

# Istituzioni di Algebra e Geometria

## Prova scritta

18 dicembre 2023

1. Si consideri la curva proiettiva piana (complessa)  $C$  di equazione

$$F = x_0^2 x_2^2 - x_1(x_1 - x_0)(x_1 + x_0)(x_1 - 2x_0) = 0.$$

- (a) Determinarne i punti singolari, la loro molteplicità e le rette tangenti nei punti singolari;
- (b) si determini la curva polare  $\text{Pol}_{E_2} C$  rispetto al punto  $E_2 = (0 : 0 : 1)$ , e tutte le rette tangenti alla curva  $C$  passanti per  $E_2$ .

2. Si consideri la curva  $C$  di  $\mathbb{A}_{\mathbb{C}}^2$  di equazione

$$f(x, y) = x - xy^2 + 1 = 0.$$

- (a) Si determinino i punti singolari e gli asintoti di  $C$ .
- (b) Si determinino i punti di flesso della chiusura proiettiva di  $C$ .

3. Siano  $P_1$  e  $P_2$  punti di  $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}^2$ . Si determini, giustificando la risposta, la dimensione del sistema lineare delle curve proiettive piane di grado 3 aventi  $P_1$  e  $P_2$  come punti singolari.

Il sistema lineare contiene curve irriducibili? Che gradi possono avere le componenti delle curve riducibili del sistema?