

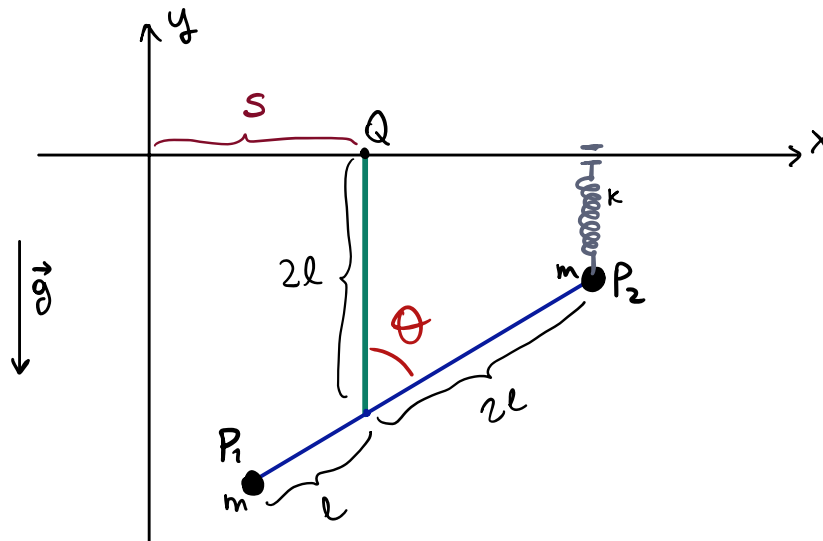
Esame di Introduzione alla Fisica Teorica — 22.01.24

Laurea triennale in Fisica, UniTS, a.a. 2022/2023

Esercizio 1

1. Si definisca cosa si intende per *costante del moto* in un sistema Lagrangiano [2pt].
2. Si enunci e si dimostri il teorema di Nöther, giustificando tutti i passaggi della dimostrazione [5pt].
3. Si consideri la Lagrangiana $L = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - V(\sqrt{x^2 + y^2})$. Questa Lagrangiana è invariante sotto una simmetria continua: quale? Si *utilizzi il teorema di Nöther* per scrivere la costante del moto relativa a tale simmetria [2pt].
4. Che relazione intercorre tra le costanti del moto e le parentesi di Poisson in un sistema Hamiltoniano? [1pt]
5. Si consideri un punto materiale che si muove senza vincoli in tre dimensioni. Che simmetria è legata alla conservazione della quantità di moto? Utilizzando il formalismo Hamiltoniano, di dimostri che la quantità di moto genera tale simmetria [2pt].
6. *Facoltativo: Si spieghi perché un punto materiale in tre dimensioni soggetto a una forza centrale è un sistema integrabile* [1pt].

Esercizio 2



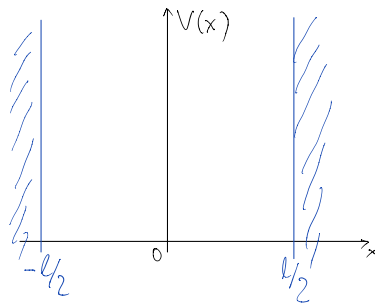
Due punti materiali P_1 e P_2 di massa m sono vincolati agli estremi di una barra di lunghezza 3ℓ e massa trascurabile come in Figura. La barra è impernata, nel punto a distanza

ℓ da P_1 e 2ℓ da P_2 , a una seconda barra di lunghezza 2ℓ ; questa seconda barra è vicolata a stare verticalmente ed il suo punto superiore Q giace sull'asse delle ascisse. Il punto Q è libero di muoversi lungo l'asse delle x . Il punto P_2 è connesso all'asse x da una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla (che rimane sempre parallela all'asse y). Sul sistema agisce la gravità.

1. Scrivere la Lagrangiana del sistema, usando come coordinate libere l'angolo θ e l'ascissa s di Q (vedi Figura) [2pt].
2. Scrivere la matrice cinetica del sistema e dimostrare che essa è definita positiva [1pt].
3. Scrivere l'equazione di Lagrange del sistema relativa alla coordinata θ . [1pt].
4. Sotto che simmetria il sistema è invariante? Qual è la costante del moto ad essa associata? [1pt]
5. Individuare la coordinata ciclica e scrivere la Lagrangiana ridotta a un grado di libertà. [1pt]
6. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema ridotto, discutendone la stabilità [4pt].
7. Si ponga $k = \frac{mg}{9\ell}$. Calcolare la frequenza delle piccole oscillazioni del problema ridotto attorno al punto di equilibrio stabile [1pt].
8. *Facoltativo:* Si ponga $k = \frac{mg}{2\ell}$. Si tracci il grafico dell'energia potenziale efficace e il diagramma di fase [1pt].

Esercizio 3

Si consideri una particella quantistica in una buca di potenziale infinita (vedi figura).



1. Si risolva l'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo, indicando le opportune condizioni di raccordo [2pt].
2. Si trovino gli autovalori dell'Hamiltoniana [2pt].
3. Si calcoli il valor medio dell'energia nello stato fondamentale [1pt].
4. Si calcoli il valor medio dell'impulso P nel secondo livello energetico [1pt].
5. Si consideri il sistema in un autostato dell'Energia: qual è la probabilità che la particella venga misurata nell'intervallo $[0, \frac{\ell}{2}]$? Perché? [1pt]