

Teoria dei segnali
Prova scritta 13 febbraio 2020

1) Determinare **tutte** le radici complesse dell'equazione $z^8+7z^4-8=0$ (suggerimento: porre $z^4=w$).

2) Senza effettuare la trasformata inversa, dire se il segnale $x(t)$, la cui trasformata di Fourier è data da $X(f) = \text{rect}\left(\frac{f+B/2}{B}\right)$ è reale. Fornire una giustificazione della risposta.

3) Calcolare $\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin(2\pi f)}{2\pi f}\right)^2 df$. (Suggerimento: si utilizzi il teorema di Parseval).

4) Si consideri il sistema causale descritto dalla seguente equazione alle differenze:

$$2y[n] - y[n-1] = x[n] - 2x[n-2].$$

a) Dire se il sistema è stabile.

b) Determinare i primi 5 termini della risposta impulsiva.

5) Si consideri la funzione di densità di probabilità congiunta di due variabili aleatorie:

$$f_{xy} = \begin{cases} 4xy & 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}.$$

a) Verificare che si tratti effettivamente di una densità di probabilità.

b) Determinare le marginali, $f_x(x)$, $f_y(y)$. Le variabili sono indipendenti?

6) Si consideri il processo aleatorio descritto dalle seguenti quattro realizzazioni, ciascuna delle quali si presenta con probabilità 1/4: $x_1(t) = \cos(t)$, $x_2(t) = \sin(t)$, $x_3(t) = 1$, $x_4(t) = -1$.

(a) Calcolare il valor medio e la funzione di autocorrelazione.

(b) Di che tipo di processo si tratta?