

PROVA SCRITTA DI SISTEMI DINAMICI
A.A. 2018/2019

7 giugno 2019

nome e cognome:

numero di matricola:

Note: Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

Esercizio 1

Si consideri il seguente sistema dinamico lineare a tempo discreto

$$x_1(k+1) = -\frac{1}{10}x_1(k) + 8x_2(k) + \frac{1}{3}u_1(k) - \frac{2}{9}u_2(k)$$

$$x_2(k+1) = \frac{1}{2}x_2(k) + u_2(k)$$

$$y(k) = 3x_1(k) - 2x_2(k) + 12u_1(k)$$

Domanda 1.1

Si individui una funzione **quadratica** di Lyapunov $V(x_1, x_2)$ che permetta di provare la stabilità asintotica del sistema, e che inoltre sia tale che la differenza prima rispetto al tempo $\Delta V(x_1, x_2)$ soddisfi le seguenti condizioni:

$$\Delta V(1, 0) \leq -4$$

$$\Delta V(0, 1) \leq -1$$

Domanda 1.2

Si consideri il seguente sistema dinamico lineare **a tempo continuo**:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + 8x_2(t) + 3u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2(t) + u_2(t) \\ y(t) &= 3x_1(t) + 12x_2(t) + u_1(t) - u_2(t)\end{aligned}$$

Lo si vuole discretizzare per campionamento (con la *tecnica di campionamento e tenuta*), utilizzando il valore 1 s per il periodo di campionamento.

Determinare le matrici A , B , C e D della descrizione a segnali campionati del sistema.

Esercizio 2

2. Si consideri il processo stocastico stazionario descritto dal seguente modello

$$\begin{cases} w(t+1) = 0.75w(t) + \epsilon(t) \\ y(t) = w(t) - 0.5w(t-1) \end{cases} \quad \epsilon(\cdot) \sim \text{WN}(0,1)$$

Domanda 2.1

Determinare la funzione di trasferimento da $\epsilon(t)$ a $y(t)$ e sulla base dell'espressione trovata stabilire se si tratta di un processo stocastico AR, MA o ARMA

Domanda 2.2

Si trovi il predittore ottimo $\hat{y}(t|t-1)$ e si specifichi la varianza dell'errore di predizione