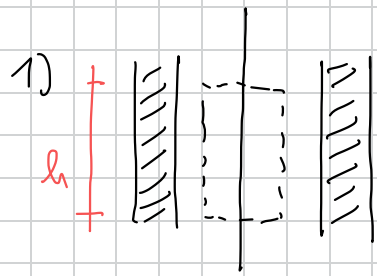


ESERCIZIO 1



1) Il campo è radiale, diretto verso l'esterno per $\lambda > 0$.
Flusso attraverso una superficie gaussiana cilindrica:

$r < a$ $E 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \hat{r}$

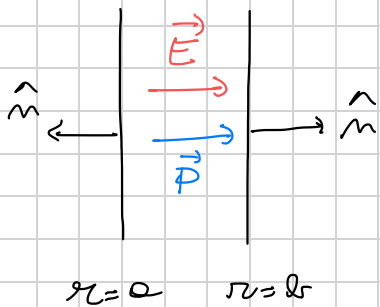
$a < r < b$ Il campo è ridotto di un fattore $1/\epsilon_r$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r r} \hat{r}$$

$r > b$ $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \hat{r}$

2) Il vettore di polarizzazione è $\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$ con $\chi = \epsilon_r - 1$

La carica di polarizzazione è distribuita sulla superficie



$$\sigma_p = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

$r = a$ $\sigma_p^a = -\chi \epsilon_0 E = -\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \frac{\lambda}{2\pi a}$

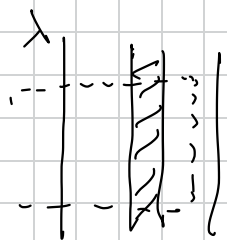
$r = b$ $\sigma_p^b = \chi \epsilon_0 E = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \frac{\lambda}{2\pi b}$

3) $V_P - V_A = - \int_A^P \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_a^R E dr = - \int_a^b E dr - \int_b^R E dr =$
 $= - \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon_r} \int_a^b \frac{dr}{r} + \int_b^R \frac{dr}{r} \right) = - \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon_r} \log \frac{b}{a} + \log \frac{R}{b} \right)$

4) Per $r \leq b$ tutto rimane uguale

$$b < r < c \quad \vec{E} = 0$$

La carica indotta deve schermare quella del filo per cancellare $\vec{E}$



$$\sigma_c^b \cdot 2\pi b \cdot h + \lambda h = 0 \Rightarrow \sigma_c^b = -\frac{\lambda}{2\pi b}$$

poiché il conduttore è neutro $\sigma_c^c \cdot 2\pi c = \sigma_c^b \cdot 2\pi b$

$$\Rightarrow \sigma_c^c = \frac{\lambda}{2\pi c}$$

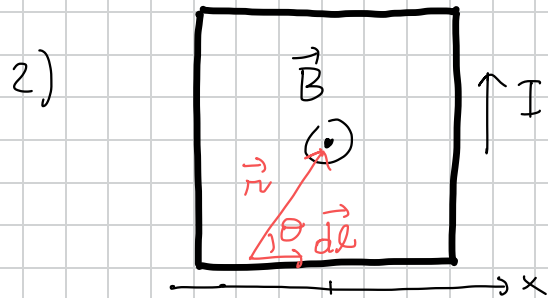
$r > c$ la carica all'interno della sup. gaussiana è λ

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \hat{r}$$

ESERCIZIO 2

$$1) \quad R = \rho \frac{4a}{\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2} = 1.7 \times 10^{-2} \, \Omega$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = RI = 0.21 \, \text{V}$$



Se la corrente circola in senso antiorario, il campo è $\perp$ alla spira e uscente dal foglio.

Il campo è la somma vettoriale dei contributi dei 4 tratti di filo, tutti uguali tra loro

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 = 4 \vec{B}_1$$

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{|\vec{dl} \times \hat{r}|}{r^2} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \frac{a/2}{\left(x^2 + \frac{a^2}{4}\right)^{3/2}} dx \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2}{a} \int_{-1}^1 \frac{dy}{(1+y^2)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}} \\ \vec{dl} \times \hat{r} &= dx \sin \theta \\ \sin \theta &= \frac{a/2}{r} = \frac{a/2}{\sqrt{x^2 + a^2/4}} \end{aligned}$$

definisco $y = \frac{2}{a} x$

definisco $y = \tan \alpha \quad \Rightarrow \quad dy = \frac{1}{\cos^2 \alpha} d\alpha, \quad 1+y^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

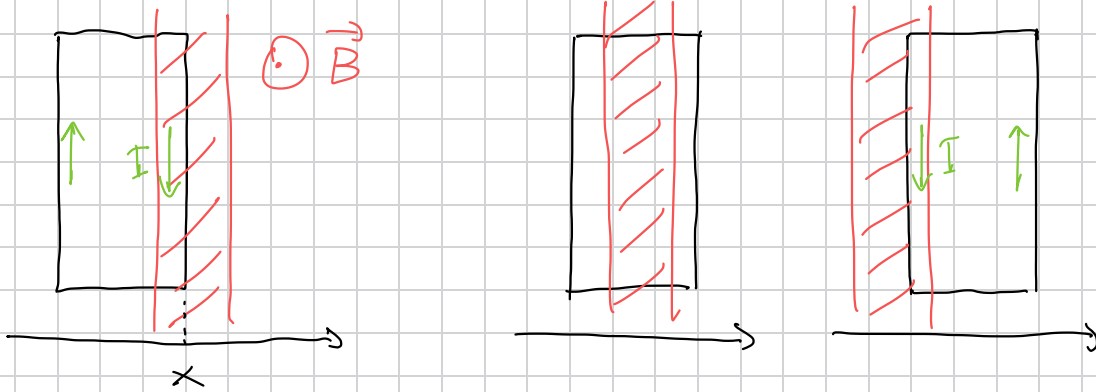
$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2}{a} \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos \alpha \, d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2\sqrt{2}}{a}$$

Il campo totale è

$$B = 4B_1 = 6.8 \times 10^{-5} \, \text{T}$$

ESERCIZIO 3

1)



mentre la spira entra

$$\Phi_B = BLx \quad \Rightarrow \quad \mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = -BLv$$

$$I = \mathcal{E}/R = - \frac{BLv}{R} = -5,76 \text{ A} \quad \text{la corrente circola in verso orario}$$

Poiché il flusso aumenta, la corrente circola in verso orario (legge di Lenz)

nella situazione intermedia Φ_B è costante $\Rightarrow \mathcal{E} = I = 0$

mentre esce $I = + \frac{BLv}{R} = +5,76 \text{ A}$

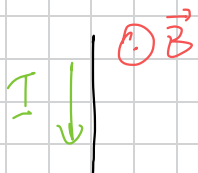
2) la forza di Lorentz sul lato 1 e 3, mentre la spira entra,

è $\vec{F}_B = -ILB\hat{x}$

quindi la forza necessaria è

$$\vec{F}_{\text{ext}} = ILB\hat{x} = \frac{B^2 L^2 v}{R} \hat{x}, \quad |\vec{F}_{\text{ext}}| \approx 55 \text{ N}$$

Mentre la spira esce è uguale



3) La carica che circola mentre la spina entra è

$$Q = I \Delta t = I \frac{h}{v} = - \frac{BLv}{R} \frac{h}{v} = - \frac{BLh}{R} = - 0.144 C$$

dove il segno indica il senso della corrente

Mentre la spina esce

$$Q = + \frac{BLh}{R} = + 0.144 C$$

$$4) L = 2 F_{\text{ext}} h = \frac{B^2 L^2 v h}{R} \approx 33 J$$