

lunedì 25 settembre 2023 ore 9-11 Assioma di Peano: l'insieme dei numeri naturali è induttivo. Principio di Induzione, p. 43 Barozzi et al. Applicazione del Principio di Induzione: la disuguaglianza di Bernoulli, p. 47 Barozzi et al.

Martedì 25 settembre 2023 ore 12 -14 Sommatorie e prodotti. Alcune proprietà delle sommatorie. . Applicazione del Principio di Induzione: la somma dei numeri naturali  $\leq n$ , p. 44 Barozzi et al. Dimostrazione per induzione della formula per somme geometriche di ragione  $x$ . Fattoriali e coefficienti binomiali, p. 43 e p. 56 Barozzi et al. Formula di Newton del binomio (solo enunciata), p. 57 Barozzi et al. Assegnati esercizi (0.7.3), (0.7.4), (0.7.5), (0.7.6), (0.7.7).

venerdì 29 settembre ore 14-16 Svolgimento degli esercizi (0.7.3), il primo dei (0.7.4). Assiomi dell'insieme dei numeri reali, p. 32 Barozzi et al.: di campo e di ordine (solo accennati). Assioma di completezza: classi separate ed elemento di separazione, p. 33 Barozzi et al. Definizione di maggiorante e minorante, p. 40 Barozzi et al. Insiemi illimitati superiormente (risp. inferiormente), p. 41 Barozzi et al. Definizione di massimo di un insieme, p. 39 Barozzi et al. Verifica che l'intervallo aperto  $(0,1)$  non ammette massimo, Esempio 0.6.20 Barozzi et al.

lunedì 2 ottobre ore 9-11 Definizione di estremo superiore e di estremo inferiore di un sottoinsieme di  $\mathbb{R}$  e dimostrazione della loro esistenza ed unicità. Svolgimento di alcuni esercizi assegnati. Una caratterizzazione dell'estremo superiore (inferiore) dei sottoinsiemi di  $\mathbb{R}$  limitati superiormente (inferiormente) con dimostrazione, Osservazione 0.6.25 Barozzi et al.

Martedì 3 ottobre 2 ore Verifica che  $\sup \mathbb{N} = \infty$  (con dim.). Principio di Archimede (con dim.). Definizione della funzione valore assoluto  $|x|$  e proprietà, p. 35 Barozzi et al. In particolare, dimostrazione della disuguaglianza triangolare (la proprietà 3 del Teorema 0.6.8 in Barozzi et al.). Definizione di successione. Esempi. Definizione di  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$  per  $L$  numero reale e per una funzione a valori reali definita su un sottoinsieme  $X$  di  $\mathbb{R}$  con  $\sup X = +\infty$ . In particolare definizione di limite di una successione nel caso in cui il limite sia un numero reale  $L$ , 1.2.9 Barozzi et al.

Giovedì 5 ottobre 2 ore Verifica che se  $|a| < \epsilon$  per ogni  $\epsilon > 0$  allora  $a = 0$ , 1.2.11 Barozzi et al. Unicità del limite con dim., 1.2.12 Barozzi et al. Retta reale estesa ed estensione parziale di somma prodotto e divisione su di essa, 1.5.4 Barozzi et al. Regole della somma (solo enunciate), 1.5.5 Barozzi et al., del prodotto, 1.5.5 Barozzi et al., e del quoziente, 1.5.16 Barozzi et al. Un esempio.

Venerdì 6 ottobre 2 ore Svolgimento di vari esercizi.

lunedì 9 ottobre Teorema del confronto, 1.4.2 Barozzi et al. Teorema dei Carabinieri, 1.4.7 Barozzi et al.  
 Esempi: per  $b > 1$  verifica di  $\lim_{n \rightarrow +\infty} b^n = +\infty$  1.4.12 Barozzi et al. ; per  $b > 1$  verifica di  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{b^n}{n} = +\infty$  ; per  $b > 1$  e qualsiasi  $N$  verifica di  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{b^n}{n^N} = +\infty$ ; per  $b > 0$  verifica di  $\lim_{n \rightarrow +\infty} b^{1/n} = 1$  1.4.13 Barozzi et al. Definizione di  $o$  piccolo 1.6.1 Barozzi et al. Funzioni monotone. Esempio, la successione  $(1 + 1/n)^n$  è strettamente crescente, 1.8.8 Barozzi et al.

Martedì 10 ottobre 2022 2 ore Funzioni di variabile reale. Grafico di una funzione . Immagine di un insieme e controimmagine di un insieme. Funzioni pari, dispari . Funzioni iniettive, suriettive e biiettive. Funzioni inverse di funzioni biiettive e loro grafico. Funzioni periodiche. Funzione  $[x]$ , la parte intera di  $x$  . Definizione di  $\arcsin(x)$  e di  $\arctan(x)$ , p. 152 Barozzi et al.

Giovedì 12 ottobre 2 ore Esercizi sui limiti. Funzioni iperboliche, sez. 2.5 Barozzi et al.

venerdì 13 ottobre 2023 2 ore Definizione di punto di accumulazione per un sottoinsieme  $X$  di  $\mathbb{R}$  . Esempi, casi  $X=(0,1)$ ,  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ . Definizione di  $\lim_{x \rightarrow y} f(x) = L$  per  $L$  in  $\mathbb{R}$  per  $y$  un punto di accumulazione del dominio di  $f$  . Definizione di continuità di una funzione  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$  in un punto  $y$  in  $X$ .

Lunedì 16 ottobre 2 ore Teorema sulle regole dei limiti (somma, prodotto, quoziente, tutte senza dim). Teoremi del confronto e dei Carabinieri (solo gli enunciati). Definizione di  $\lim_{x \rightarrow y} f(x) = +\infty$  e di  $\lim_{x \rightarrow y} f(x) = -\infty$  . Verifica della continuità di  $\sin(x)$  e di  $\cos(x)$  in 0 e verifica della continuità di  $\sin(x)$  in tutto  $\mathbb{R}$ .

martedì 17 ottobre 2 ore Dimostrazione di  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(x)/x=1$ . Definizione di limite destro e limite sinistro, 4.6.3 Barozzi et al. Relazione tra limite e limiti destro e sinistro, 4.6.6 Barozzi et al. Teorema sui limite destro e sinistro per funzioni monotone (senza dim. ), 4.6.9 Barozzi et al. Dimostrazione della continuità di  $b^x$  . Dimostrazione che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin(x)$  non esiste.

Lunedì 23 ottobre 2 ore. Teorema degli zeri per funzioni continue, 4.2.3 Barozzi et al. Teorema dei valori intermedi, 4.2.8 Barozzi et al. Esempio dell'esistenza di uno zero reale per polinomi a coefficienti reali di grado dispari.

martedì 24 ottobre 2 ore Teorema di Weierstrass per funzioni continue, 4.2.13 Barozzi et al. Composizione di funzioni. Teorema della continuità della funzione inversa (solo enunciato) , 4.3.5 Barozzi et al.

giovedì 26 ottobre 2 ore Continuità delle composizioni di funzioni continue, 4.3.3 Barozzi et al. Esempio: continuità di  $x^a$ . Verifica che  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 1/x)^x = e$

venerdì 27 ottobre 2023 Dim. che  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$ ,  $\lim_{y \rightarrow 0} \log(1+y)/y = 1$  (con dim),  
 $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x = 1$  (con dim), vedi anche Barozzi et al. p.247,  $\lim_{x \rightarrow 0} [(x+1)^a - 1]/x = a$  (senza dim.).  
 Rapporti incrementali, 5.2.1 Barozzi et al., e significato geometrico, 5.2.2 Barozzi et al. Definizione di derivata, 5.2.3 Barozzi et al. Retta tangente al grafico in un punto, formula (5.2.4) Barozzi et al. Dim. di  $(c)'=0$ , di  $(e^x)' = e^x$  e di  $(x^a)' = a x^{a-1}$  (regola della potenza).

Lunedì 30 ottobre 2 ore  $(\log x)' = x^{-1}$  (con dim). Teorema di continuità nei punti dove una funzione è derivabile, 5.2.12 Barozzi et al. Teorema sull'algebra delle derivate (con dimostrazione di regole della somma e del prodotto), 5.3.7 Barozzi et al. Calcolo di  $(\sin x)'$ ,  $(\cos x)'$  e  $(\tan x)'$  di  $(e^{-x})'$

Martedì 31 ottobre 2 ore Calcolo di  $(\sinh x)'$ ,  $(\cosh x)'$  e  $(\tanh x)'$ . Teorema della derivata della funzione inversa (con dim.), 5.3.16 Barozzi et al. Esempi: derivata di  $\arcsin(x)$  e di  $\arctan(x)$ . o piccoli. Regola della catena, cioè derivata della composizione di due funzioni (con dim, da completare la discussione degli o piccoli).

Lunedì 6 novembre 2 ore Completamento della dimostrazione della regola della catena. Qualche applicazione della regola della catena. Teorema di Fermat, con dim., 5.5.6 Barozzi et al. Un esempio. Come applicazione di Fermat, dimostrazione di  $1+x \leq e^x$  su R.

Martedì 7 novembre 2 ore Teorema di Rolle, con dim., 5.6.1 Barozzi et al. Teorema di Lagrange, con dim., 5.6.2 Barozzi et al. Una caratterizzazione delle funzioni costanti su un intervallo, 5.4.10 Barozzi et al. Significato geometrico del segno della derivata. Derivate di ordine superiore. Calcolo delle derivate di  $\sin(x)$

Giovedì 9 novembre 2 ore Calcolo di tutte le derivate di  $\cos(x)$ . Definizione di funzione convessa. Enunciato di un teorema con 4 diverse caratterizzazioni della nozione di funzione convessa. Una quinta caratterizzazione:  $f$  è convessa se e solo se  $x \mapsto \frac{f(x)-f(c)}{x-c}$  è crescente per ogni  $c$ . Relazione (senza dim.) con la definizione 5.7.2 in Barozzi et al. Caratterizzazione della convessità di  $f$  in termini della crescita di  $f'$ , 5.7.5 Barozzi et al., con dim. Caratterizzazione della convessità di  $f$  in termini di  $f''$  (con dim.)

Venerdì 10 novembre 2 ore. Funzioni concave, flessi. Qualche esempio di studio di funzione. Rette asintotiche

Lunedì 12 novembre 2 ore Un esempio di studio di funzione. Prima regola dell'Hopital (con dim.): Enunciato del Teorema di Cauchy. Enunciato della seconda regola dell'Hopital (nel caso  $\frac{0}{0}$ ) e vari commenti sull'enunciato.

Martedì 13 novembre 3 ore Seconda regola dell'Hopital (con dim.). Terza regola dell'Hopital (senza dim.). Qualche esempio di limite relativo alle regole dell'Hopital.

Giovedì 16 novembre 2 ore Svolgimento di vari studi di funzione.

Lunedì 20 novembre 2 ore Derivate di qualsiasi ordine di  $x^a$ , di  $(1+x)^a$  e di  $\log(1+x)$ . Lemma sull'unico polinomio di grado minore o uguale ad  $n$  le cui derivate in un punto  $0$  sono date da  $n+1$  numeri preassegnati (con dimostrazione). Definizione di polinomio di Taylor, 5.9.4 Barozzi et al. Polinomi di McLaurin. e di polinomio di McLaurin. Derivazione dei polinomi di McLaurin di  $e^x$ , e di  $(1+x)^a$

Martedì 21 novembre 2 ore Polinomi di McLaurin di  $\sin(x)$  e di  $\cos(x)$ . Formula di Peano per il resto. Discussione sul fatto che se  $p(x)$  è un polinomio di grado minore o uguale di  $n$  con  $p(x) = o((x-x_0)^n)$  allora  $p(x)$  è il polinomio nullo (senza dim.). Enunciato sul fatto che se  $f(x) = p(x) + o((x-x_0)^n)$  con  $p(x)$  è un polinomio di grado minore o uguale di  $n$ , allora  $p$  è il polinomio di Taylor di ordine  $n$  di  $f$  in  $x_0$ .

Giovedì 23 novembre 2 ore Polinomi di McLaurin di  $(1+x)^{-1}$ ,  $(1-x)^{-1}$ ,  $(1+x^2)^{-1}$ ,  $\sinh(x)$ ,  $\cosh(x)$ . Calcolo del polinomio di McLaurin di ordine 4 di  $\sin(\sinh(x))$

Venerdì 23 novembre 2 ore Formula di Lagrange per il resto (con dim. Nel caso  $n=2$ ), 5.9.7 Barozzi et al. Esempi: approssimazione del numero di Neper  $e$  con un numero razionale con un errore più piccolo di  $10^{-3}$ ; verifica che il numero di Neper  $e$  è irrazionale. Un esercizio sui limiti  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2n)!}{n^n n!} = +\infty$  in due modi, l'uno con i Carabinieri l'altro usando la formula di Stirling.

Lunedì 27 novembre 2 ore. Cenni introduttivi all'integrazione. Decomposizioni  $\sigma$  di intervalli e loro calibro  $|\sigma|$ . Raffinamenti di decomposizioni Somme superiori  $S(\sigma)$  e somme inferiori  $s(\sigma)$  associate ad una data funzione  $f$ . Calcolo di  $S(\sigma)$  e  $s(\sigma)$  per funzioni costanti, per la funzione di Dirichlet e per funzioni monotone. Lemma sul fatto che  $s(\sigma) \leq s(\sigma') \leq S(\sigma') \leq S(\sigma)$  se  $\sigma'$  è un raffinamento di  $\sigma$  (senza dim.). Lemma sul fatto che date due decomposizioni esiste una decomposizione che è un raffinamento di entrambe (senza dim.). Corollario sul fatto che  $s(\sigma') \leq S(\sigma)$  per ogni coppia  $\sigma', \sigma$  (con dim.). Definizione di integrale superiore e di integrale inferiore.

Martedì 28 novembre 2 ore Calcolo dell'integrale superiore ed inferiore per funzioni costanti e per la funzione di Dirichlet e funzioni costanti. Definizione di integrale di Darboux. Teorema con una condizione necessaria e sufficiente perché una funzione sia integrabile secondo Darboux (con dim.) 6.3.11 Barozzi et al. Integrabilità per Darboux delle funzioni monotone (con dimostrazione). Integrabilità per Darboux delle funzioni continue (cenni alla dim). Integrabilità per Darboux di somme e prodotti di funzioni integrabili (senza dim.). Integrale di Riemann e sua equivalenza con l'integrale di Darboux (senza dim.). Monotonia dell'integrale (solo enunciata). Teor. sull'integrabilità di  $|f(x)|$  se  $f(x)$  è integrabile (senza dim.) e disuguaglianza triangolare (con dim.).

Giovedì 28 novembre 2 ore Svolgimento di due esercizi da vecchi esami. Esempio sul fatto che  $|f(x)|$  integrabile non implica  $f(x)$  integrabile.

Venerdì 1 dicembre 2 ore Teorema della media per funzioni continue, 6.3.20 Barozzi et al. Additività dell'integrale rispetto al dominio di integrazione, 6.3.17 Barozzi et al. Funzioni localmente integrabili. Funzione integrale  $F(x) := \int_{x_0}^x f(t) dt$  per  $f$  una funzione localmente integrabile in un intervallo  $I$ . Continuità di  $F$  in  $I$ . Teorema Fondamentale del Calcolo (con dim.), che corrisponde al Teorema 6.5.11 in Barozzi et al.

Lunedì 4 dicembre Definizione di primitiva. Teorema di valutazione, corrisponde al Teorema 6.5.1 in Barozzi et al. Primitive e funzioni primitivabili. Esempi, in particolare la funzione  $\sin(1/x)$  e la funzione di Heaviside. Teorema per la valutazione degli integrali (con dim.), 6.5.1. Barozzi et al. Tavola di primitive, Tabella 6.5.1 Barozzi et al. Teorema dell'integrazione per parti (con dim.), 6.6.1. Barozzi et al.

Martedì 5 dicembre Vari esempi di calcolo di utilizzo della metodo di integrazione per parti. Formula del cambio di variabile per integrali indefiniti (con dim.) e qualche esempio.

Giovedì 7 dicembre Formula del cambio di variabile per integrali definiti (con dim.), 6.6.9 Barozzi et al. Esempi. Integrali di funzioni razionali, qualche esempio. Espansione di Hermite per funzioni razionali (p. 392 e seguenti in Barozzi et al.): vari esempi elementari.

Lunedì 11 dicembre Teorema sulla espansione di Hermite per funzioni razionali (p. 392 e seguenti in Barozzi et al.): enunciato (senza dim.) nel caso  $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$  con grado  $P <$  grado  $Q$ . Esempi ed una diversa formulazione

Martedì 12 dicembre ore 12-14 Definizione di integrale generalizzato (o improprio). Integrabilità di funzioni  $x^{-p}$  in  $(0, 1]$ . Integrabilità di funzioni  $x^{-p}$  in  $[1, \infty)$ : enunciato e dimostrazione. Teorema su monotonia e linearità dell'integrale improprio (senza dim). Aut-Aut (con dim.). Teorema del confronto (con dim.), 7.2.1 Barozzi et al. Teorema del confronto asintotico per integrali impropri (senza dim.) 7.2.6 Barozzi et al.

Giovedì 14 dicembre Verifica che  $\sin(x)/x^p$  è integrabile in  $[1, +\infty)$  per ogni  $p > 0$ . Verifica che  $|\sin(x)|/x^p$  non è integrabile in  $[1, +\infty)$  per  $0 < p \leq 1$ . Verifica che  $\sin(x^p)$  è integrabile in  $[1, +\infty)$  per ogni  $p > 1$ . Altri esempi.

Venerdì 15 dicembre. Soluzioni di un esame di prova

Lunedì 18 dicembre (in Aula Ciamician Edificio B) Equazioni lineari del primo ordine. Qualche esempio di uso del metodo dei coefficienti integrali. Equazione omogenea, soluzione particolare, equazione caratteristica della omogenea delle equazioni a coefficienti costanti. Equazioni lineari del secondo ordine. Inizio della risoluzione di un esercizio sui polinomi di Taylor dell'esame di prova 1.

Martedì 19 dicembre (in Aula E1 edificio C1) Vari esempi di equazioni differenziali a coefficienti costanti del secondo ordine. Equazione caratteristica per calcolare la soluzione generale dell'equazione omogenea. Vari esempi di uso del metodo della somiglianza per calcolare una soluzione particolare della non omogenea.

Giovedì 21 Vari esempi di equazioni differenziali a coefficienti costanti del secondo ordine. Soluzione di un limite di un esame di prova.

Esercitazioni su esami di prova del prof. Cuccagna in gennaio:

~~lu 8 gennaio 9-11 aula 2A H3 156 posti~~ (cancellata)  
ma 9 12-14 aula 2A H3

gi 11  
ve 12

8-10 aula 2A H3  
14-16 aula 1B H3 183 posti