Teoria dei segnali

Prova scritta 13-7-2021

1) Sapendo che 1+j è radice del polinomio $P(z)=z^4-5z^3+10z^2-10z+4$, determinare le altre radici (non per tentativi).

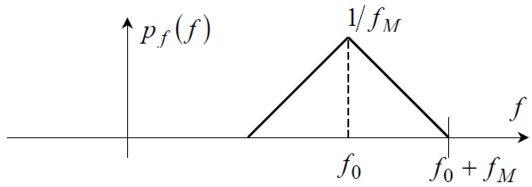
2) Un sistema lineare risponde all'impulso ideale centrato in t_0 con il segnale:
$h(t,t_0)=u(2t-t_0)$.
a) Si tratta di un sistema tempo-invariante? (Giustificare la risposta).
b) Ricavare la risposta al segnale $x(t)=\cos(2\pi f_0 t)u(t)$.

3) Usando le proprietà della trasformata di Fourier, determinare la trasformata di
$$x(t)=\Pi\left(\frac{t}{T}-2\right)+\Pi\left(\frac{t}{T}+1\right)$$
(dove $\Pi(x)$ è uguale a 1 per $|x|\le 1/2$, ed è pari a 0 altrimenti).

4) La funzione di sistema di un sistema LTI tempo discreto è:
$$H(z)=\frac{1-z^{-1}}{\frac{1}{6}+\frac{1}{6}z^{-1}-z^{-2}}$$
Calcolare la sua risposta al gradino unitario, sapendo che il sistema è stabile.

5) La variabile aleatoria X ha densità di probabilità pari a: $f_X(x)=\begin{cases}1-x/2 & 0\le x\le 2\\ 0 & \text{altrimenti}\end{cases}$.
Determinare la CDF $F_X(x)$ e il valor medio di X.
Sia $Y=\begin{cases}X & X\le 1\\ 1 & X>1\end{cases}$.
Determinare la CDF $F_Y(y)$, e la probabilità che sia Y=1.

6) Si consideri il processo aleatorio così definito: $x(t)=\cos(2\pi ft+\phi)$, ove f e ϕ sono due variabili aleatorie indipendenti. La variabile f è caratterizzata dalla densità di probabilità rappresentata in figura.



La variabile aleatoria ϕ assume, in maniera equiprobabile, i valori 0, $\pi/2$, π, $3\pi/2$.
Dire, giustificando la risposta, se il processo è stazionario e se è regolare (almeno in senso debole).