

PROVA SCRITTA DI SISTEMI DINAMICI
A.A. 2021/2022

26 settembre 2022

Nome e Cognome:

gruppo: Gruppo A

esercizio: Esercizio 1

Note: Scrivere le risposte su un singolo foglio bianco usando penna nera. Non scrivere con inchiostro blu o a matita. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

Dichiaro che le risposte a questo esercizio sono frutto del mio e solo del mio lavoro e che non mi sono consultato con altri.

Domanda 1

Si consideri il seguente sistema dinamico lineare **a tempo continuo**:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= +4.8x(t) + 15u(t) \\ y(t) &= 16x(t) - 23u(t)\end{aligned}$$

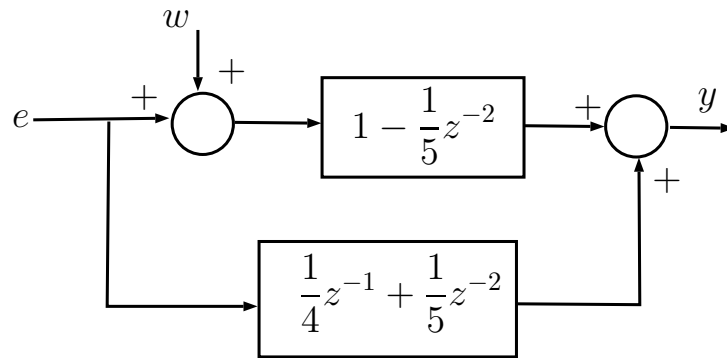
Lo si vuole discretizzare per campionamento (con la *tecnica di campionamento e tenuta*), utilizzando il periodo di campionamento

$$T_s = \frac{1}{24} \text{ s}$$

Determinare le matrici A_d , B_d , C_d e D_d della descrizione a segnali campionati del sistema.

Domanda 2

Si consideri il processo stocastico stazionario descritto nella figura seguente



dove e è un processo stocastico di rumore bianco

$$e(\cdot) \sim \text{WN}(1, 1)$$

mentre w è ingresso deterministico

$$w = 1$$

Determinare:

- una rappresentazione in forma canonica per il processo stocastico di y
- valore atteso \bar{y} e varianza σ_y^2 di $y(t)$
- il **predittore ottimo** a k passi dell'uscita $\hat{y}(t+k|t)$ **a partire dal rumore** per $k = 1, 2$ e l'errore di predizione, commentando i risultati ottenuti
- per $k = 1$ il **predittore ottimo** $\hat{y}(t+1|t)$ **a partire dai dati**

Domanda 3

Di un **processo stocastico stazionario a valore atteso nullo** $y(t)$ sono noti i seguenti campioni di una realizzazione

$$y(1) = 2.0, y(2) = 0.9, y(3) = -1.7, y(4) = 2.9, y(5) = 6.1$$

Domanda 3.1

A partire da questi dati si identifichi un modello che minimizzi la cifra di merito

$$J = \frac{1}{4} \sum_{t=2}^5 [y(t) - \hat{y}(t|t-1)]^2$$

nella classe di modelli

$$\mathcal{M} : y(t) = ay(t-1) + \epsilon(t) \quad \epsilon(\cdot) \sim \text{WN}(0, \lambda^2)$$

Domanda 3.2

Sfruttando il risultato ottenuto nella risposta alla domanda precedente, determinare una stima della varianza di rumore del modello λ^2 .