

Appello 25 Gennaio 2023 *Ist. Matematiche A (Scienze Geologiche)*
Prof. Fabio Vlacci
A.A. 2022/2023

LEGGERE ATTENTAMENTE IL TESTO E GIUSTIFICARE (QUANDO RICHIESTO) LE RISPOSTE AI QUESITI.

Scrivere il proprio

NOME.....

COGNOME.....

NUMERO MATRICOLA.....

1. Rispetto ad un sistema cartesiano ortogonale, siano dati i punti dello spazio \mathbb{R}^3 di coordinate cartesiane

$$A = (-1, 0, 1), B = (1, -1, 1) \text{ e } C = (2, 0, 0).$$

Calcolare la distanza (euclidea) fra A e B .

(a) Trovare l'equazione (in forma parametrica vettoriale o come intersezione di due equazioni cartesiane di piani) della retta r passante per A e per B ; verificato che A , B e C non sono allineati, determinare un vettore (non nullo) ortogonale al piano passante per A , B e C .

(b) Siano A' , B' e C' le proiezioni di A , B e C sul piano xy , trovare

i) le coordinate polari del punto B' ;

ii) l'equazione cartesiana della retta passante per B' e C' ;

iii) le coordinate del vertice della parabola con asse verticale passante per A' , B' e C' .

2. Un bacino artificiale ha una capacità iniziale di 12000 m^3 d'acqua; nel bacino confluiscono corsi d'acqua che annualmente depositano 200 m^3 di detriti. Dopo 9 anni si decide di far rimuovere 30 m^3 di detriti dal bacino all'anno; per quanti anni sarà quindi garantito che il bacino avrà una capacità di almeno 5100 m^3 ?

Si misurano annualmente le temperature medie dell'acqua del bacino. Nei primi 9 anni i dati sono i seguenti

	Anno 1	Anno 2	Anno 3	Anno 4	Anno 5	Anno 6	Anno 7	Anno 8	Anno 9
Gradi °	11,2	13,7	12,8	11,9	11,8	12,3	12,2	12,5	13,1

Trovare la mediana di tali dati relativi alla temperatura media del bacino.

Nella deposizione annuale dei detriti, la presenza (in percentuale sul totale) di sostanze di origine plastica viene descritta dalla seguente legge

$$p(n) = \frac{2n^{3/2} \ln\left(\frac{1+n}{n}\right)}{\sqrt{n+2}}$$

ove $n(\geq 1)$ rappresenta l'anno di deposizione.

Stabilire se la presenza di sostanze di origine plastiche nei detriti è (o meno) crescente con il passare del tempo e calcolare un valore asintotico della percentuale di sostanze di origine plastica nei detriti del bacino.

3. Calcolare, se esistono,

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot (e^x - \cos(x))}{\tan(x) \cdot \arctan(x)} \quad b) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n - \sin(\sqrt{n})}{2n! - \sqrt{n}}$$

4. Dopo aver eseguito il relativo studio, in cui si evidenzi

- a) il dominio della funzione;
- b) il sottoinsieme del dominio in cui la funzione risulti continua;
- c) il sottoinsieme del dominio in cui la funzione risulti derivabile;
- d) eventuali asintoti, punti di massimo e/o di minimo locali e di flesso, tracciare un grafico significativo della funzione

$$f(x) = \frac{1}{1 + \ln|x|}.$$

Determinare inoltre l'equazione cartesiana della retta tangente al grafico di f nel punto $(1, 1)$.

Trovare infine \sup (estremo superiore) e \inf (estremo inferiore) dell'insieme $\{f(x) : x < -1\}$.