

Esercitazione 7

Saverio Franzese

Esercizi tratti dal I appello anno 2022/2023

1. Data la successione $a_n = n^3 + 11n$.

- (a) Provare che essa è monotona.
- (b) Provare che a_n è multiplo di 6 per ogni $n \in \mathbb{N}$.
- (c) Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^n - 2^n} = 0$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

(a)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(e - \pi)^n \cdot n}{(n + 1)(\sin(n) - \cos(n))} \quad (1)$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \ln(x) \cdot \ln(x - 1) \quad (2)$$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \arctan(x))^{\frac{1}{x}} \quad (3)$$

3. Sia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2)}{x(\sqrt{1+x}-1)}, & \text{se } x > 0 \\ a \cdot 2^x + 3, & \text{se } x \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

una funzione definita a tratti.

- (a) Trovare per quali $a \in \mathbb{R}$ è continua in 0.
- (b) Trovare la retta tangente f nel punto di coordinate $(3, \frac{\sin(9)}{3})$

4. Si studi la seguente funzione:

$$f(x) = \ln \left(x + \frac{1}{x} \right) \quad (5)$$

5. Si gli asintoti obliqui della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{2x^3 + 5x^2}{x^2 + 9} \quad (6)$$