

**ESERCIZI SU EQUAZIONI CARTESIANE E  
PARAMETRICHE  
ALGEBRA LINEARE ED ELEMENTI DI GEOMETRIA  
MATEMATICA PER L'ECONOMIA E LA STATISTICA 2  
A.A. 2023/24**

**Esercizio 1**

Considera la retta  $r$  del piano affine  $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$  data dalle equazioni parametriche:

$$r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \end{cases}$$

**Dimostra** che il punto  $(0, -2)$  appartiene a  $r$ . Sia  $W$  la giacitura di  $r$ . **Dimostra** che il vettore  $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$  appartiene a  $W$ . **Dimostra** che la retta di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 3\tau \\ y = -2 + 6\tau \end{cases}$$

coincide con  $r$ .

**Esercizio 2**

In ciascuno dei seguenti casi **determina** equazioni parametriche e cartesiane della retta in  $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^3$  passante per il punto  $P$  e parallela al vettore  $v$ :

- (i)  $P = (-10, -10, 10)$ ,  $v = \begin{pmatrix} 10 \\ -18 \\ 3 \end{pmatrix}$
- (ii)  $P = (-1, -1, -2)$ ,  $v = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$
- (iii)  $P = (7, 1, -1)$ ,  $v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$

**Esercizio 3**

**Determina** un'equazione cartesiana della retta in  $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$  passante per i punti  $P$  e  $Q$  in ognuno dei casi seguenti:

- (i)  $P = (1, -1)$ ,  $Q = (3, 2)$ ;
- (ii)  $P = (2, 0)$ ,  $Q = (-1, -1)$ ;
- (iii)  $P = (0, 0)$ ,  $Q = (0, 8)$ .

**Esercizio 4**

Dato un vettore  $v$  e le equazioni cartesiane di due rette  $r$  ed  $s$  in  $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$ , **determina** equazioni parametriche per la retta in  $\mathbb{A}_{\mathbb{R}}^2$  parallela al vettore  $v$  e passante per il punto  $r \cap s$  (il punto di intersezione tra  $r$  ed  $s$ ) in ciascuno dei casi seguenti:

(1)  $v = \begin{pmatrix} 2 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}$ ,  $r: 3x - 2y = 7$ ,  $s: 2x + 3y = 0$ ;

$$(2) v = \begin{pmatrix} 1 \\ -18 \end{pmatrix}, r: x - y = 5, s: x + y = 1.$$

*Suggerimento:* il punto  $r \cap s$  è quel punto  $P = (x, y)$  che soddisfa entrambe le equazioni cartesiane delle due rette.

### Esercizio 5

**Determina** equazioni cartesiane del sottospazio affine  $S \subseteq \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^4$  passante per  $Q = (1, 2, -1, -2)$  e parallelo al sottospazio vettoriale  $W \subseteq \mathbb{R}^4$  dato da

$$W = \text{span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}\right)$$

**Determina** equazioni parametriche del sottospazio affine  $S \subseteq \mathbb{A}_{\mathbb{R}}^4$  che ha equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 1 \end{cases}$$