PROVETTA DI TEORIA DEI SEGNALI (a)

7 novembre 2005

Esercizio N. 1

In figura 1 è riportato il grafico del segnale $y(t) = x(2t+1)$

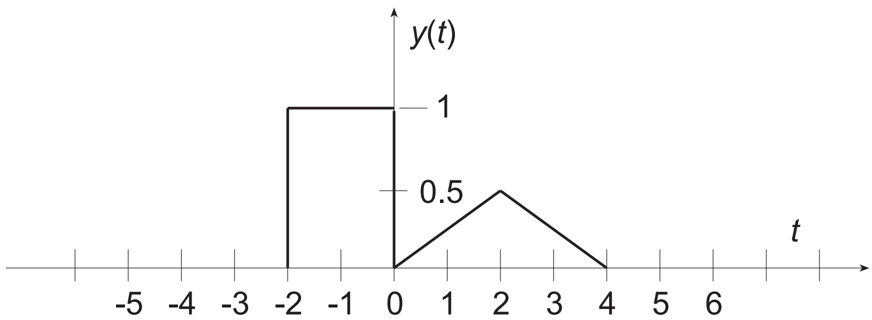
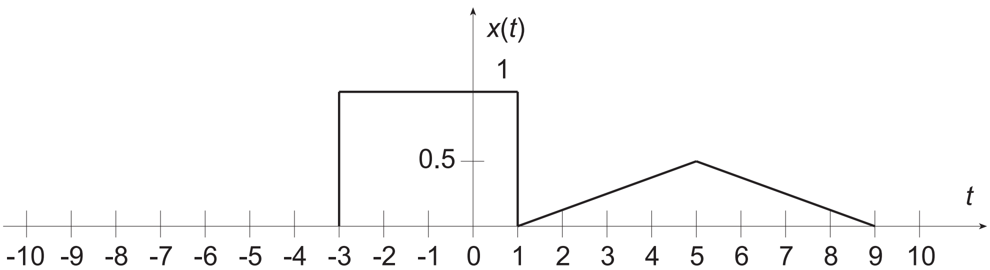


Fig.1

Si disegni nel grafico sottostante l'andamento del segnale $x(t)$.

Soluzione



Esercizio N. 2

Un sistema LTI tempo continuo ha la seguente risposta impulsiva:

$$h(t) = u(t-1)$$

Dire, giustificando la risposta, se il sistema è stabile e se è causale.
Calcolare la sua risposta al segnale

$$x(t) = \cos(2\pi t)[u(t) - u(t-1)]$$

Soluzione

Il sistema è causale, poiché $h(t)=0$ per $t<0$. Esso non è stabile, poiché $\int_{-\infty}^{+\infty}|h(t)|dt \to \infty$

Con l'integrale di convoluzione si vede che:

$$y(t)=\begin{cases} 0 & per\ t<1 \\ \int_0^{t-1}\cos(2\pi\tau)d\tau=\frac{1}{2\pi}\sin(2\pi(t-1)) & per\ 1<t<2 \\ \int_0^{1}\cos(2\pi\tau)d\tau=0 & per\ 2<t \end{cases}$$

Esercizio N. 3

Un sistema LTI tempo discreto ha la seguente risposta impulsiva:

$$h[n]=u[n-1]$$

Dire, giustificando la risposta, se il sistema è causale.

Calcolare la risposta del sistema al segnale $x[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$.

Soluzione

Il sistema è causale, essendo $h[n]=0$ per $n<0$.

La risposta del sistema si ottiene dalla seguente somma di convoluzione:

$$y[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^k u[k]u[n-k-1]=\begin{cases} 0 & per\ n<1 \\ \sum_{k=0}^{n-1}\left(\frac{1}{2}\right)^k=2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right) & per\ n\geq 1 \end{cases}$$

Esercizio N. 4

La risposta in frequenza di un sistema LTI tempo continuo è data da $H(\omega)=1-e^{-j\omega}$.

Ricavare la risposta del sistema al segnale $x(t)=\frac{1}{2}e^{-t}u(t)$.

Soluzione

Per una nota proprietà della trasformata di Fourier la risposta è:

$$y(t) = x(t) - x(t-1)$$
$$y(t) = \frac{1}{2}e^{-t}u(t) - \frac{1}{2}e^{-(t-1)}u(t-1)$$

Esercizio N. 5

Un sistema LTI tempo discreto ha la seguente risposta in frequenza:

$$H\left(e^{j\Omega}\right) = \frac{1}{1-\frac{1}{4}e^{-j2\Omega}}$$

Calcolare la sua risposta impulsiva. Quale segnale deve essere presente all'ingresso del sistema affinché la sua risposta sia $y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$?

Soluzione

La risposta in frequenza può essere posta nella forma:

$$H\left(e^{j\Omega}\right) = \frac{1}{\left(1+\frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)\left(1-\frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)} = \frac{1}{2\left(1+\frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)} + \frac{1}{2\left(1-\frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)}$$

La corrispondente risposta impulsiva è data da: $h[n] = \frac{1}{2}\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}u[n]$

Dalla relazione $X\left(e^{j\Omega}\right) = \frac{Y\left(e^{j\Omega}\right)}{H\left(e^{j\Omega}\right)}$, si ricava $X\left(e^{j\Omega}\right) = \frac{\left(1+\frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)\left(1-\frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)}{1-\frac{1}{2}e^{-j\Omega}}$, cioè:

$$X\left(e^{j\Omega}\right) = \left(1+\frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)$$

Pertanto $x[n] = \delta[n] + \frac{1}{2}\delta[n-1]$

PROVETTA DI TEORIA DEI SEGNALI (b)

7 novembre 2005

Esercizio N. 1

In figura 1 è riportato il grafico del segnale $y(t) = x(-2t+1)$

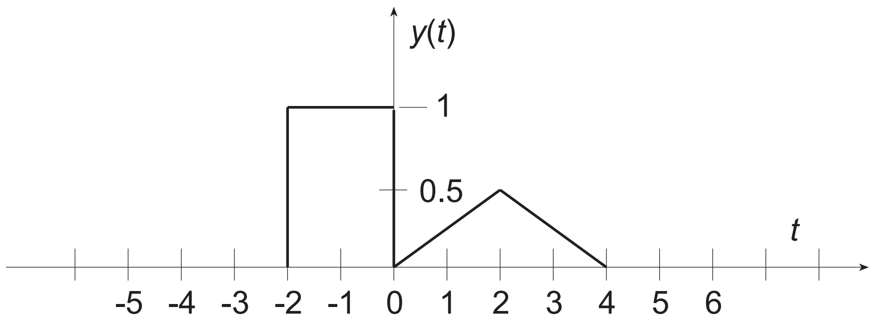


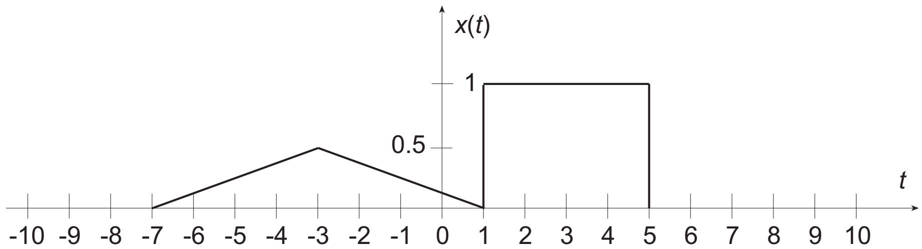
Fig.1

Si disegni nel grafico sottostante l'andamento del segnale $x(t)$.

Soluzione

La trasformazione da $x(-2t+1)$ a $x(t)$ avviene attraverso i seguenti passi:

$t \to t/2 \qquad t \to t+1 \qquad t \to -t$



Esercizio N. 2

Un sistema LTI tempo continuo ha la seguente risposta impulsiva:

$$h(t) = u(1-t)$$

Dire, giustificando la risposta, se il sistema è stabile e se è causale.
Calcolare la sua risposta al segnale

$$x(t) = \cos(2\pi t)[u(t) - u(t-1)]$$

Soluzione

Il sistema non è causale, poiché $h(t) \neq 0$ per $t < 0$. Esso non è stabile, poiché $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt \to \infty$

Con l'integrale di convoluzione si vede che:

$$y(t) = \begin{cases} \int_0^1 \cos(2\pi\tau) d\tau = 0 & per\ t < 1 \\ \int_{t-1}^1 \cos(2\pi\tau) d\tau = -\frac{1}{2\pi}\sin(2\pi t) & per\ 1 \leq t < 2 \\ 0 \quad per\ t \geq 2 \end{cases}$$

Esercizio N. 3

Un sistema LTI tempo discreto ha la seguente risposta impulsiva:

$$h[n] = u[n-2]$$

Dire, giustificando la risposta, se il sistema è causale.

Calcolare la risposta del sistema al segnale $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$.

Soluzione

Il sistema è causale, essendo $h[n] = 0$ per $n < 0$.

La risposta del sistema si ottiene dalla seguente somma di convoluzione:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k u[k]u[n-k-2] = \begin{cases} 0 & per\ n < 2 \\ \sum_{k=0}^{n-2} \left(\frac{1}{2}\right)^k = 2\left(1 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^n\right) & per\ n \geq 2 \end{cases}$$

Esercizio N. 4

La risposta in frequenza di un sistema LTI tempo continuo è data da $H(\omega) = 1 + e^{-j\omega}$.

Ricavare la risposta del sistema al segnale $x(t) = \frac{1}{2} e^{-(t+1)} u(t)$.

Soluzione

Per una nota proprietà della trasformata di Fourier la risposta è:

$$y(t) = x(t) + x(t-1)$$
$$y(t) = \frac{1}{2}e^{-(t+1)}u(t) + \frac{1}{2}e^{-t}u(t-1)$$

Esercizio N. 5

Un sistema LTI tempo discreto ha la seguente risposta in frequenza:

$$H\left(e^{j\Omega}\right) = \frac{1}{1 - \frac{5}{6}e^{-j\Omega} + \frac{1}{6}e^{-j2\Omega}}$$

Calcolare la sua risposta impulsiva. Quale segnale deve essere presente all'ingresso del sistema affinché la sua risposta sia $y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$?

Soluzione

La risposta in frequenza può essere posta nella forma:

$$H\left(e^{j\Omega}\right) = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)\left(1 - \frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)} = \frac{3}{\left(1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)} - \frac{2}{\left(1 - \frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)}$$

La corrispondente risposta impulsiva è data da: $h[n] = \left\{3\left(\frac{1}{2}\right)^n - 2\left(\frac{1}{3}\right)^n\right\}u[n]$

Dalla relazione $X\left(e^{j\Omega}\right) = \frac{Y\left(e^{j\Omega}\right)}{H\left(e^{j\Omega}\right)}$, si ricava $X\left(e^{j\Omega}\right) = \frac{\left(1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)\left(1 - \frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}}$, cioè:

$$X\left(e^{j\Omega}\right) = \left(1 - \frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)$$

Pertanto $x[n] = \delta[n] - \frac{1}{3}\delta[n-1]$

PROVETTA DI TEORIA DEI SEGNALI c)

7 novembre 2005

Esercizio N. 1

In figura 1 è riportato il grafico del segnale $y(t) = x\left(-\frac{1}{2}t - 2\right)$

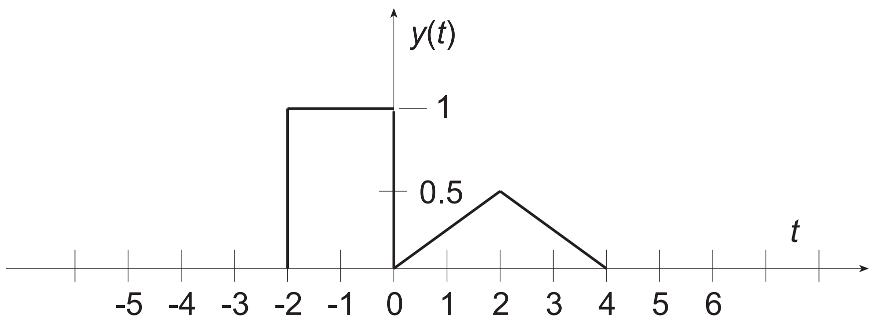
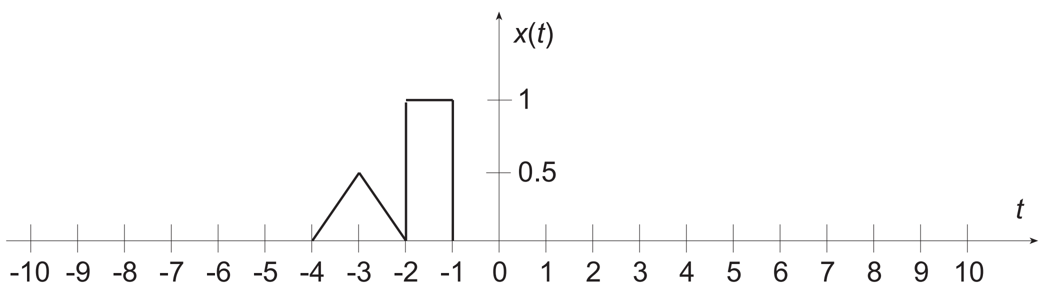


Fig.1

Si disegni nel grafico sottostante l'andamento del segnale $x(t)$.

Soluzione



Esercizio N. 2

Un sistema LTI tempo continuo ha la seguente risposta impulsiva:

$$h(t) = u(t) - u(t-2)$$

Dire, giustificando la risposta, se il sistema è stabile e se è causale.
Calcolare la sua risposta al segnale

$$x(t) = \cos(2\pi t)[u(t) - u(t-1)]$$

Soluzione

Il sistema è causale, poiché $h(t)=0$ per $t<0$. Esso inoltre è stabile, poiché $\int_{-\infty}^{+\infty}|h(t)|dt = 2 < \infty$

Con l'integrale di convoluzione si vede che:

$$y(t)=\begin{cases} 0 & per\ t<0, \quad per\ 1<t\le 2, \quad per\ t\ge 3 \\ \int_0^t \cos(2\pi\tau)d\tau = \frac{1}{2\pi}\sin(2\pi t) & per\ 0\le t\le 1 \\ \int_{t-2}^{1} \cos(2\pi\tau)d\tau = -\frac{1}{2\pi}\sin(2\pi t) & per\ 2<t<3 \end{cases}$$

Esercizio N. 3

Un sistema LTI tempo discreto ha la seguente risposta impulsiva:

$$h[n]=u[n+1]$$

Dire, giustificando la risposta, se il sistema è causale.

Calcolare la risposta del sistema al segnale $x[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$.

Soluzione

Il sistema non è causale, non essendo $h[n]=0$ per $n<0$.

La risposta del sistema si ottiene dalla seguente somma di convoluzione:

$$y[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^k u[k]u[n-k+1]=\begin{cases} 0 & per\ n<-1 \\ \sum_{k=0}^{n+1}\left(\frac{1}{2}\right)^k = 2-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \end{cases}$$

<u>Esercizio N. 4</u>

La risposta in frequenza di un sistema LTI tempo continuo è data da $H(\omega)=1+e^{j\omega}$.

Ricavare la risposta del sistema al segnale $x(t)=e^{-2t}u(t-2)$.

Soluzione

Per una nota proprietà della trasformata di Fourier la risposta è:

$$y(t) = x(t) + x(t+1)$$
$$y(t) = e^{-2t}u(t-2) + e^{-2(t+)1}u(t-1)$$

<u>Esercizio N. 5</u>

Un sistema LTI tempo discreto ha la seguente risposta in frequenza:

$$H\left(e^{j\Omega}\right) = \frac{1}{1 - \frac{1}{6}e^{-j\Omega} - \frac{1}{6}e^{-j2\Omega}}$$

Calcolare la sua risposta impulsiva. Quale segnale deve essere presente all'ingresso del sistema affinché la sua risposta sia $y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$?

Soluzione

La risposta in frequenza può essere posta nella forma:

$$H\left(e^{j\Omega}\right) = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)\left(1 + \frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)} = \frac{3}{5\left(1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)} + \frac{2}{5\left(1 + \frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)}$$

La corrispondente risposta impulsiva è data da: $h[n] = \left\{\frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{2}{5}\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right\}u[n]$

Dalla relazione $X\left(e^{j\Omega}\right) = \frac{Y\left(e^{j\Omega}\right)}{H\left(e^{j\Omega}\right)}$, si ricava $X\left(e^{j\Omega}\right) = \frac{\left(1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)\left(1 + \frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}}$, cioè:

$$X\left(e^{j\Omega}\right) = \left(1 + \frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)$$

Pertanto $x[n] = \delta[n] + \frac{1}{3}\delta[n-1]$

PROVETTA DI TEORIA DEI SEGNALI (d)

7 novembre 2005

Esercizio N. 1

In figura 1 è riportato il grafico del segnale $y(t) = x\left(\frac{-t+2}{2}\right)$

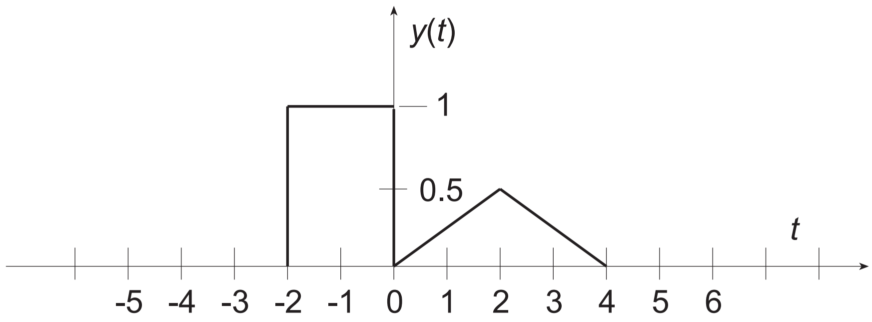
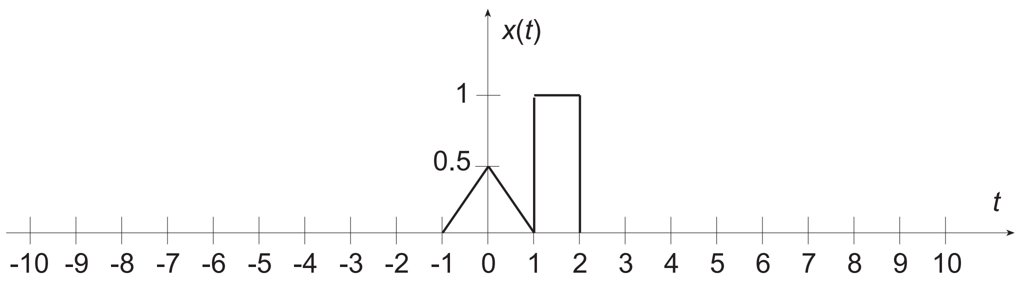


Fig.1

Si disegni nel grafico sottostante l'andamento del segnale $x(t)$.

Soluzione



Esercizio N. 2

Un sistema LTI tempo continuo ha la seguente risposta impulsiva:

$$h(t) = u(-t) - u(-t-1)$$

Dire, giustificando la risposta, se il sistema è stabile e se è causale.
Calcolare la sua risposta al segnale

$$x(t) = \cos(2\pi t)[u(t) - u(t-1)]$$

Soluzione

Il sistema non è causale, poiché non è $h(t)=0$ per $t<0$. Esso inoltre è stabile, poiché $\int_{-\infty}^{+\infty}|h(t)|dt = 1 < \infty$

Con l'integrale di convoluzione si vede che:

$$y(t) = \begin{cases} 0 & per\ t < -1, \quad per\ t > 1 \\ \int_0^{t+1} \cos(2\pi\tau)d\tau = \frac{1}{2\pi}\sin(2\pi t) & per\ -1 \le t < 0 \\ \int_t^1 \cos(2\pi\tau)d\tau = -\frac{1}{2\pi}\sin(2\pi t) & per\ 0 \le t < 1 \end{cases}$$

Esercizio N. 3

Un sistema LTI tempo discreto ha la seguente risposta impulsiva:

$$h[n] = \frac{1}{2}u[n] - \frac{1}{2}u[-n]$$

Dire, giustificando la risposta, se il sistema è causale.
Calcolare la risposta del sistema al segnale $x[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$.

Soluzione esercizio 3

Il sistema non è causale, non essendo $h[n]=0$ per $n<0$.
La risposta cercata è data da $h[n] + h[n-1]$ e quindi:

$$y[n] = \frac{1}{2}u[n] - \frac{1}{2}u[-n] + \frac{1}{2}u[n-1] - \frac{1}{2}u[1-n]$$

Esercizio N. 4

La risposta in frequenza di un sistema LTI tempo continuo è data da $H(\omega) = e^{j\frac{1}{2}\omega}$.

Ricavare la risposta del sistema al segnale $\cos(6\pi t)$.

Soluzione

La risposta impulsiva del sistema è $h(t)=\delta\left(t+\frac{1}{2}\right)$ e quindi si ha che per ogni segnale di ingresso $x(t)$ la corrispondente risposta è $y(t)=x\left(t+\frac{1}{2}\right)$. In particolare la risposta chiesta dall'esercizio è pari a $\cos\left(6\pi\left(t+\frac{1}{2}\right)\right)=-\cos(6\pi t)$

Esercizio N. 5

Un sistema LTI tempo discreto ha la seguente risposta in frequenza:

$$H\left(e^{j\Omega}\right)=\frac{e^{-j\Omega}}{1-\frac{1}{9}e^{-j2\Omega}}$$

Calcolare la sua risposta impulsiva. Quale segnale deve essere presente all'ingresso del sistema affinché la sua risposta sia $y[n]=\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$?

Soluzione

La risposta in frequenza può essere posta nella forma:

$$H\left(e^{j\Omega}\right)=\frac{e^{-j\Omega}}{\left(1-\frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)\left(1+\frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)}=\frac{e^{-j\Omega}}{2\left(1-\frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)}+\frac{e^{-j\Omega}}{2\left(1+\frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)}$$

La risposta impulsiva è data da: $h[n]=\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}+\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right\}u[n-1]$

Dalla relazione $X\left(e^{j\Omega}\right)=\frac{Y\left(e^{j\Omega}\right)}{H\left(e^{j\Omega}\right)}$, si ricava $X\left(e^{j\Omega}\right)=\frac{\left(1-\frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)\left(1+\frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)}{\left(1-\frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)e^{-j\Omega}}$, cioè:

$X\left(e^{j\Omega}\right)=\left(1+\frac{1}{3}e^{-j\Omega}\right)e^{j\Omega}$. Pertanto $x[n]=\delta[n+1]+\frac{1}{3}\delta[n]$

PROVETTA DI TEORIA DEI SEGNALI (e)

7 novembre 2005

Esercizio N. 1

In figura 1 è riportato il grafico del segnale $y(t) = x\left(2 - \frac{t}{2}\right)$

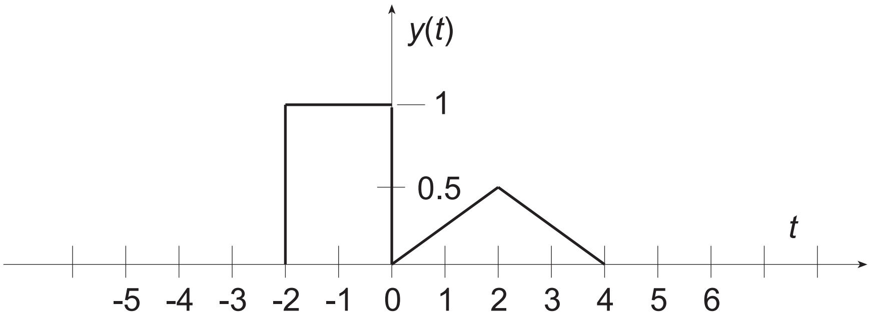
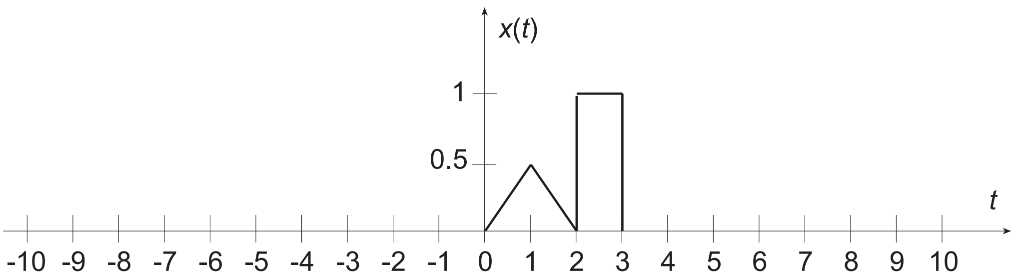


Fig.1

Si disegni nel grafico sottostante l'andamento del segnale $x(t)$.

Soluzione



Esercizio N. 2

Un sistema LTI tempo continuo ha la seguente risposta impulsiva:

$$h(t) = u(t + 1)$$

Dire, giustificando la risposta, se il sistema è stabile e se è causale.
Calcolare la sua risposta al segnale

$$x(t) = \cos(2\pi t)[u(t) - u(t-1)]$$

Soluzione

Il sistema non è causale, poiché non è $h(t)=0$ per $t<0$. Esso inoltre non è stabile, poiché $\int_{-\infty}^{+\infty}|h(t)|dt \to \infty$

Con l'integrale di convoluzione si vede che:

$$y(t)=\begin{cases} 0 & per\ t<-1 \\ \int_0^{1+t}\cos(2\pi\tau)d\tau = \frac{1}{2\pi}\sin(2\pi t) & per\ -1\le t\le 0 \\ \int_0^{1}\cos(2\pi\tau)d\tau = 0 & per\ t>0 \end{cases}$$

Esercizio N. 3

Un sistema LTI tempo discreto ha la seguente risposta impulsiva:

$$h[n]=\frac{1}{2}u[n]-\frac{1}{2}u[1-n]$$

Dire, giustificando la risposta, se il sistema è causale.
Calcolare la risposta del sistema al segnale $x[n]=\delta[n]-\delta[n-1]$.

Soluzione

Il sistema non è causale, non essendo $h[n]=0$ per $n<0$.
La risposta cercata è data da $h[n]-h[n-1]$ e quindi:

$$y[n]=\frac{1}{2}u[n]-\frac{1}{2}u[1-n]-\frac{1}{2}u[n-1]+\frac{1}{2}u[2-n]$$

Esercizio N. 4

La risposta in frequenza di un sistema LTI tempo continuo è data da $H(\omega)=e^{j\omega}-e^{-j\omega}$.

Ricavare la risposta del sistema al segnale $x(t)=u(t)$.

Soluzione

La risposta impulsiva del sistema è $h(t)=\delta(t+1)-\delta(t-1)$ e quindi si ha che per ogni segnale di ingresso $x(t)$ la corrispondente risposta è $y(t)=x(t+1)-x(t-1)$. In particolare la risposta chiesta dall'esercizio è pari a $u(t+1)-u(t-1)$

Esercizio N. 5

Un sistema LTI tempo discreto ha la seguente risposta in frequenza:

$$H\left(e^{j\Omega}\right)=\frac{1}{1+\frac{3}{10}e^{-j\Omega}-\frac{1}{10}e^{-j2\Omega}}$$

Calcolare la sua risposta impulsiva. Quale segnale deve essere presente all'ingresso del sistema affinché la sua risposta sia $y[n]=\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}u[n-1]$?

Soluzione

La risposta in frequenza può essere posta nella forma:

$$H\left(e^{j\Omega}\right)=\frac{1}{\left(1-\frac{1}{5}e^{-j\Omega}\right)\left(1+\frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)}=\frac{2}{7\left(1-\frac{1}{5}e^{-j\Omega}\right)}+\frac{5}{7\left(1+\frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)}$$

La corrispondente risposta impulsiva è data da: $h[n]=\left\{\frac{2}{7}\left(\frac{1}{5}\right)^n+\frac{5}{7}\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}u[n]$

Dalla relazione $X\left(e^{j\Omega}\right)=\frac{Y\left(e^{j\Omega}\right)}{H\left(e^{j\Omega}\right)}$, si ricava $X\left(e^{j\Omega}\right)=\frac{\left(1-\frac{1}{5}e^{-j\Omega}\right)\left(1+\frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)e^{-j\Omega}}{1+\frac{1}{2}e^{-j\Omega}}$,

cioè:

$$X\left(e^{j\Omega}\right)=\left(1-\frac{1}{5}e^{-j\Omega}\right)e^{-j\Omega}$$

Pertanto $x[n]=\delta[n-1]-\frac{1}{5}\delta[n-2]$

PROVETTA DI TEORIA DEI SEGNALI (f)

7 novembre 2005

Esercizio N. 1

In figura 1 è riportato il grafico del segnale $y(t) = x\left(2 + \frac{t}{2}\right)$

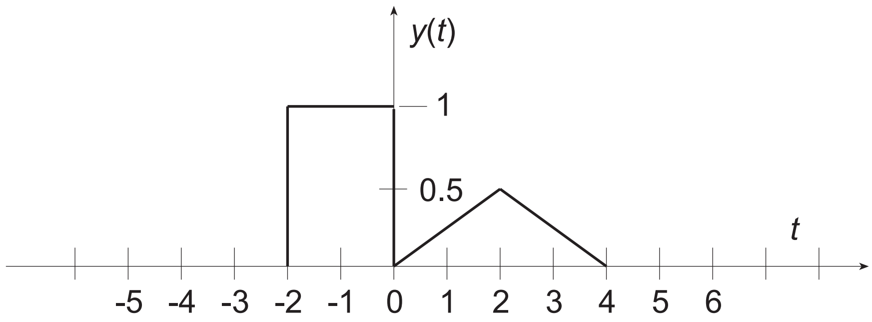
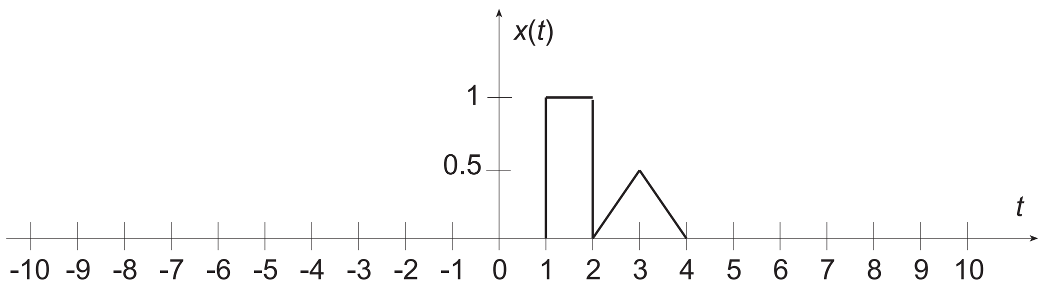


Fig.1

Si disegni nel grafico sottostante l'andamento del segnale $x(t)$.

Soluzione



Esercizio N. 2

Un sistema LTI tempo continuo ha la seguente risposta impulsiva:

$$h(t) = u(t + 2)$$

Dire, giustificando la risposta, se il sistema è stabile e se è causale.
Calcolare la sua risposta al segnale

$$x(t) = \cos(2\pi t)[u(t) - u(t-1)]$$

Soluzione

Il sistema non è causale, poiché non è $h(t)=0$ per $t<0$. Esso inoltre non è stabile, poiché $\int_{-\infty}^{+\infty}|h(t)|dt \to \infty$

Con l'integrale di convoluzione si vede che:

$$y(t)=\begin{cases} 0 & per\ t<-2 \\ \int_0^{2+t}\cos(2\pi\tau)d\tau = \frac{1}{2\pi}\sin(2\pi t) & per\ -2\le t\le -1 \\ \int_0^1 \cos(2\pi\tau)d\tau = 0 & per\ t>0 \end{cases}$$

Esercizio N. 3

Un sistema LTI tempo discreto ha la seguente risposta impulsiva:

$$h[n]=\frac{1}{2}u[n+1]-\frac{1}{2}u[n-1]$$

Dire, giustificando la risposta, se il sistema è causale.

Calcolare la risposta del sistema al segnale $x[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}$.

Soluzione

Il sistema non è causale, non essendo $h[n]=0$ per $n<0$.

La risposta impulsiva del sistema è semplicemente $\frac{1}{2}\{\delta[n+1]+\delta[n]\}$ e quindi il sistema risponderà a qualsiasi segnale $x[n]$ con il segnale $y[n]=\frac{1}{2}\{x[n]+x[n+1]\}$. In particolare la risposta richiesta dall'esercizio è:

$$y[n]=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}+\left(\frac{1}{2}\right)^{|n+1|}\right\}$$

Esercizio N. 4

La risposta in frequenza di un sistema LTI tempo continuo è data da $H(\omega)=\cos(2\omega)$.

Ricavare la risposta del sistema al segnale $\cos(120\pi t)$.

Soluzione

Posto il segnale di ingresso nella forma $\frac{1}{2}e^{j120\pi t}+\frac{1}{2}e^{-j120\pi t}$, risulta evidente che la risposta del sistema sarà:

$$y(t)=H(120\pi)\frac{1}{2}e^{j120\pi t}+H(-120\pi)\frac{1}{2}e^{-j120\pi t}=\cos(120\pi t)$$

Esercizio N. 5

Un sistema LTI tempo discreto ha la seguente risposta in frequenza:

$$H\left(e^{j\Omega}\right)=\frac{1}{1-\frac{1}{4}e^{-j\Omega}-\frac{1}{8}e^{-j2\Omega}}$$

Calcolare la sua risposta impulsiva. Quale segnale deve essere presente all'ingresso del sistema affinché la sua risposta sia $y[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$?

Soluzione

La risposta in frequenza può essere posta nella forma:

$$H\left(e^{j\Omega}\right)=\frac{1}{\left(1-\frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)\left(1+\frac{1}{4}e^{-j\Omega}\right)}=\frac{2}{3\left(1-\frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)}+\frac{1}{3\left(1+\frac{1}{4}e^{-j\Omega}\right)}$$

La corrispondente risposta impulsiva è data da: $h[n]=\left\{\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n+\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{4}\right)^n\right\}u[n]$

Dalla relazione $X\left(e^{j\Omega}\right)=\frac{Y\left(e^{j\Omega}\right)}{H\left(e^{j\Omega}\right)}$, si ricava $X\left(e^{j\Omega}\right)=\frac{\left(1-\frac{1}{2}e^{-j\Omega}\right)\left(1+\frac{1}{4}e^{-j\Omega}\right)}{1-\frac{1}{2}e^{-j\Omega}}$, cioè:

$$X\left(e^{j\Omega}\right)=\left(1+\frac{1}{4}e^{-j\Omega}\right)$$

Pertanto $x[n]=\delta[n]+\frac{1}{4}\delta[n-1]$