Teoria dei segnali

Prova scritta 20-6-2023

1) Determinare tutte le soluzioni (complesse) dell'equazione $(1+z)^3 = |1+z|$.

2) Un sistema tempo discreto è descritto dalla risposta impulsiva $h[n,k]=\delta[2n-k]$.

   a) Verificare se il sistema è tempo invariante oppure no.
   b) Determinare e disegnare la risposta all'ingresso $x[n]=\cos(\pi n)(u[n]-u[n-4])$.

3) Un segnale tempo discreto è descritto dalla relazione $x[n]=\cos(\pi n)(u[n]-u[n-3])$. Determinare i valori di almeno due DFT valide (quali valori può avere N?).

4) Quante sono le anti-trasformate di $H(z)=\dfrac{z^2+1}{2z^2-3z+1}$?
Fra queste, ce n'è qualcuna che corrisponde a un sistema stabile?
Senza anti-trasformare, determinare i primi 3 termini dell'anti-trasformata destra. Facoltativo: verificare il risultato ottenuto determinando l'antitrasformata destra.

5) La funzione di distribuzione di una variabile aleatoria X è la seguente.

$$F_X(x)=\begin{cases} 0 & x<-3 \\ (x+3)/4 & -3\le x\le -1 \\ 1/2 & -1\le x\le 1 \\ x/2 & 1\le x\le 2 \\ 1 & x>2 \end{cases}$$

Determinare e disegnare la funzione di densità di probabilità $f_x(x)$, e determinare il valor medio E[X]. Determinare la probabilità che X sia maggiore di -2.

6) Si consideri il processo aleatorio tempo discreto descritto dalla $x^{(k)}[n]=A_k\left[\cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right)+\sin\left(\frac{3\pi}{4}n\right)\right]$, dove A_k è una variabile aleatoria uniformemente compresa fra 0 e 1. Si determini il valor medio d'insieme, verificando quali delle seguenti affermazioni (relative al solo valor medio) è corretta.
(a) Il processo è stazionario,
(b) Il processo è ciclo-stazionario (in questo caso determinare il periodo),
(c) Il processo non è né stazionario né ciclo-stazionario.