

Esame di Programmazione Informatica

2 febbraio 2024

Esercizio 1 (15/30)

Si consideri il seguente polinomio di grado n :

$$p(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$$

che può essere rappresentato in MATLAB dal vettore $\mathbf{a}$ dei coefficienti:

$$\mathbf{a} = [a_0, a_1, \dots, a_n]$$

La derivata k -esima (o derivata di ordine k) di $p(x)$ è:

$$p^{(k)}(x) = \sum_{i=k}^n a_i i(i-1) \cdots (i-k+1) x^{i-k}$$

Scrivere una funzione MATLAB che prenda come argomenti in ingresso:

- il vettore $\mathbf{a}$
- un numero intero $k \geq 0$
- un numero x_0

e restituisca il valore della derivata k -esima di $p(x)$ calcolata in x_0 , ossia $p^{(k)}(x_0)$. (NB: non è possibile utilizzare le funzioni native MATLAB per le operazioni polinomiali come ad esempio `polyder` o `polyval`)

Mostrare poi come utilizzare la precedente funzione per calcolare la derivata seconda del polinomio $p(x) = 1 - x^3$ in $x_0 = 1$.

Soluzione: possiamo procedere con un semplice ciclo `for` che calcola la sommatoria richiesta. Sfruttiamo la funzione `prod` di MATLAB per calcolare il prodotto $i(i-1)\cdots(i-k+1)$ applicandola al vettore $(i-k+1):i$

```

                                derivata_k_polinomio.m
function pk = derivata_k_polinomio(a, k, x0)
    n = length(a)-1 ;
    pk = 0 ;
    for i = k : n
        prodotto = prod( (i-k+1) : i ) ;
        pk = pk + a(i+1) * prodotto * x0^(i-k)
    end
end

```

In alternativa all'uso di `prod`, si poteva utilizzare un altro ciclo `for` (interno al precedente, oppure, ancora meglio, in un'altra funzione specifica) per calcolare il prodotto $i(i-1)\cdots(i-k+1)$, ricordandoci di inizializzare il valore iniziale a 1:

```

prodotto = 1 ;
for v = (i-k+1) : i
    prodotto = v * prodotto
end

```

Utilizzo nel caso di $p(x) = 1 - x^3$, $k = 2$ e $x_0 = 1$:

```

vettore_a = [1 0 0 -1] ;
ordine_derivata = 2 ;
punto = 1 ;
derivata = derivata_k_polinomio(vettore_a, ordine_derivata, punto)

```

ottenendo correttamente `derivata_seconda = -6`.

Esercizio 2 (13/30)

Scrivere una funzione MATLAB che prenda come argomenti in ingresso:

- un vettore v di N numeri interi
- un numero intero n
- un numero intero $k > 0$

e restituisca come argomenti in uscita dei conteggi:

- il numero di volte che il numero n appare in v
- il numero di elementi di v maggiori di n
- il numero di elementi di v minori di n
- il numero di elementi di v la cui distanza da n è minore di k

Mostrare poi come utilizzare la precedente funzione nel caso di un vettore v di $N = 100000$ numeri casuali compresi tra 1 e 90 (utilizzare la funzione `randi` di MATLAB), un numero n anch'esso casuale tra 1 e 90, e $k = 2$.

Soluzione: Possiamo procedere con un ciclo `for` che scorre uno a uno gli elementi di v e calcola i conteggi richiesti:

```
                                conteggi.m
function [N1, N2, N3, N4] = conteggi(v, n, k)
    N1 = 0 ;
    N2 = 0 ;
    N3 = 0 ;
    N4 = 0 ;
    N = length(v) ;
    for i = 1 : N
        vi = v(i) ;
        if vi==n
            N1 = N1 + 1 ;
        elseif vi>n
            N2 = N2 + 1 ;
        elseif vi<n
            N3 = N3 + 1 ;
        end
        if abs(vi-n)<k
            N4 = N4 + 1 ;
        end
    end
end
```

In questo caso le operazioni vettoriali sono vantaggiose in quanto permettono una notevole semplificazione del corpo della funzione:

conteggi.m

```
function [N1, N2, N3, N4] = conteggi(v, n, k)
    N1 = sum(v==n) ;
    N2 = sum(v>n) ;
    N3 = sum(v<n) ;
    N4 = sum(abs(v-n)<k) ;
end
```

Utilizzo:

```
N = 100000 ;
valore_max = 90 ;
numeri = randi(valore_max, N, 1) ;
n       = randi(valore_max, 1) ;
k       = 3 ;
[N_uguale, N_minore, N_maggiore, N_k] = conteggi(numeri, n, k)
```

ottenendo dei conteggi che rispecchiano la statistica: N_{uguale} si avvicinerà ad $1/90$ di N , mentre N_k sarà (approssimativamente) $(2k - 1)/90$ di N .

Domande a risposta multipla (5/30)

Domanda 1 (3/30)

Data la seguente funzione MATLAB:

```
function z = f(x,y,z)
    y = x ;
    if x<0
        z = x ;
    else
        z = -x ;
    end
    x = 2*z ;
    z = y ;
end
```

che funzione matematica $f(x, y, z)$ essa implementa?

- x
- $-2|x|$
- y
- z

Soluzione: x .

Domanda 2 (2/30)

E' possibile implementare in MATLAB una funzione anonima che prende una variabile booleana in ingresso e restituisce un valore numerico in uscita?

- No, perchè ingresso e uscita sono di tipi diversi
- Sì, a patto che si possa scrivere come singola istruzione
- No, perchè le funzioni anonime possono operare solo su valori numerici
- Sì, ma non sarebbe possibile l'opposto

Soluzione: Sì, a patto che si possa scrivere come singola istruzione. Esempio: $f = @(b) 1$.