

# Geometria 3 – Topologia

## I appello d'esame

Anno accademico 2023-2024

23/1/2024

Motivare adeguatamente le risposte. Per l'ammissione all'orale occorrono almeno 18 punti.  
Tempo a disposizione: 3 ore.

- 1) (10 punti) Consideriamo il sottospazio  $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0\} \subset \mathbb{R}^2$ .
  - (a) (3 punti) Dimostrare che  $X$  è contraibile.
  - (b) (2 punti)  $X$  è compatto?
  - (c) (3 punti)  $X$  è omeomorfo a  $\mathbb{R}$ ?
  - (d) (2 punti) Quante componenti connesse per archi ha  $\mathbb{R}^2 - X$ ?
- 2) (6 punti) Dimostrare che non esiste una retrazione di  $\mathbb{R}P^2$  su  $\mathbb{R}P^1$ .
- 3) (6 punti) Calcolare  $\pi_1(\mathbb{R}^4 - L)$ , con  $L \subset \mathbb{R}^4$  retta affine.
- 4) (8 punti) Sia  $X$  uno spazio topologico e  $Y \subset X$  un sottospazio connesso non vuoto. Dimostrare che  $\text{Cl}_X Y$  è connessa.