 95/3,6 = 1,67 \text{ kW} \quad (a)$$

$$\Delta P = F_r V = 107 \times 95/3,6 = 2,82 \text{ kW} \quad (b)$$

11.24 Una sfera, del diametro di 4 mm, di materiale plastico di densità $\rho = 1150 \text{ kg/m}^3$, viene lasciata cadere in acqua a 20°C . Calcolare la sua velocità terminale.

Analisi La velocità terminale di un oggetto in caduta libera è quella che il corpo raggiunge quando tutte le forze che agiscono su di esso, cioè il peso P , la spinta di galleggiamento S_g e la resistenza al moto F_r , si fanno equilibrio tra loro. Per la 3.52, essendo $\rho_a = 998 \text{ kg/m}^3$ la densità dell'acqua, la spinta di galleggiamento è

$$S_g = \rho_a g W = \rho_a g \frac{\pi D^3}{6}$$

mentre, per la 11.5, la resistenza al moto è

$$F_r = \frac{1}{2} C_r \rho_a V^2 A = \frac{1}{2} C_r \rho_a V^2 \frac{\pi D^2}{4}$$

La velocità terminale viene raggiunta quando $F_r = P - S_g$ cioè per

$$\frac{1}{2} C_r \rho_a V^2 \frac{\pi D^2}{4} = (\rho - \rho_a) g \frac{\pi D^3}{6}$$

da cui

$$V = \sqrt{\frac{4}{3} \left(\frac{\rho}{\rho_a} - 1 \right) \frac{g D}{C_r}}$$

Essendo C_r funzione del numero di Reynolds (vedi Figura 11.30), è necessario procedere per successive approssimazioni. Risulta

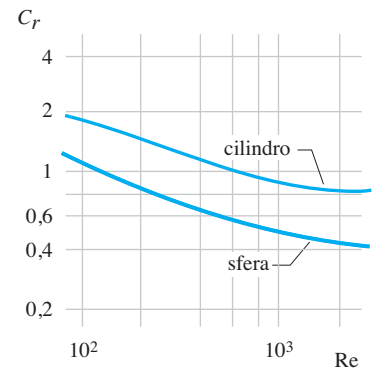
$$\begin{aligned} V &= \sqrt{\frac{4}{3} \left(\frac{\rho}{\rho_a} - 1 \right) \frac{g D}{C_r}} = \\ &= \sqrt{\frac{4}{3} \times \left(\frac{1150}{998} - 1 \right) \times \frac{9,81 \times 0,004}{C_r}} = \frac{0,0893}{\sqrt{C_r}} \text{ m/s} \end{aligned}$$

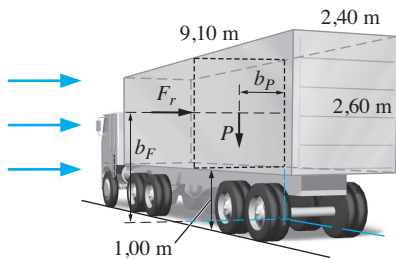
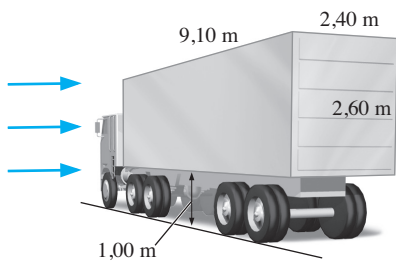
e, essendo la viscosità dell'acqua a 20°C $\mu = 1,002 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$,

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{998 \times 0,0893 \times 0,004}{1,002 \times 10^{-3}} \times \frac{1}{\sqrt{C_r}} = \frac{356}{\sqrt{C_r}}$$

In figura 11.30, per $\text{Re} = 400$ si legge $C_r = 0,65$ da cui $\text{Re}\sqrt{C_r} = 322$ e per $\text{Re} = 500$ si legge $C_r = 0,60$ da cui $\text{Re}\sqrt{C_r} = 387$. Pertanto, C_r è compreso tra 0,60 e 0,65. Ponendo $C_r = 0,63$, risulta

$$V = \frac{0,0893}{\sqrt{0,63}} = \frac{0,0893}{0,794} = 0,113 \text{ m/s}$$





11.25 In presenza di vento forte, i veicoli molto alti, come camper o autocarri, rischiano il ribaltamento, soprattutto se si trovano in zone aperte e sono scarichi. Si consideri un autocarro con vano di carico chiuso, alto 2,60 m, lungo 9,10 m e largo 2,40 m, avente una massa di 5 000 kg. La distanza tra il bordo inferiore e il piano stradale è di 1,00 m. Si supponga che il veicolo venga sollecitato da un forte vento laterale ($\rho = 1,1 \text{ kg/m}^3$). Ipotizzando che il peso sia uniformemente distribuito, calcolare la velocità limite del vento, superata la quale l'autocarro si rovescia lateralmente.

Analisi In corrispondenza dell'equilibrio limite al ribaltamento laterale, le ruote poste sul lato sollecitato dal vento perdono aderenza e la reazione del terreno sull'autocarro agisce solo attraverso le ruote poste sul lato opposto. Oltre a tale reazione del terreno, sull'autocarro agiscono il peso proprio P , che per l'ipotesi di peso uniformemente distribuito è una forza applicata nel baricentro del volume dell'autocarro, e l'azione di trascinamento F_r esercitata dal vento, che, se la velocità del vento è uniforme, è una forza ortogonale alla parete verticale laterale e applicata sul baricentro della parete stessa. Dall'equilibrio dei momenti rispetto all'asse attorno cui l'autocarro tende a ruotare, in condizioni di equilibrio limite, indicando con b_P il braccio del peso e con b_F il braccio dell'azione di trascinamento, si ha

$$P b_P = F_r b_F$$

Indicando con $h = 2,60 \text{ m}$ l'altezza del vano dell'autocarro, con $b = 2,40 \text{ m}$ la sua larghezza, con $L = 9,10 \text{ m}$ la sua lunghezza e con h_b la distanza del bordo inferiore del vano dal piano stradale, per la 11.5, si ha

$$m g b_P = \frac{1}{2} C_r \rho V^2 h L b_F$$

ed, essendo $b_P = b/2$ e $b_F = h_b + h/2$,

$$m g \frac{b}{2} = \frac{1}{2} C_r \rho V^2 h L \left(h_b + \frac{h}{2} \right)$$

da cui, ponendo $C_r = 2,25$ per interpolazione dei valori relativi ad una barra rettangolare di sezione $b \times h$, in quanto $b/h = 2,40/2,60 = 0,92$ (vedi Tabella 11.1), la velocità limite del vento risulta

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{\frac{m g b}{C_r \rho h L (h_b + h/2)}} = \\ &= \sqrt{\frac{5000 \times 9,81 \times 2,4}{2,25 \times 1,1 \times 2,6 \times 9,10 \times (1 + 2,6/2)}} = 29,6 \text{ m/s} \end{aligned}$$

pari a 106 km/h.

11.26 Un ciclista, con una massa di 80 kg, percorre sulla sua bicicletta, avente una massa di 15 kg, una strada in discesa, inclinata di 12° rispetto all'orizzontale. In posizione eretta, il ciclista ha un'area frontale di $0,45 \text{ m}^2$ e un coefficiente di resistenza pari a 1,1; in posizione di gara, l'area frontale è $0,4 \text{ m}^2$ e il coefficiente di resistenza vale 0,9. Calcolare la velocità terminale del ciclista in aria di densità $1,25 \text{ kg/m}^3$, quando egli non pedala né frena, trascurando l'attrito di rotolamento e quello ai cuscinetti.

Analisi Il ciclista raggiunge la velocità terminale quando la componente del suo peso P nella direzione del moto e la resistenza al moto F_r si fanno equilibrio tra loro, cioè, essendo θ l'angolo che la strada forma con l'orizzontale, quando

$$F_r = P \sin \theta$$

Per la 11.5, deve essere, quindi,

$$\frac{1}{2} C_r \rho V^2 A = mg \sin \theta$$

da cui

$$V = \sqrt{\frac{2mg \sin \theta}{C_r \rho A}} = \sqrt{\frac{2 \times 95 \times 9,81 \times \sin 12^\circ}{1,25}} \times \frac{1}{\sqrt{C_r A}} = \frac{17,6}{\sqrt{C_r A}} \text{ m/s}$$

Pertanto, quando è in posizione eretta, la velocità terminale del ciclista risulta

$$V_e = \frac{17,6}{\sqrt{C_r A}} = \frac{17,6}{\sqrt{1,1 \times 0,45}} = 25,0 \text{ m/s}$$

e, in posizione di gara,

$$V_g = \frac{17,6}{\sqrt{C_r A}} = \frac{17,6}{\sqrt{0,9 \times 0,4}} = 29,3 \text{ m/s}$$

pari, rispettivamente, a 90 e a 105 km/h.

Discussione La notevole influenza che la posizione ha sulla resistenza al moto spiega l'attenzione che durante le gare i ciclisti pongono nell'assumerne una corretta.

11.27 Per misurare la velocità del vento, si usa spesso un mulinello costituito da semisfere che possono ruotare attorno a un perno su un piano verticale o orizzontale. Un mulinello, costituito da due coppie di semisfere del diametro di 80 mm, i cui centri distano 25 cm, a causa di un problema meccanico, è bloccato nella posizione di figura. Calcolare il momento torcente che agisce sul perno quando la velocità del vento, di densità $1,25 \text{ kg/m}^3$, è di 15 m/s.

Analisi Sul perno agiscono i momenti delle due azioni di trascinamento F_{rs} e F_{ri} che il vento esercita, rispettivamente, sulle semisfere superiore e inferiore, i quali hanno verso opposto, per cui, se b è la distanza tra il centro di ciascuna semisfera e il perno, il momento risultante M è

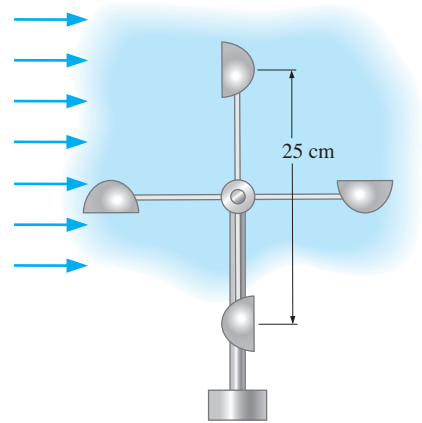
$$M = (F_{rs} - F_{ri})b$$

e, per la 11.5, essendo d il diametro di ciascuna semisfera,

$$M = \left(\frac{1}{2} C_{rs} \rho V^2 A - \frac{1}{2} C_{ri} \rho V^2 A \right) b = \frac{1}{2} (C_{rs} - C_{ri}) \rho V^2 \frac{\pi d^2}{4} b$$

Essendo $C_{rs} = 1,2$ per la semisfera superiore e $C_{ri} = 0,4$ per quella inferiore (vedi Tabella 11.2), sul perno agisce un momento

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{2} (C_{rs} - C_{ri}) \rho V^2 \frac{\pi d^2}{4} b = \\ &= \frac{1}{2} \times (1,2 - 0,4) \times 1,25 \times 15^2 \times \pi \times \frac{0,08^2}{4} \times 0,125 = 0,0706 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$



11.28 Un contenitore di forma sferica, del diametro di 1,5 m, completamente immerso in acqua dolce, è trainato da un battello alla velocità di 4 m/s. Calcolare la potenza necessaria, supponendo che il regime di moto sia turbolento.

Analisi Per la 11.5, essendo nell'ipotesi di moto turbolento $C_r = 0,2$ (vedi Tabella 11.2), la resistenza al moto esercitata dall'acqua sul contenitore sferico di diametro d è

$$\begin{aligned} F_r &= \frac{1}{2} C_r \rho V^2 A = \frac{1}{2} C_r \rho V^2 \frac{\pi d^2}{4} = \\ &= \frac{1}{2} \times 0,2 \times 1\,000 \times 4^2 \times \pi \times \frac{1,5^2}{4} = 2,83 \text{ kN} \end{aligned}$$

Pertanto, la potenza P necessaria per trainarla è

$$P = F_r V = 2,83 \times 4 = 11,3 \text{ kW}$$

11.29 Quando un veicolo si muove con velocità costante su una strada orizzontale, trascurando l'attrito ai cuscinetti delle ruote, la potenza trasmessa alle ruote viene utilizzata per vincere la resistenza aerodinamica e l'attrito per rotolamento, pari al prodotto del coefficiente d'attrito al rotolamento per il peso del veicolo. Un'automobile, avente una massa di 950 kg, un coefficiente di resistenza di 0,32, un'area frontale di 1,8 m² e un coefficiente d'attrito al rotolamento di 0,04, trasmette alle ruote una potenza massima di 80 kW. Assumendo per l'aria una densità di 1,20 kg/m³, calcolare (a) la velocità in corrispondenza della quale la resistenza per rotolamento risulta uguale alla resistenza aerodinamica e (b) la velocità massima che può essere raggiunta dall'automobile.

Analisi (a) Essendo P il peso complessivo del veicolo, C_{ar} il coefficiente di attrito al rotolamento e F_r la resistenza aerodinamica, si ha

$$F_r = C_{ar} P$$

e, per la 11.5,

$$\frac{1}{2} C_r \rho V^2 A = C_{ar} P$$

da cui

$$V = \sqrt{2 \frac{C_{ar} mg}{C_r \rho A}} = \sqrt{2 \times \frac{0,04}{0,32} \times \frac{950 \times 9,81}{1,20 \times 1,8}} = 32,8 \text{ m/s}$$

pari a 118 km/h.

(b) La velocità dell'automobile raggiunge il valore massimo quando la potenza necessaria per vincere la resistenza per rotolamento e la resistenza aerodinamica a quella velocità raggiunge la potenza massima $P_{\max}$ trasmessa alle ruote. Per cui

$$P_{\max} = \left(\frac{1}{2} C_r \rho V_{\max}^2 A + C_{ar} P \right) V_{\max}$$

da cui l'equazione di terzo grado in $V_{\max}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} C_r \rho V_{\max}^3 A + C_{ar} P V_{\max} - P_{\max} &= \\ &= \left(\frac{0,32}{2} \times 1,20 \times 1,8 \right) V_{\max}^3 + (0,04 \times 950 \times 9,81) V_{\max} - 80 \times 10^3 = \\ &= 0,346 V_{\max}^3 + 373 V_{\max} - 80 \times 10^3 = 0 \end{aligned}$$

la cui soluzione è $V_{\max} = 55,5$ m/s, pari a 200 km/h. Per tale velocità, la resistenza al moto risulta

$$F_r = \frac{1}{2} C_r \rho V_{\max}^2 A = \frac{1}{2} \times 0,32 \times 1,20 \times 55,5^2 \times 1,8 = 1060 \text{ N}$$

Essendo la resistenza per rotolamento pari a 373 N, essa è pari al 26% della resistenza totale. Infatti

$$\frac{C_{ar} P}{F_r + C_{ar} P} = \frac{373}{1060 + 373} = 0,260$$

Pertanto, la potenza massima serve per poco più di un quarto a superare la resistenza per rotolamento e per i rimanenti tre quarti per superare la resistenza aerodinamica.

11.30 Il coefficiente di resistenza di un'automobile aumenta quando vengono aperti i finestrini o il tettuccio apribile. Un'automobile ha un'area frontale di $1,60 \text{ m}^2$ e un coefficiente di resistenza di 0,32 con finestrini e tettuccio chiusi, che diventa pari a 0,41 quando si apre il tettuccio. Assumendo per l'aria una densità di $1,20 \text{ kg/m}^3$, calcolare l'incremento di potenza richiesto dall'apertura del tettuccio quando l'automobile viaggia alla velocità di (a) 60 km/h e (b) 120 km/h.

Analisi Indicando con P_a la potenza necessaria per vincere la resistenza al moto a tettuccio aperto e con P_c il corrispondente valore a tettuccio chiuso, la differenza tra i due valori, per la 11.5, è

$$\Delta P = P_a - P_c = \frac{1}{2} C_{ra} \rho V^3 A - \frac{1}{2} C_{rc} \rho V^3 A = \frac{1}{2} \rho V^3 A (C_{ra} - C_{rc})$$

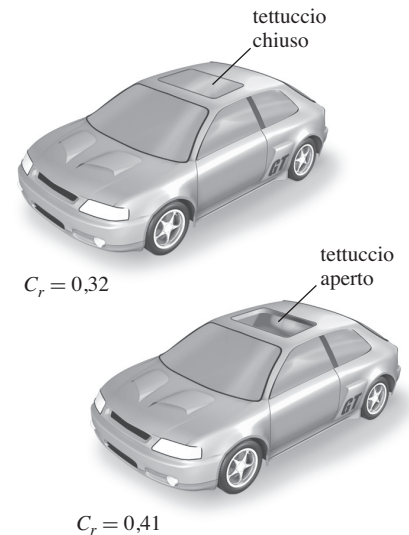
(a) Alla velocità di 60 km/h, l'incremento di potenza richiesto è

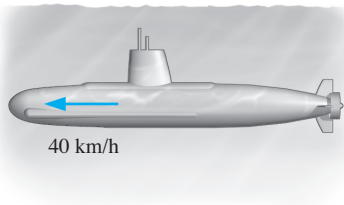
$$\begin{aligned} \Delta P_a &= \frac{1}{2} \rho V^3 A (C_{ra} - C_{rc}) = \\ &= \frac{1}{2} \times 1,20 \times \left(\frac{60}{3,6} \right)^3 \times 1,60 \times (0,41 - 0,32) = 0,400 \text{ kW} \end{aligned}$$

(b) Alla velocità di 120 km/h, l'incremento di potenza diviene

$$\Delta P_b = \Delta P_a \left(\frac{V_b}{V_a} \right)^3 = 400 \times \left(\frac{120}{60} \right)^3 = 3,20 \text{ kW}$$

Analisi Essendo la potenza proporzionale al cubo della velocità, quando questa raddoppia la potenza aumenta di un fattore $2^3 = 8$.





11.31 Un sottomarino ha una forma che può essere assimilata a quella di un ellissoide del diametro di 5 m, lungo 25 m. Calcolare la potenza necessaria perché esso possa muoversi orizzontalmente alla velocità di 40 km/h in acqua di mare ($\rho_a = 1025 \text{ kg/m}^3$). Calcolare, inoltre, la potenza necessaria per trainare il sottomarino in aria ($\rho = 1,30 \text{ kg/m}^3$) alla stessa velocità. Ipotezzare che il moto sia turbolento in entrambi i casi.

Analisi La potenza P necessaria perché il sottomarino si muova a velocità V è pari al prodotto della velocità per la resistenza al moto

$$F_r = \frac{1}{2} C_r \rho V^2 A$$

per cui

$$P = F_r V = \frac{1}{2} C_r \rho V^3 A$$

Per un ellissoide con $L/D = 25/5 = 5$ in regime turbolento si ha un coefficiente di resistenza $C_r = 0,1$ (vedi Tabella 11.2). Per cui, il valore della potenza, in acqua di mare, risulta

$$\begin{aligned} P_a = F_r V &= \frac{1}{2} C_r \rho_a V^3 \frac{\pi D^2}{4} = \\ &= \frac{1}{2} \times 0,1 \times 1025 \times \left(\frac{40}{3,6} \right)^3 \times \pi \times \frac{5^2}{4} = 1380 \text{ kW} \end{aligned}$$

e in aria

$$P = P_a \frac{\rho}{\rho_a} = 1380 \times \frac{1,30}{1025} = 1,75 \text{ kW}$$

Discussione Il rapporto tra le potenze necessarie per trainare il sottomarino in acqua e in aria è uguale al rapporto tra le densità dei due fluidi, pari a circa 800.

Moto su lastra piana

11.32 Quale proprietà dei fluidi è responsabile dello sviluppo dello strato limite di velocità? Che influenza ha la velocità sullo spessore dello strato limite?

Analisi La viscosità è la proprietà dei fluidi responsabile dello sviluppo dello strato limite di velocità. Tanto più grande è la velocità (e quindi il numero di Reynolds) più lo strato limite è “forzato” contro la parete e, pertanto, più esso è sottile.

11.33 Nel moto di un fluido su una lastra piana, cosa rappresenta il coefficiente d'attrito? Che rapporto ha con la forza di trascinamento che agisce sulla lastra?

Analisi Il coefficiente di attrito è, in generale, un indice della resistenza d'attrito, cioè di quella parte, dovuta agli sforzi tangenziali, della forza di trascinamento che un fluido in moto esercita su un corpo immerso. Per una lastra

piana, la forza di trascinamento coincide con la resistenza d'attrito e, pertanto, il coefficiente di attrito coincide con il coefficiente di resistenza.

11.34 Nel moto laminare su lastra piana, come cambia, con la posizione, il coefficiente d'attrito locale?

Analisi Nel moto laminare su lastra piana il coefficiente d'attrito locale è inversamente proporzionale alla radice quadrata della distanza dallo spigolo iniziale della lastra.

11.35 Nel moto laminare su lastra piana, come si calcola il coefficiente d'attrito medio?

Analisi Nel moto laminare su lastra piana il coefficiente di attrito medio si ottiene integrando il valore locale sulla intera lunghezza L della lastra e dividendo il risultato per L . Esso può essere determinato anche sperimentalmente, misurando la resistenza al moto e dividendone il valore per la pressione dinamica $\rho V^2/2$.

11.36 Un olio leggero, alla temperatura di 23 °C ($\rho = 886 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 0,638 \text{ Pa} \cdot \text{s}$), defluisce, con velocità di 1,8 m/s, su una lastra piana lunga 5 m. Calcolare l'azione di trascinamento, per unità di larghezza, esercitata dall'olio sulla lastra.

Analisi Essendo al bordo di uscita della lastra

$$\text{Re}_L = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{886 \times 1,8 \times 5}{0,638} = 1,25 \times 10^4 < 5 \times 10^5$$

il moto è ovunque laminare. Pertanto, il coefficiente di attrito medio è espresso dalla 11.16

$$C_a = \frac{1,33}{\sqrt{\text{Re}_L}} = \frac{1,33}{\sqrt{1,25 \times 10^4}} = 0,0119$$

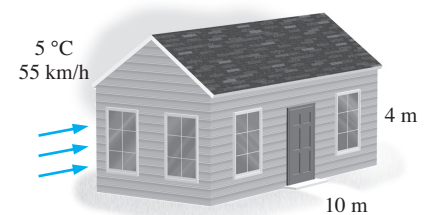
Conseguentemente, per la 11.11, l'azione di trascinamento esercitata dall'olio sulla lastra, per unità di larghezza, è

$$F_r = F_a = \frac{1}{2} C_a \rho V^2 A = \frac{1}{2} \times 0,0119 \times 886 \times 1,8^2 \times 5 \times 1 = 85,4 \text{ N}$$

11.37 In una giornata invernale, sulla parete di una costruzione, alta 4 m e lunga 10 m, soffia tangenzialmente un forte vento, alla pressione di 1 013 hPa e temperatura di 5 °C ($\rho = 1,269 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,754 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$). Calcolare l'azione di trascinamento sulla parete, supponendo che la superficie sia liscia, per una velocità del vento di 55 km/h e per una velocità doppia. Quanto è realistico studiare il moto dell'aria sulla parete come un moto su lastra piana?

Analisi Per $V_1 = 55 \text{ km/h}$, essendo al bordo di uscita dalla parete

$$\text{Re}_{L1} = \frac{\rho V_1 L}{\mu} = \frac{1,269 \times 55/3,6 \times 10}{1,754 \times 10^{-5}} = 1,11 \times 10^7 > 5 \times 10^5$$



il moto è laminare solo nella parte iniziale della parete e turbolento nella parte restante. In tal caso, se la parete può essere considerata liscia, per la 11.20, il coefficiente di attrito medio C_{a1} è

$$C_{a1} = \frac{0,074}{\sqrt[5]{Re_{L1}}} - \frac{1742}{Re_{L1}} = \frac{0,074}{\sqrt[5]{1,11 \times 10^7}} - \frac{1742}{1,11 \times 10^7} = 0,00273$$

Pertanto, per la 11.11, l'azione di trascinamento esercitata dal vento sulla parete risulta

$$F_{r1} = \frac{1}{2} C_{a1} \rho V_1^2 A = \frac{1}{2} \times 0,00273 \times 1,269 \times \left(\frac{55}{3,6}\right)^2 \times 10 \times 4 = 16,2 \text{ N}$$

Per la velocità $V_2 = 110 \text{ km/h}$, doppia della precedente, il numero di Reynolds Re_{L2} è anch'esso il doppio e il moto è ancora laminare nella parte iniziale della parete e turbolento nella parte restante. Per la 11.20, il coefficiente di attrito medio è

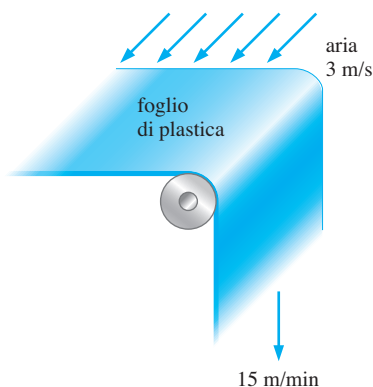
$$C_{a2} = \frac{0,074}{\sqrt[5]{Re_{L2}}} - \frac{1742}{Re_{L2}} = \frac{0,074}{\sqrt[5]{2,22 \times 10^7}} - \frac{1742}{2,22 \times 10^7} = 0,00243$$

L'azione di trascinamento diviene

$$F_{r2} = F_{r1} \frac{C_{a2} V_2^2}{C_{a1} V_1^2} = 16,2 \times \frac{0,0243}{0,0273} \times 2^2 = 57,7 \text{ N}$$

pari a circa il quadruplo del caso precedente, essendo essa proporzionale al quadrato della velocità (che raddoppia) e risultando il coefficiente di attrito medio poco diverso dal precedente.

Discussione Studiare il moto dell'aria sulla parete come un moto su lastra piana non è molto realistico. Infatti, quando la corrente d'aria investe l'edificio, si ha separazione del moto in corrispondenza degli spigoli laterali. Pertanto, un calcolo corretto dell'azione di trascinamento richiederebbe lo studio del moto dell'aria attorno all'intero edificio. Inoltre, è poco realistica l'ipotesi che la parete possa considerarsi liscia.



11.38 Un impianto industriale produce una lamina di plastica continua, larga 1,2 m e spessa 2 mm, a una velocità di 15 m/min. La lamina è raffreddata su entrambe le facce da una corrente d'aria a 1013 hPa e a 60 °C ($\rho = 1,059 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 2,008 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$), che si muove con velocità di 3 m/s in direzione normale a quella della lamina. La corrente d'aria ha una larghezza tale da essere attraversata in 2 s da un punto sulla lamina. Calcolare l'azione di trascinamento esercitata dall'aria nella direzione del suo moto.

Analisi Essendo al bordo di uscita dalla lamina

$$Re_L = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{1,059 \times 3 \times 1,2}{2,008 \times 10^{-5}} = 1,90 \times 10^5 < 5 \times 10^5$$

il moto è ovunque laminare. Pertanto, per la 11.16, il coefficiente di attrito medio è

$$C_a = \frac{1,33}{\sqrt{Re_L}} = \frac{1,33}{\sqrt{1,90 \times 10^5}} = 0,00305$$

Considerando che la corrente d'aria raffredda entrambe le facce della lamina e che, essendo $V_f = 15 \text{ m/min}$ la velocità di produzione della lamina, la lunghezza del tratto da raffreddare è

$$s = V_f \Delta t = \left(\frac{15}{60} \right) \times 2 = 0,5 \text{ m}$$

per la 11.11, l'azione di trascinamento esercitata dall'aria sulle due facce della lamina, la cui larghezza è $b = 1,2 \text{ m}$, essendo l'area complessiva $A = 2bs$, risulta

$$F_r = \frac{1}{2} C_a \rho V^2 A = \frac{1}{2} \times 0,00305 \times 1,059 \times 3^2 \times 2 \times 1,2 \times 0,5 = 0,0174 \text{ N}$$

11.39 Il tetto della carrozza di un treno è largo 3,2 m e lungo 25 m. Calcolare la resistenza al moto esercitata sul tetto dall'aria, a 1 013 hPa e a 25 °C ($\rho = 1,184 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,849 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$), quando il treno viaggia a 70 km/h.

Analisi Essendo

$$\text{Re}_L = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{1,184 \times 70/3,6 \times 25}{1,849 \times 10^{-5}} = 3,11 \times 10^7 > 5 \times 10^5$$

il moto è laminare solo nella parte iniziale della superficie e turbolento nella parte restante. In tal caso, se la parete può essere considerata liscia, per la 11.20, il coefficiente di attrito medio C_a è

$$C_a = \frac{0,074}{\sqrt[5]{\text{Re}_L}} - \frac{1\,742}{\text{Re}_L} = \frac{0,074}{\sqrt[5]{31,1 \times 10^6}} - \frac{1\,742}{31,1 \times 10^6} = 0,00229$$

Pertanto, per la 11.11, la resistenza al moto esercitata sul tetto dall'aria risulta

$$F_r = \frac{1}{2} C_a \rho V^2 A = \frac{1}{2} \times 0,00229 \times 1,184 \times \left(\frac{70}{3,6} \right)^2 \times 3,2 \times 25 = 41,0 \text{ N}$$

Analisi Essendo Re_L piuttosto elevato, il coefficiente di attrito medio potrebbe essere calcolato considerando il moto ovunque turbolento (cioè trascurando il tratto laminare), senza commettere un errore apprezzabile. Nella pratica, a causa della scabrezza, la resistenza al moto avrà un valore più elevato di quello calcolato.

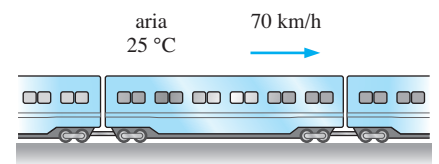
11.40 Nel moto laminare di un fluido su una lastra piana, di quanto aumenta l'azione di trascinamento se la velocità raddoppia (supponendo che il regime di moto si mantenga laminare)?

Analisi L'azione di trascinamento su una lastra piana è data dalla 11.11

$$F_r = F_a = \frac{1}{2} C_a \rho V^2 A$$

nella quale il coefficiente di attrito medio, in regime di moto laminare, è dato dalla 11.16

$$C_a = \frac{1,33}{\sqrt{\text{Re}_L}}$$



Pertanto, si ha

$$\begin{aligned} F_r &= \frac{1}{2} C_a \rho V^2 A = \\ &= \frac{1}{2} \frac{1,33}{\sqrt{\text{Re}_L}} \rho V^2 A = \frac{1}{2} \frac{1,33}{\sqrt{\rho V L / \mu}} \rho V^2 A = \frac{1}{2} \frac{1,33}{\sqrt{\rho L / \mu}} \rho A V^{3/2} \end{aligned}$$

Essendo l'azione di trascinamento proporzionale alla velocità elevata a $3/2$, se essa raddoppia l'azione di trascinamento aumenta di un fattore $2^{3/2} = 2,83$.

11.41 Su una lastra piana scorre aria, a 1 013 hPa e a 25°C ($\rho = 1,184 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,849 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$), alla velocità di 8 m/s. Calcolare la distanza dal bordo d'attacco del punto in cui il moto diventa turbolento e lo spessore dello strato limite corrispondente.

Analisi Il valore critico del numero di Reynolds in corrispondenza del quale lo strato limite diviene turbolento è

$$\text{Re}_{\text{cr}} = \frac{\rho V x}{\mu} = 5 \times 10^5$$

Tale valore viene raggiunto alla distanza dal bordo d'attacco

$$x = \text{Re}_{\text{cr}} \frac{\mu}{\rho V} = 5 \times 10^5 \times \frac{1,849 \times 10^{-5}}{1,184 \times 8} = 0,976 \text{ m}$$

in cui lo spessore dello strato limite, per la 5 dell'esempio 10.1, risulta

$$\delta_x = \frac{4,91}{\sqrt{\text{Re}_x}} x = \frac{4,91 \times 0,976}{\sqrt{5 \times 10^5}} = 0,00678 \text{ m} = 6,78 \text{ mm}$$

11.42 Risolvere il problema precedente nel caso in cui il fluido sia acqua ($\rho = 997 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 0,891 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$).

Analisi Se il fluido è acqua, procedendo come nel problema precedente, il moto diventa turbolento alla distanza dal bordo d'attacco

$$x = \text{Re}_{\text{cr}} \frac{\mu}{\rho V} = 5 \times 10^5 \times \frac{0,891 \times 10^{-3}}{997 \times 8} = 0,056 \text{ m}$$

in cui lo spessore dello strato limite risulta

$$\delta_x = \frac{4,91}{\sqrt{\text{Re}_x}} x = \frac{4,91 \times 0,0559}{\sqrt{5 \times 10^5}} = 0,00039 \text{ m} = 0,39 \text{ mm}$$

Moto attorno a cilindri e sfere

11.43 Nel moto attorno a un cilindro, perché quando il regime di moto diventa turbolento il coefficiente di resistenza diminuisce bruscamente?

Analisi Quando il regime di moto diventa turbolento, il punto in cui lo strato limite si separa si sposta più a valle e pertanto la regione di scia ha dimensioni più ridotte e in essa la pressione è meno bassa. Di conseguenza, il coefficiente di forma, che è proporzionale alla differenza di pressione che si crea tra la parte anteriore e quella posteriore del cilindro, non appena il regime di moto diviene turbolento diminuisce bruscamente e, con esso, anche il coefficiente di resistenza. Quindi, nel campo di valori di Re per cui si ha il passaggio dal moto laminare a quello turbolento, la brusca diminuzione del coefficiente di forma comporta una improvvisa diminuzione della resistenza al moto con conseguenti instabilità, specie per un corpo in volo.

11.44 Nel moto attorno a un corpo tozzo, come un cilindro, che differenza c'è tra resistenza d'attrito e resistenza di forma?

Analisi Nel moto di un fluido attorno ad un corpo tozzo, la resistenza di forma, che è la parte dell'azione di trascinamento derivante dagli sforzi normali che il fluido esercita sulla superficie del corpo, è preponderante rispetto alla resistenza di attrito, che è invece la parte derivante dagli sforzi tangenziali. Pertanto, la resistenza di forma è molto maggiore della resistenza di attrito (tranne che per numeri di Reynolds molto bassi).

11.45 Perché, nel moto attorno a un cilindro, quando il regime è turbolento la separazione viene ritardata?

Analisi In regime turbolento, il ritardo nel distacco è dovuto alle oscillazioni rapide del fluido nella direzione ortogonale a quella del moto, che consentono allo strato limite di mantenersi più a lungo verso valle prima che esso si separi, con una scia più stretta e una resistenza di forma inferiore.

11.46 Una tubazione del diametro di 60 mm attraversa, completamente immersa, la sezione trasversale di un corso d'acqua, larga 30 m. La velocità media della corrente è di 1,5 m/s e la sua temperatura è di 20 °C ($\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,002 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$). Calcolare l'azione di trascinamento esercitata dalla corrente sulla tubazione.

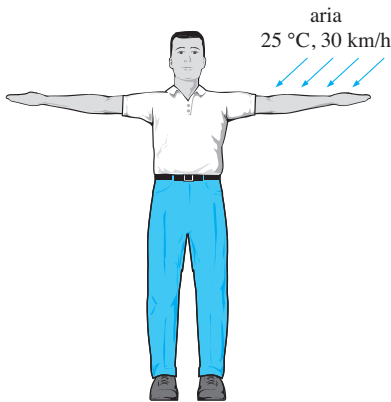
Analisi Essendo $D = 0,060 \text{ m}$ il diametro della tubazione e $V = 1,5 \text{ m/s}$ la velocità della corrente, si ha

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{998 \times 1,5 \times 0,060}{1,002 \times 10^{-3}} = 8,96 \times 10^4$$

per cui il coefficiente di resistenza risulta $C_r \cong 1,1$ (vedi Figura 11.30). Essendo l'area frontale della tubazione pari al prodotto della larghezza L della sezione trasversale del corso d'acqua e del diametro, l'azione di trascinamento è

$$F_r = \frac{1}{2} C_r \rho V^2 L D = \frac{1}{2} \times 1,1 \times 998 \times 1,5^2 \times 30 \times 0,06 = 2,22 \text{ kN}$$

11.47 Calcolare l'azione di trascinamento esercitata, quando l'aria è alla pressione di 1013 hPa e alla temperatura di 25 °C ($\rho = 1,184 \text{ kg/m}^3$ e



$\mu = 1,849 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$), da un vento di 30 km/h sulle braccia nude aperte di una persona, assimilando ciascun braccio a un cilindro del diametro di 80 mm, lungo 60 cm.

Analisi Essendo D il diametro del braccio e V la velocità del vento, si ha

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1,184 \times 30/3,6 \times 0,08}{1,849 \times 10^{-5}} = 4,27 \times 10^4$$

per cui il coefficiente di resistenza risulta $C_r \cong 1,0$ (vedi Figura 11.30). Essendo l'area frontale di ciascun braccio pari al prodotto della lunghezza L e del diametro D , l'azione di trascinamento su entrambe le braccia è

$$\begin{aligned} F_r &= 2 \frac{1}{2} C_r \rho V^2 L D = \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times 1,0 \times 1,184 \times \left(\frac{30}{3,6} \right)^2 \times 0,6 \times 0,08 = 3,95 \text{ N} \end{aligned}$$

11.48 Una lunga tubazione fuori terra, del diametro di 80 mm, attraversa una zona esposta a forti venti. Calcolare l'azione di trascinamento esercitata dal vento per unità di lunghezza della tubazione, quando l'aria è alla pressione di 1 013 hPa e alla temperatura di 5 °C ($\rho = 1,269 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,754 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$) e la velocità del vento è di 50 km/h, ortogonale alla tubazione.

Analisi Essendo D il diametro della tubazione e V la velocità del vento, si ha

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1,269 \times 50/3,6 \times 0,08}{1,754 \times 10^{-5}} = 8,04 \times 10^4$$

per cui il coefficiente di resistenza risulta $C_r \cong 1,0$ (vedi Figura 11.30). Essendo l'area frontale della tubazione, per unità di lunghezza, pari al diametro D , l'azione di trascinamento è

$$F_r = \frac{1}{2} C_r \rho V^2 L D = \frac{1}{2} \times 1,0 \times 1,269 \times \left(\frac{50}{3,6} \right)^2 \times 1 \times 0,08 = 9,79 \text{ N}$$

11.49 Calcolare la velocità terminale di chicchi di grandine ($\rho_g = 910 \text{ kg/m}^3$) del diametro di 8 mm che cadono in aria a 1 013 hPa e a 5 °C ($\rho = 1,269 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,754 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$).

Analisi Un oggetto in caduta libera raggiunge la velocità massima, chiamata velocità terminale, quando tutte le forze che agiscono sul corpo, cioè il peso P , la spinta di galleggiamento S_g e la resistenza al moto F_r , si fanno equilibrio tra loro. Nel caso in esame, essendo l'aria un fluido di piccola densità, la spinta di galleggiamento S_g è trascurabile, per cui, esprimendo la resistenza al moto con la 11.5, la velocità terminale si ha quando

$$\frac{1}{2} C_r \rho V^2 A = \rho_g g W$$

da cui, essendo $A = \pi D^2/4$ e $W = \pi D^3/6$,

$$V = \sqrt{\frac{2 \rho_g g W}{C_r \rho A}} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\rho_g g D}{\rho C_r}}$$

Essendo C_r funzione del numero di Reynolds (vedi Figura 11.30), è necessario procedere per successive approssimazioni. Risulta

$$V = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\rho_g}{\rho} \frac{gD}{C_r}} = \sqrt{\frac{4 \times 910 \times 9,81 \times 0,008}{3 \times 1,269}} \frac{1}{C_r} = 8,66 \frac{1}{\sqrt{C_r}} \text{ m/s}$$

e

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1,269 \times 8,66 \times 0,008}{1,754 \times 10^{-5}} \frac{1}{\sqrt{C_r}} = 5010 \frac{1}{\sqrt{C_r}}$$

In figura 11.30, per $\text{Re} = 6000$ si legge $C_r = 0,40$ da cui $\text{Re}\sqrt{C_r} = 3800$ e per $\text{Re} = 8000$ si legge $C_r = 0,40$ da cui $\text{Re}\sqrt{C_r} = 5060$. Pertanto, $C_r = 0,40$ e

$$V = 8,66 \frac{1}{\sqrt{C_r}} = \frac{8,66}{\sqrt{0,40}} = 13,7 \text{ m/s}$$

11.50 Una pallina da ping pong sospesa su un getto d'aria che si muove verso l'alto, torna sempre verso il centro del getto quando la si sposta da questa posizione. Spiegare questo fenomeno, usando l'equazione di Bernoulli, e calcolare la velocità dell'aria, a 1013 hPa e a 5 °C ($\rho = 1,269 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,754 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$), per mantenere in equilibrio una pallina che ha una massa di 2,6 g e un diametro di 38 mm.

Analisi Spostando la pallina verso l'esterno del getto, essa torna sempre verso il centro perché la distribuzione di velocità all'interno del getto non è uniforme. La velocità, infatti, per effetto della resistenza dell'aria in quiete, ha valore massimo sull'asse del getto e valore nullo all'interfaccia con l'aria in quiete. Conseguentemente, per il teorema di Bernoulli, la pressione in corrispondenza dell'asse è minore. Sulla pallina agiscono il suo peso P (verticale, diretto verso il basso), la spinta di galleggiamento S_g (verticale, diretta verso l'alto) e l'azione di trascinamento F_r (verticale, diretta verso l'alto). Essendo l'aria un fluido di piccola densità, la spinta di galleggiamento S_g è trascurabile, per cui, essendo m la massa della pallina, D il suo diametro e V la velocità del getto ed esprimendo l'azione di trascinamento con la 11.5, si ha equilibrio quando

$$\frac{1}{2} C_r \rho V^2 A = mg$$

e, quindi, per una velocità

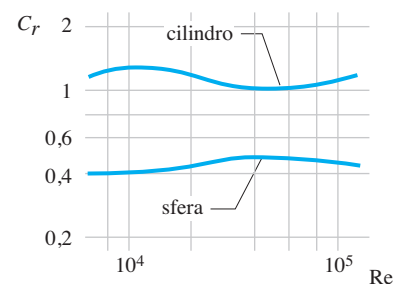
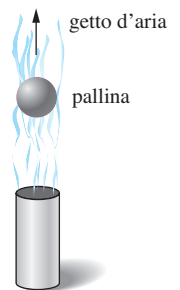
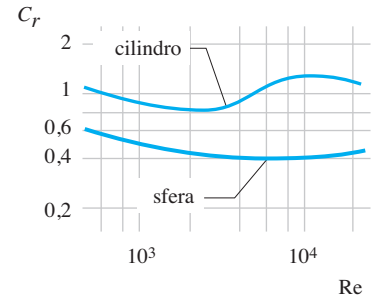
$$V = \sqrt{\frac{2gm}{C_r \rho A}} = \sqrt{\frac{8gm}{C_r \rho \pi D^2}}$$

Essendo C_r funzione del numero di Reynolds (vedi Figura 11.30), è necessario procedere per successive approssimazioni. Risulta

$$V = \sqrt{\frac{8gm}{C_r \rho \pi D^2}} = \sqrt{\frac{8 \times 9,81 \times 0,0026}{1,269 \times \pi \times 0,038^2}} \frac{1}{\sqrt{C_r}} = 5,96 \frac{1}{\sqrt{C_r}} \text{ m/s}$$

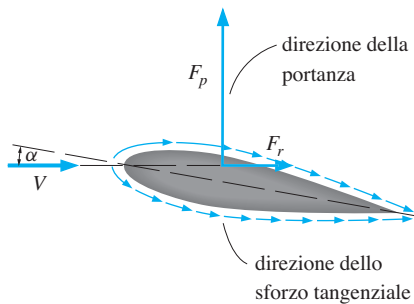
e

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1,269 \times 5,96 \times 0,038}{1,754 \times 10^{-5}} \frac{1}{\sqrt{C_r}} = 16400 \frac{1}{\sqrt{C_r}}$$



In figura 11.30, per $Re = 20\,000$ si legge $C_r = 0,45$ da cui $Re\sqrt{C_r} = 13\,400$ e per $Re = 40\,000$ si legge $C_r = 0,50$ da cui $Re\sqrt{C_r} = 28\,300$. Ponendo $C_r = 0,46$, risulta

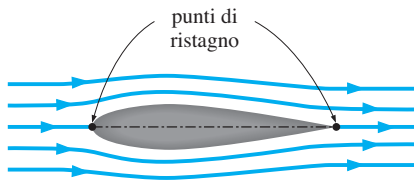
$$V = 5,96 \frac{1}{\sqrt{C_r}} = \frac{5,96}{\sqrt{0,46}} = 8,79 \text{ m/s}$$



Portanza

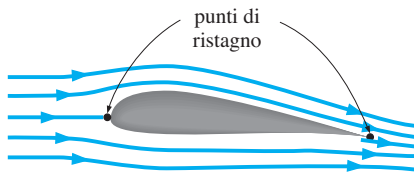
11.51 Perché per un profilo alare il contributo degli effetti viscosi alla portanza è, di solito, trascurabile?

Analisi La portanza è la componente nella direzione normale a quella del moto degli sforzi che un fluido in movimento esercita sul corpo. Un corpo affusolato, come un profilo alare, ha una forma studiata in modo che esso sia quasi allineato con le linee di flusso del campo di moto; pertanto, gli sforzi viscosi, che agiscono tangenzialmente alla superficie, sono praticamente paralleli al moto e non danno un contributo significativo alla portanza.



11.52 Nel moto dell'aria attorno a un profilo alare simmetrico, con angolo di incidenza nullo, la portanza è nulla o diversa da zero? e la resistenza?

Analisi Nel moto dell'aria attorno ad un profilo alare, poiché il contributo degli sforzi tangenziali è trascurabile, la portanza può essere calcolata semplicemente integrando la distribuzione di pressione sulla superficie del profilo. La pressione sulla superficie varia nella direzione del moto, ma rimane sostanzialmente costante all'interno dello strato limite nella direzione normale alla superficie, per cui è possibile ignorare il sottile strato limite attorno al profilo e calcolare la distribuzione di pressione sul profilo ipotizzando che il moto sia irrotazionale. In tali condizioni, quando l'angolo di incidenza è nullo, la distribuzione di pressione è simmetrica, i punti di ristagno si trovano in corrispondenza dei bordi di entrata e di uscita e la portanza sul profilo è nulla. La resistenza al moto, invece, è diversa da zero.



11.53 Nel moto dell'aria attorno a un profilo alare asimmetrico, con angolo di incidenza nullo, la portanza è nulla o diversa da zero? e la resistenza?

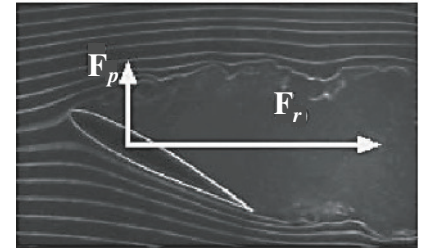
Analisi Sul profilo non simmetrico con un angolo di incidenza nullo, la portanza è diversa da zero e deriva dal fatto che sulla faccia superiore si ha una velocità maggiore che sulla faccia inferiore e quindi, per il teorema di Bernoulli, una pressione minore. Anche la resistenza al moto è diversa da zero.

11.54 Nel moto dell'aria attorno a un profilo alare simmetrico, con un angolo di incidenza di 5° , la portanza è nulla o diversa da zero? e la resistenza?

Analisi Nel moto dell'aria attorno ad un profilo alare simmetrico, con un angolo di incidenza di 5° , sia la portanza che la resistenza sono diverse da zero.

11.55 Cos'è lo stallo? Cosa lo causa?

Analisi Lo stallo è l'improvvisa diminuzione di portanza su un profilo alare che si verifica quando l'angolo di incidenza supera un certo valore critico. È causato dal distacco completo della vena fluida sull'intera superficie superiore del profilo.

**11.56** Per un profilo alare, la resistenza e la portanza aumentano ambedue con l'angolo di incidenza. Quale delle due aumenta di più?

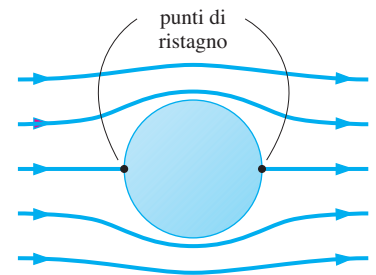
Analisi Un profilo alare deve dar luogo alla massima portanza con la minima resistenza. Esso è tanto più efficiente quanto più è alto, a parità di angolo di incidenza, il rapporto portanza-resistenza, cioè il rapporto tra il coefficiente di portanza C_p e quello di resistenza C_r . Al crescere dell'angolo di incidenza, il coefficiente di portanza aumenta più del coefficiente di resistenza. Il loro rapporto può raggiungere valori attorno a 100 finché il profilo non va in stallo (vedi Figura 11.39).

11.57 Perché i grandi aerei usano i flap nelle fasi di decollo e atterraggio? Può un aereo decollare e atterrare senza flap?

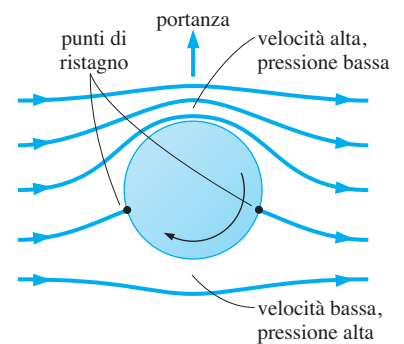
Analisi I flap sono superfici retrattili che servono a variare sia la forma che le dimensioni delle ali degli aerei per aumentarne la portanza e permettere così all'aereo di atterrare e decollare a velocità basse. Un aereo può decollare e atterrare senza flap, ma ha bisogno di velocità più elevate, con conseguenze sia sulla lunghezza della pista necessaria che sulla sicurezza in generale.

11.58 Nel moto dell'aria attorno a una pallina sferica, la portanza è nulla o diversa da zero? E se la pallina sta ruotando?

Analisi La portanza su una pallina sferica è nulla se la pallina si muove senza ruotare o se la pallina ruota attorno ad un asse parallelo alla direzione del moto. Se la pallina ruota attorno ad un asse perpendicolare alla direzione del moto, essa, per la condizione di aderenza, trascina con sé un po' di fluido. Il campo di moto che ne risulta è la sovrapposizione del campo di moto del fluido attorno alla pallina in quiete e di quello generato dalla rotazione della pallina in un fluido in quiete. I punti di ristagno si spostano più in basso e il moto non è più simmetrico rispetto al piano orizzontale che contiene l'asse di rotazione. Per l'equazione di Bernoulli la pressione media nella parte superiore della pallina è inferiore a quella nella metà inferiore e quindi sulla pallina agisce una forza risultante verso l'alto (portanza).



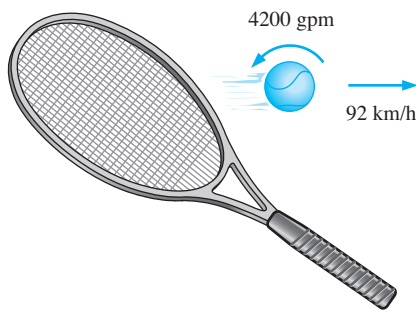
(a) pallina in quiete



(b) pallina in rotazione

11.59 Appena colpita, una pallina da tennis, avente massa di 57 g e diametro di 64 mm, ha una velocità di 92 km/h e ruota in senso antiorario a 4 200 rpm in aria a 1 013 hPa e a 25 °C ($\rho = 1,184 \text{ kg/m}^3$ e $\mu = 1,849 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$). Determinare se la pallina, subito dopo essere stata colpita, si muove verso l'alto o verso il basso a causa dell'effetto combinato della gravità e della rotazione.

Analisi La pallina, per effetto della rotazione, è sottoposta all'effetto Magnus. Su di essa agisce, cioè, una portanza, che, essendo D il suo diametro e V la



velocità con cui trasla, per la 11.6 vale

$$F_p = \frac{1}{2} C_p \rho V^2 A = \frac{1}{2} C_p \rho V^2 \frac{\pi D^2}{4}$$

Il coefficiente di portanza è funzione della velocità angolare della pallina, che, essendo n il numero di giri al minuto, risulta

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \times \pi \times 4200}{60} = 440 \text{ rad/s}$$

Dalla figura 11.44, valida per $Re = 6 \times 10^4$, in corrispondenza dell'ascissa

$$\frac{1}{2} \frac{\omega D}{V} = \frac{440 \times 0,064}{2 \times 92/3,6} = 0,551 \text{ rad}$$

si legge $C_p \cong 0,11$. Pertanto, la portanza vale

$$\begin{aligned} F_p &= \frac{1}{2} C_p \rho V^2 \frac{\pi D^2}{4} = \\ &= \frac{1}{2} \times 0,11 \times 1,184 \times \left(\frac{92}{3,6}\right)^2 \times \frac{\pi \times 0,064^2}{4} = 0,137 \text{ N} \end{aligned}$$

Poiché il peso proprio della pallina

$$P = mg = 0,057 \times 9,81 = 0,559 \text{ N}$$

risulta maggiore della portanza, la pallina si muove verso il basso sotto l'azione di una forza risultante, di modulo

$$F = P - F_p = 0,559 - 0,137 = 0,422 \text{ N}$$

Discussione Il valore adottato per il coefficiente di portanza C_p può essere considerato accettabile in quanto

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1,184 \times 92/3,6 \times 0,064}{1,849 \times 10^{-5}} = 10,5 \times 10^4$$

cioè non è troppo diverso dal valore 6×10^4 per il quale sono validi i valori riportati nella Figura 11.44.

11.60 Un aereo decolla alla velocità di 190 km/h quando è a pieno carico. A quale velocità decollerà, se il peso viene aumentato del 20%?

Analisi La velocità V di decollo di un aereo è quella in corrispondenza della quale la portanza risulta uguale al suo peso P . Esprimendo la portanza con la 11.6 ed eguagliandola al peso, si ottiene la 11.23

$$V = \sqrt{\frac{2P}{C_p \rho A}}$$

secondo la quale la velocità di decollo è proporzionale alla radice quadrata del peso. Per cui

$$V_2 = V_1 \frac{\sqrt{P_2}}{\sqrt{P_1}} = 190 \times \sqrt{1,2} = 208 \text{ km/h}$$

11.61 Al livello del mare, un aereo decolla a una velocità di 220 km/h, in 15 s. In un aeroporto che si trova a un'altitudine di 1 600 m ($\rho = 1,048 \text{ kg/m}^3$), calcolare per lo stesso aereo (a) la velocità di decollo, (b) il tempo di decollo e (c) la lunghezza aggiuntiva che deve avere la pista di decollo, ipotizzando in entrambi i casi che l'accelerazione sia costante.

Analisi (a) Per la 11.23

$$V = \sqrt{\frac{2P}{C_D \rho A}}$$

la velocità di decollo è inversamente proporzionale alla radice quadrata della densità dell'aria. Pertanto, assumendo per l'aria al livello del mare una densità $\rho_m = 1,225 \text{ kg/m}^3$, si ha

$$V = V_m \frac{\sqrt{\rho_m}}{\sqrt{\rho}} = 220 \times \sqrt{\frac{1,225}{1,048}} = 238 \text{ km/h}$$

(b) Se, al decollo, il moto è uniformemente accelerato, l'accelerazione a è pari al rapporto tra velocità V e tempo t . Per cui, se l'accelerazione è indipendente dalla quota di decollo, si ha

$$t = \frac{V}{a} = \frac{V}{V_m/t_m} = \frac{V}{V_m} t_m = \frac{\sqrt{\rho_m}}{\sqrt{\rho}} t_m = \sqrt{\frac{1,225}{1,048}} \times 15 = 16,2 \text{ s}$$

(c) In un moto uniformemente accelerato di un corpo che all'istante $t = 0$ parte dalla quiete, lo spazio s percorso in un tempo t è $s = at^2/2$. Pertanto, al decollo l'aereo percorre uno spazio

$$L = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{V}{t} t^2 = \frac{1}{2} Vt$$

Conseguentemente, la differenza fra gli spazi di decollo ad alta quota e al livello del mare è

$$\begin{aligned} \Delta L &= L - L_m = \frac{1}{2} (Vt - V_m t_m) = \frac{1}{2} \left(V_m \frac{\sqrt{\rho_m}}{\sqrt{\rho}} \frac{\sqrt{\rho_m}}{\sqrt{\rho}} t_m - V_m t_m \right) = \\ &= \frac{1}{2} V_m t_m \left(\frac{\rho_m}{\rho} - 1 \right) = \frac{1}{2} \times \frac{220}{3,6} \times 15 \times \left(\frac{1,225}{1,048} - 1 \right) = 77,4 \text{ m} \end{aligned}$$

Discussione La densità dell'aria ha un effetto notevole sulle condizioni di decollo, per cui è importante tenere conto del suo valore, in particolare quando si progetta una pista in località ad alta quota.



11.62 Le ali di un piccolo aereo, avente massa totale di 1 800 kg, hanno un'area planimetrica di 42 m². Calcolare i coefficienti di resistenza e di portanza di questo aereo quando viaggia a un'altitudine di 4 000 m ($\rho = 0,819 \text{ kg/m}^3$), alla velocità costante di 280 km/h con una potenza di 190 kW.

Analisi Se l'aereo viaggia a velocità costante, la risultante delle forze che agiscono su di esso è nulla. In particolare, un bilancio di forze nella direzione del moto assicura che la resistenza all'avanzamento F_r deve essere uguale alla

spinta S sull'aereo. Se P è la potenza necessaria per assicurare il moto a velocità costante V , essendo $P = SV$, si ha $F_r = S = P/V$, per cui il coefficiente di resistenza, per la 11.5, risulta

$$C_r = \frac{F_r}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho V^3 A} = \frac{190 \times 10^3}{\frac{1}{2} \times 0,819 \times \left(\frac{280}{3,6}\right)^2 \times 42} = 0,0235$$

In direzione verticale, il peso dell'aereo deve essere uguale alla portanza F_p , per cui il coefficiente di portanza, per la 11.6 risulta

$$C_p = \frac{F_p}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} = \frac{mg}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} = \frac{1\,800 \times 9,81}{\frac{1}{2} \times 0,819 \times \left(\frac{280}{3,6}\right)^2 \times 42} = 0,170$$

Discussione I valori calcolati valgono per la condizione di moto a velocità costante. Infatti, in fase di decollo e di atterraggio, essi possono risultare sensibilmente diversi soprattutto perché l'angolo di incidenza è diverso da zero.

Riepilogo

11.63 Un cartellone pubblicitario, alto 2 m e largo 4 m, è ancorato a un blocco di calcestruzzo, largo 4 m e spesso 15 cm ($\rho_c = 2300 \text{ kg/m}^3$), attraverso due pali del diametro di 50 mm, alti 4 m. Affinché il cartellone sia in grado di resistere a venti di 150 km/h ($\rho = 1,30 \text{ kg/m}^3$) provenienti da qualunque direzione, calcolare (a) l'azione di trascinamento massima sul cartellone, (b) la forza di trascinamento sui pali e (c) il valore minimo della lunghezza del blocco di calcestruzzo.

Analisi (a) L'azione di trascinamento sul cartellone è massima quando la direzione del vento è ortogonale al piano del cartellone. Essendo V la velocità del vento, $b = 4 \text{ m}$ la larghezza del cartellone e $h_c = 2 \text{ m}$ la sua altezza, per la 11.5 è

$$F_r = \frac{1}{2} C_r \rho V^2 b h_c = \frac{1}{2} \times 1,9 \times 1,30 \times \left(\frac{150}{3,6}\right)^2 \times 4 \times 2 = 17,2 \text{ kN}$$

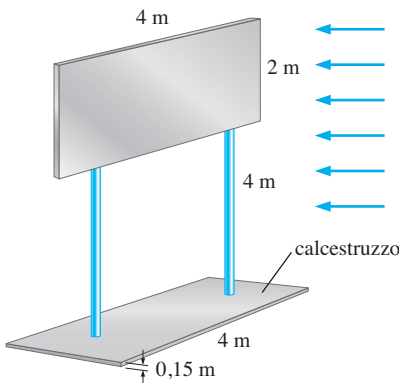
nella quale si è posto $C_r = 1,9$ (vedi Tabella 11.1).

(b) L'azione di trascinamento F_{rp} su ciascun palo, se $D = 50 \text{ mm}$ è il diametro del palo e $h_p = 4 \text{ m}$ la sua altezza, vale

$$F_{rp} = \frac{1}{2} \rho V^2 D h_p = \frac{1}{2} \times 0,3 \times 1,30 \times \left(\frac{150}{3,6}\right)^2 \times 0,050 \times 4 = 67,7 \text{ N}$$

nella quale si è posto $C_{rp} = 0,3$ (vedi Tabella 11.1).

(c) Le forze del vento sul tabellone e sui due pali esercitano un momento risultante che tende a farlo ruotare attorno all'asse orizzontale passante per il lato inferiore più lungo del blocco di calcestruzzo, opposto al lato da cui proviene il vento. A tale momento si oppone quello stabilizzante del peso P del blocco stesso. Il valore minimo $L_{\min}$ della lunghezza del blocco di calcestruzzo è



quello per cui si ha equilibrio tra i due momenti. Essendo $s = 15$ cm lo spessore del blocco, $b_r = h_p + h/2 + s = 4 + 1 + 0,15 = 5,15$ m il braccio dell'azione di trascinamento sul cartellone, $b_{rp} = h_p/2 + s = 2 + 0,15 = 2,15$ m il braccio dell'azione di trascinamento sul palo e $b_p = L_{\min}/2$ il braccio del peso del blocco, si ha

$$F_r b_r + 2F_{rp} b_{rp} = P b_p$$

ed, essendo $P = \rho_c g W_c = \rho_c g s L_{\min} b$,

$$F_r b_r + 2F_{rp} b_{rp} = \rho_c g s L_{\min} b \frac{L_{\min}}{2}$$

da cui

$$\begin{aligned} L_{\min} &= \sqrt{\frac{2(F_r b_r + 2F_{rp} b_{rp})}{\rho_c g s b}} = \\ &= \sqrt{\frac{2 \times (17\,200 \times 5,15 + 2 \times 67,7 \times 2,15)}{2\,300 \times 9,81 \times 0,15 \times 4}} = 3,62 \text{ m} \end{aligned}$$

Analisi La lunghezza ottenuta è piuttosto elevata e poco pratica. Per ridurne il valore, si può aumentare lo spessore del blocco di calcestruzzo o ancorare il blocco al terreno, in modo che la sua stabilità non sia più affidata solamente al peso proprio ma aumenti grazie alle forze di ancoraggio.

11.64 Una barca di plastica, il cui fondo può essere considerato una superficie piana larga 1,5 m e lunga 4 m, scorre su acqua a 15 °C ($\rho = 999,1$ kg/m³ e $\mu = 1,138 \times 10^{-3}$ Pa · s), alla velocità di 30 km/h. Calcolare la resistenza che la barca incontra e la potenza necessaria per superarla.

Analisi Essendo $L = 4$ m la lunghezza della barca, in corrispondenza del bordo posteriore si ha

$$\text{Re}_L = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{999,1 \times 30/3,6 \times 4}{1,138 \times 10^{-3}} = 29,3 \times 10^6$$

Poiché tale numero è piuttosto elevato, si può ritenere trascurabile la lunghezza del tratto in regime laminare e, quindi, considerare che il moto nello strato limite sia ovunque turbolento. In tal caso, per la 11.17, il coefficiente di attrito è

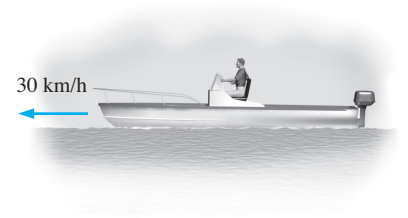
$$C_a = \frac{0,074}{\sqrt[5]{\text{Re}_L}} = \frac{0,074}{\sqrt[5]{29,3 \times 10^6}} = 0,00238$$

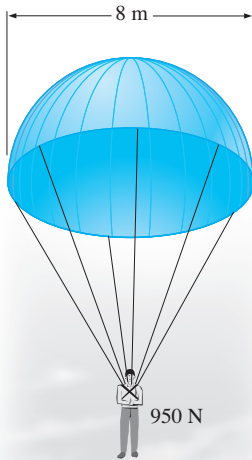
Pertanto, per la 11.11, la resistenza al moto esercitata dall'acqua sul fondo della barca, essendo $b = 1,5$ m la sua larghezza, risulta

$$\begin{aligned} F_r = F_a &= \frac{1}{2} C_a \rho V^2 L b = \\ &= \frac{1}{2} \times 0,00238 \times 999,1 \times \left(\frac{30}{3,6}\right)^2 \times 4 \times 2 = 661 \text{ N} \end{aligned}$$

La potenza P necessaria per superare tale resistenza è pari al prodotto della forza per la velocità

$$P = F_r V = 661 \times \frac{30}{3,6} = 5,51 \text{ kW}$$





11.65 Un paracadutista e il suo paracadute, del diametro di 8 m, pesano complessivamente 950 N. Calcolare la velocità terminale del paracadutista, nell'ipotesi in cui la densità dell'aria sia di $1,2 \text{ kg/m}^3$.

Analisi Un oggetto in caduta libera raggiunge la velocità terminale quando si annulla la risultante delle forze agenti, cioè il peso P , la spinta di galleggiamento S_g e la resistenza al moto F_r . Nel caso in esame, essendo l'aria un fluido di piccola densità, la spinta di galleggiamento è trascurabile, per cui, per la 11.5, essendo $D = 8 \text{ m}$ il diametro del paracadute, deve essere

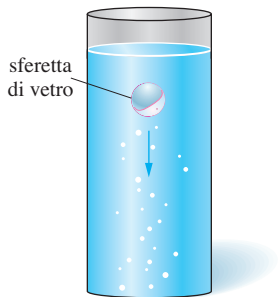
$$\frac{1}{2} C_r \rho V^2 \frac{\pi D^2}{4} = P$$

da cui, ponendo $C_r = 1,3$ (vedi Tabella 11.2),

$$V = \sqrt{\frac{8P}{C_r \rho \pi D^2}} = \sqrt{\frac{8 \times 950}{1,3 \times 1,2 \times \pi \times 8^2}} = 4,92 \text{ m/s}$$

pari a 17,7 km/h.

Discussione Raggiunta la velocità terminale, la discesa del paracadutista continua a velocità costante perché è nulla la risultante delle forze che agiscono su di esso. Una analisi più accurata potrebbe tener conto delle variazioni della densità dell'aria con l'altitudine.



11.66 La viscosità di un fluido può essere determinata dalla legge di Stokes misurando la velocità terminale di un oggetto sferico lasciato cadere nel fluido. A tale scopo, si può riportare su un grafico la distanza percorsa in funzione del tempo, fino a che la curva diventa una retta. In un esperimento di questo tipo, viene lasciata cadere una sferetta di vetro ($\rho_v = 2500 \text{ kg/m}^3$), del diametro di 3 mm, in un fluido di densità $\rho = 875 \text{ kg/m}^3$. La sua velocità terminale risulta 0,12 m/s. Determinare la viscosità del fluido, trascurando gli effetti di parete.

Analisi Un oggetto in caduta libera raggiunge la velocità terminale quando tutte le forze che agiscono sul corpo, cioè il peso P , la spinta di galleggiamento S_g e l'azione di trascinamento F_r , si fanno equilibrio tra loro. Per la 3.46, essendo $D = 3 \text{ mm}$ il diametro della sferetta, la spinta di galleggiamento è

$$S_g = \rho g W = \rho g \frac{\pi D^3}{6}$$

mentre, ipotizzando che il moto sia di puro scorrimento ($\text{Re} < 1$), per la 11.9 (legge di Stokes), la resistenza al moto è

$$F_r = 3\pi\mu VD$$

La velocità terminale viene raggiunta quando

$$F_r = P - S_g$$

cioè per

$$3\pi\mu VD = (\rho_v - \rho)g \frac{\pi D^3}{6}$$

da cui

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{(\rho_v - \rho)g \frac{\pi D^3}{6}}{3\pi V D} = \frac{1}{18} (\rho_v - \rho) \frac{g D^2}{V} = \\ &= \frac{1}{18} \times (2500 - 875) \times \frac{9,81 \times 0,003^2}{0,12} = 0,0664 \text{ Pa} \cdot \text{s}\end{aligned}$$

Essendo

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{875 \times 0,12 \times 0,003}{0,0664} = 4,74$$

l'ipotesi di moto di puro scorrimento ($\text{Re} < 1$) non può considerarsi verificata. Tuttavia, il calcolo può considerarsi ancora corretto, in quanto la legge di Stokes può essere usata finché $\text{Re} < 10$, perché la separazione dello strato limite inizia per $\text{Re} \cong 10$.

11.67 Una mongolfiera del diametro di 5 m e massa di 230 kg, sospesa in aria ferma, viene improvvisamente colpita dal vento alla velocità di 40 km/h. Calcolare il valore iniziale dell'accelerazione.

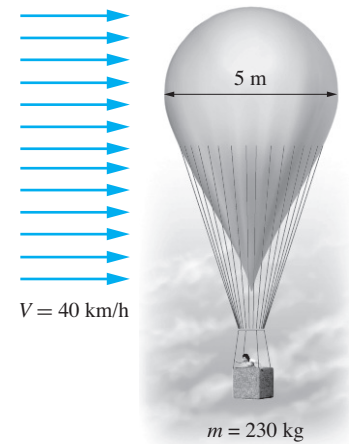
Ipotesi 1 La forma della mongolfiera può essere assimilata a quella di una sfera.
2 La corrente è uniforme e orizzontale.

Analisi Per la 11.5, l'azione di trascinamento che la corrente esercita sul pallone, di diametro $D = 5$ m, essendo $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ la densità dell'aria e $C_r = 0,2$ (vedi Tabella 11.2), è

$$F_r = \frac{1}{2} C_r \rho V^2 \frac{\pi D^2}{4} = \frac{1}{2} \times 0,2 \times 1,2 \times \left(\frac{40}{3,6}\right)^2 \times \frac{\pi \times 5^2}{4} = 291 \text{ N}$$

Per la seconda legge di Newton, il pallone, di massa $m = 230$ kg, è sottoposto ad un'accelerazione iniziale

$$a = \frac{F_r}{m} = \frac{291}{230} = 1,26 \text{ m/s}^2$$



11.68 Calcolare la forza di trascinamento esercitata dal vento, alla velocità di 65 km/h, pressione di 1 013 hPa e temperatura di 15 °C, su un cavo elettrico lungo 160 m e con diametro di 6 mm.

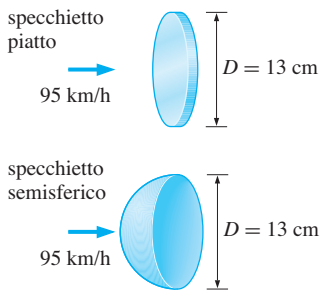
Ipotesi Il vento spira in direzione ortogonale al cavo.

Analisi Alla pressione di 1013 hPa ed alla temperatura di 15 °C, l'aria ha densità $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ e viscosità cinematica $\nu = 1,47 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, per cui

$$\text{Re} = \frac{V D}{\nu} = \frac{65/3,6 \times 0,006}{1,47 \times 10^{-5}} = 7,37 \times 10^3$$

Per tale valore di Re, in figura 11.30 si legge $C_r = 1,25$. Per la 11.5, si ha

$$\begin{aligned}F_r &= \frac{1}{2} C_r \rho V^2 L D = \\ &= \frac{1}{2} \times 1,25 \times 1,225 \times \left(\frac{65}{3,6}\right)^2 \times 160 \times 0,006 = 240 \text{ N}\end{aligned}$$



11.69 Gli specchietti retrovisori laterali della automobili, che in passato avevano la forma di un semplice disco, vengono da alcuni decenni realizzati con una forma arrotondata, con lo scopo di ridurre il coefficiente di resistenza dell'automobile e, di conseguenza, il consumo di carburante. Calcolare il carburante ($\rho = 0,75 \text{ kg/l}$) e il denaro risparmiati in un anno, se uno specchietto circolare, del diametro di 13 cm, viene sostituito da uno specchietto di forma emisferica, dello stesso diametro, supponendo che l'automobile percorra 24 000 km all'anno, alla velocità media di 95 km/h. Il costo del carburante, il potere calorifico e il rendimento complessivo del motore sono pari, rispettivamente, a 1,3 €/l, 44 000 kJ/kg e 30%.

Analisi Per la 11.5, in ambedue i casi la resistenza che lo specchietto, di diametro D , oppone al moto è

$$F_r = \frac{1}{2} C_r \rho V^2 \frac{\pi D^2}{4}$$

in cui $C_r = 1,1$ per lo specchietto piatto e $C_r = 0,4$ per quello semisferico (vedi Tabella 11.2). Nel primo caso, essendo $\rho = 1,20 \text{ kg/m}^3$ la densità dell'aria, si ha

$$\begin{aligned} F_r &= \frac{1}{2} C_r \rho V^2 \frac{\pi D^2}{4} = \\ &= \frac{1}{2} \times 1,1 \times 1,20 \times \left(\frac{95}{3,6} \right)^2 \times \frac{\pi \times 0,13^2}{4} = 6,10 \text{ N} \end{aligned}$$

Moltiplicando F_r per la percorrenza annua $L = 24\,000 \text{ km}$, l'energia E_d dissipata dallo specchietto risulta

$$E_d = F_r L = 6,10 \times 24\,000 = 146\,400 \text{ kJ/anno}$$

Tenendo conto che il rendimento complessivo del motore è $\eta_M = 0,30$, questo deve fornire un'energia

$$E_M = \frac{E_d}{\eta_M} = \frac{146\,400}{0,30} = 488\,000 \text{ kJ/anno}$$

che, essendo $H_i = 44\,000 \text{ kJ/kg}$ il potere calorifico del carburante, comporta un consumo m_c di carburante

$$m_c = \frac{E_M}{H_i} = \frac{488\,000}{44\,000} = 11,1 \text{ kg/anno}$$

pari ad appena

$$W_c = \frac{m_c}{\rho} = \frac{11,1}{0,750} = 14,8 \text{ l/anno}$$

con un costo annuo di $14,8 \times 1,3 = 19,2 \text{ €}$. Utilizzando uno specchietto semisferico, la resistenza al moto si riduce nel rapporto $0,4/1,1 = 0,36$. Pertanto, il costo annuo del carburante si riduce a 7,00 € con un risparmio del 64%.

Discussione La sostituzione di uno specchietto piatto con uno semisferico comporta un risparmio percentualmente elevato, ma piccolo in assoluto. Un risparmio significativo si può avere, invece, agendo su tutte le parti dell'automobile, eliminando o arrotondando gli spigoli, com'è ormai usuale. Analogamente, per ridurre i consumi, nei grossi aerei i carrelli, dopo il decollo, scompaiono nella fusoliera e in quelli piccoli le ruote sono opportunamente carenate.

maggio 2011