

Preappello 21 Dicembre 2022 *Ist. Matematiche A (Scienze Geologiche)*
Prof. Fabio Vlacci
A.A. 2022/2023

LEGGERE ATTENTAMENTE IL TESTO E GIUSTIFICARE (QUANDO RICHIESTO) LE RISPOSTE AI QUESITI.

Scrivere il proprio

NOME.....

COGNOME.....

NUMERO MATRICOLA.....

1. Rispetto ad un sistema cartesiano ortogonale, siano dati i punti del piano di coordinate cartesiane $A = (-3, 3)$, $B = (-3, -1)$ e $C = (2, -1)$.

Individuare le coordinate polari del punto A .

Trovare l'equazione cartesiana della retta r passante per A e per C ; verificare che $B \notin r$, trovare le coordinate del centro della circonferenza passante per A , per B e per C e il raggio della circonferenza medesima. [SI RICORDA CHE IL CENTRO DI UNA CIRCONFERENZA È ANCHE L'INTERSEZIONE DEGLI ASSI DI DUE CORDE (NON PARALLELE)]

2. Mostrare che $b_n := \binom{2n}{n} < 2^{2n-2} = 4^{n-1}$ per $n \geq 5$.

Trovare la media aritmetica dei valori $\{b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$.

Stabilire quindi se esiste il

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2 5^n}$$

e, in caso affermativo, calcolarlo.

3. Calcolare, se esistono,

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x \sin x} \quad b) \lim_{n \rightarrow +\infty} n[\ln(1 - \tan(1/n))] \quad c) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-3}{1 + (-2)^n}$$

4. Dopo aver eseguito il relativo studio, in cui si evidenzi

a) il dominio della funzione;

b) il sottoinsieme del dominio in cui la funzione risulti continua;

c) il sottoinsieme del dominio in cui la funzione risulti derivabile;

d) eventuali asintoti e punti di massimo e minimo locali

tracciare un grafico significativo della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{e^x}.$$

Senza calcolarli esplicitamente, mostrare che la funzione f ha esattamente 2 punti di flesso. Determinare inoltre l'equazione cartesiana della retta tangente al grafico di f nel punto $(3, \sqrt{8}/e^3)$.

Trovare infine sup (estremo superiore) e inf (estremo inferiore) dell'insieme $\{f(x) \mid x < -1\}$ e dell'insieme $\{f(x) \mid x > 2\}$.