

Esame di Programmazione Informatica

19 gennaio 2024

Esercizio 1 (17/30)

Scrivere una funzione MATLAB che prenda come argomento in ingresso una matrice quadrata $\mathbf{A}$ di dimensione $N \times N$ e restituisca come argomento in uscita il vettore $\mathbf{v}$ degli elementi di $\mathbf{A}$ che stanno al di sopra della diagonale secondaria. Per esempio, nel caso $N = 5$, gli elementi da considerare sono quelli indicati:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \boxed{a_{1,1}} & \boxed{a_{1,2}} & \boxed{a_{1,3}} & \boxed{a_{1,4}} & \boxed{a_{1,5}} \\ \boxed{a_{2,1}} & \boxed{a_{2,2}} & \boxed{a_{2,3}} & \boxed{a_{2,4}} & a_{2,5} \\ \boxed{a_{3,1}} & \boxed{a_{3,2}} & \boxed{a_{3,3}} & a_{3,4} & a_{3,5} \\ \boxed{a_{4,1}} & \boxed{a_{4,2}} & a_{4,3} & a_{4,4} & a_{4,5} \\ \boxed{a_{5,1}} & a_{5,2} & a_{5,3} & a_{5,4} & a_{5,5} \end{bmatrix}$$

Nel vettore $\mathbf{v}$ gli elementi devono seguire l'ordine per colonne (column-major); nel precedente caso $N = 5$ il vettore $\mathbf{v}$ sarà quindi:

$$\mathbf{v} = [a_{1,1}, a_{2,1}, a_{3,1}, a_{4,1}, a_{5,1}, a_{1,2}, \dots, a_{1,5}]$$

Mostrare poi come utilizzare la precedente funzione applicandola ad una matrice quadrata con 10 righe i cui elementi sono definiti da $a_{i,j} = i + j$.

Soluzione: possiamo procedere con un doppio ciclo **for** che scorre per colonne tutta la matrice: il ciclo sulle righe (indice i) sarà quello più interno, mentre quello sulle colonne (indice j) sarà quello più esterno. Utilizziamo un **if** per scegliere se aggiungere di volta in volta l'elemento $a_{i,j}$ al vettore $\mathbf{v}$, inizializzato come una matrice di dimensioni nulle (oppure come un vettore di lunghezza nulla: $\mathbf{v}=\mathbf{zeros}(1,0)$). La condizione del blocco **if** è facilmente intuibile: gli indici degli elementi sulla diagonale secondaria sono caratterizzati da $i + j = N + 1$ (nell'esempio con $N = 5$ la somma degli indici degli elementi sulla diagonale secondaria è sempre $6=5+1$). La condizione sarà quindi $i + j \leq N + 1$:

estrai_elementi.m

```
function v = estrai_elementi(A)
    v = [] ;
    N = size(A, 1) ;
    for j = 1:N
        for i = 1:N
            if i+j <= N+1
                v(end+1) = A(i,j) ;
            end
        end
    end
end
```

E' anche possibile un'implementazione vettoriale sfruttando le operazioni vettoriali/matriciali combinando il vettore (colonna) i degli indici riga con il vettore (riga) j degli indici colonna:

estrai_elementi_vettoriale.m

```
function v = estrai_elementi_vettoriale(A)
    N = size(A, 1) ;
    j = 1:N ;
    i = j' ;
    v = A( i+j <= N+1 ) ;
end
```

Utilizzo:

```
n = 10 ;
j = 1:n ;
i = j' ;
M = i+j ;
vettore = estrai_elementi(M) ;
```

Esercizio 2 (16/30)

Scrivere una funzione MATLAB che prenda come argomenti in ingresso:

- un numero intero N (che assumeremo sempre ≥ 1)
- una funzione vettoriale $\mathbf{f}(x)$, ossia una funzione che restituisce un vettore

e restituisca come argomento in uscita il vettore $\mathbf{F}$ definito da:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{f}\left(\frac{i}{N}\right)$$

Mostrare poi come utilizzare la precedente funzione nel caso $\mathbf{f}(x) = [\cos(\pi x), \sin(\pi x)]$, ossia una funzione che restituisce un vettore riga di due elementi, da implementare mediante funzione anonima, e $N = 25$. Cosa succede all'aumentare di N , ad esempio utilizzando $N = 50, 75, 100, 200$?

Soluzione: utilizziamo un ciclo `for` per calcolare la somma vettoriale richiesta, senza alcuna differenza rispetto ad una semplice somma di valori scalari. Dentro la nostra funzione `somme` richiameremo la funzione `f` passata come argomento in ingresso. Possiamo evitare l'inizializzazione di un vettore nullo con le dimensioni corrette: procediamo a sommare il primo termine ($i = 1$) fuori dal ciclo `for`:

`somme_f.m`

```
function F = somme(N, f)
    F = f(1/N) ;
    for i = 2 : N
        F = F + f(i/N) ;
    end
    F = F / N ;
end
```

Utilizzo:

```
f_anonima = @(x) [cos(pi*x), sin(pi*x)] ;
for N = [25 50 75 100 200]
    FN = somme(N, f_anonima) ;
    disp(FN)
end
```

ottenendo un vettore `FN` che tende a $[0, 2/\pi = 0.6366\dots]$