

# Esercitazioni tutorato di Fisica generale

Daniele Iannotti

18/03/2022

Nel caso in cui il moto del punto materiale sia in tre dimensioni la sua posizione in funzione del tempo può essere espressa attraverso le componenti lungo gli assi cartesiani.

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \quad (1)$$

Le equazioni orarie delle tre componenti permettono di individuare la traiettoria del punto materiale. Un grave in caduta libera è soggetto all'accelerazione di gravità  $g$  costante. In un sistema di riferimento cartesiano opportuno può essere espressa come  $\vec{g} = (0, 0, -g)$ . Sappiamo che l'espressione vettoriale dell'accelerazione è

$$\vec{a} = \vec{g} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (2)$$

e può essere scritta anche questa in componenti:

$$\begin{cases} a_x = 0 = \frac{dv_x}{dt} \\ a_y = 0 = \frac{dv_y}{dt} \\ a_z = -g = \frac{dv_z}{dt} \end{cases} \quad (3)$$

È possibile ricavare in modo indipendente il moto lungo le tre direzioni integrando ogni singola equazione. Si ottiene

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} \\ v_z = v_{0z} - gt \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t \\ z = z_0 + v_{0z}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad (4)$$

Se il grave all'istante iniziale si trova nell'origine del sistema di riferimento e la velocità iniziale giace nel piano y-z abbiamo:

$$\begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = v_0 \cos \alpha \\ v_z = v_0 \sin \alpha - gt \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = v_0 t \cos \alpha \\ z = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad (5)$$

dove  $\alpha$  rappresenta l'angolo che la velocità iniziale forma con l'asse y.

# 1 Esercizi

1. Si consideri i vettori  $\vec{a} = (2, 1, 0)$ ,  $\vec{b} = (1, -1, 1)$ ,  $\vec{c} = (0, 3, 0)$ ,  $\vec{d} = (0, 1, 1)$ . Si calcolino :  $\vec{w}_1 = \vec{a} \times \vec{b}$ ,  $\vec{w}_2 = \vec{c} \times \vec{d}$ ,  $k = \vec{w}_1 \cdot \vec{w}_2$ .

2. Dati due vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  tali che  $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$ , si dimostri che  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

3. Un corpo si muove lungo una retta. Si trovi la legge oraria nei seguenti casi:

- $a = -b(v + 2v_0)^2$ ,  $v(t = 0) = v_0$ ,  $x(t = 0) = x_0$

- $v = v_0 e^{-bx}$ ,  $x(t = 0) = x_0$

4. Si lancia nel vuoto un punto materiale con una velocità le cui componenti, verticale verso l'alto e orizzontale, sono entrambe uguali a  $1m/s$ . Si calcoli:

- il vettore accelerazione, la sua componente tangenziale e la sua componente normale
- il tempo al quale il modulo dell'accelerazione normale è massimo e, in questo istante, il raggio di curvatura della traiettoria

5. Un disco di raggio  $R = 50cm$  posto in un piano verticale, ruota attorno al suo centro fisso. La massa del disco è trascurabile. Attorno al disco è avvolto un filo inestensibile collegato ad un peso che scende verticalmente con accelerazione costante di modulo  $g$ . Sia  $v_0 = 2m/s$  la velocità iniziale del peso (diretta verso il basso). Trovare:

- l'espressione per le componenti della velocità in coordinate polari (usando il centro del disco come origine) per un punto P che si trova alla periferia del disco
- il modulo dell'accelerazione tangenziale e normale e le componenti dell'accelerazione in coordinate polari per lo stesso punto.

6. Un uomo desidera attraversare un fiume largo  $200m$  nel quale l'acqua unisce con velocità  $v_a = 2km/h$ . L'uomo può camminare lungo la riva con velocità  $v_p = 5km/h$ , oppure nuotare con velocità relativa all'acqua  $v_n = 3km/h$ . Quale è il percorso (una prima parte a piedi ed una seconda a nuoto) che gli permette di attraversare il fiume, giungendo nel punto esattamente opposto, nel tempo più breve possibile? Si calcoli lo spazio percorso a piedi, il tempo impiegato a camminare ed a nuotare.

7. Discutere e disegnare le velocità (in funzione del tempo) ed i diagrammi orari  $s(t)$  di quattro punti materiali che si muovono di moto rettilineo con le accelerazioni mostrate in Figura 1. Si supponga nulla la velocità iniziale dei quattro punti.

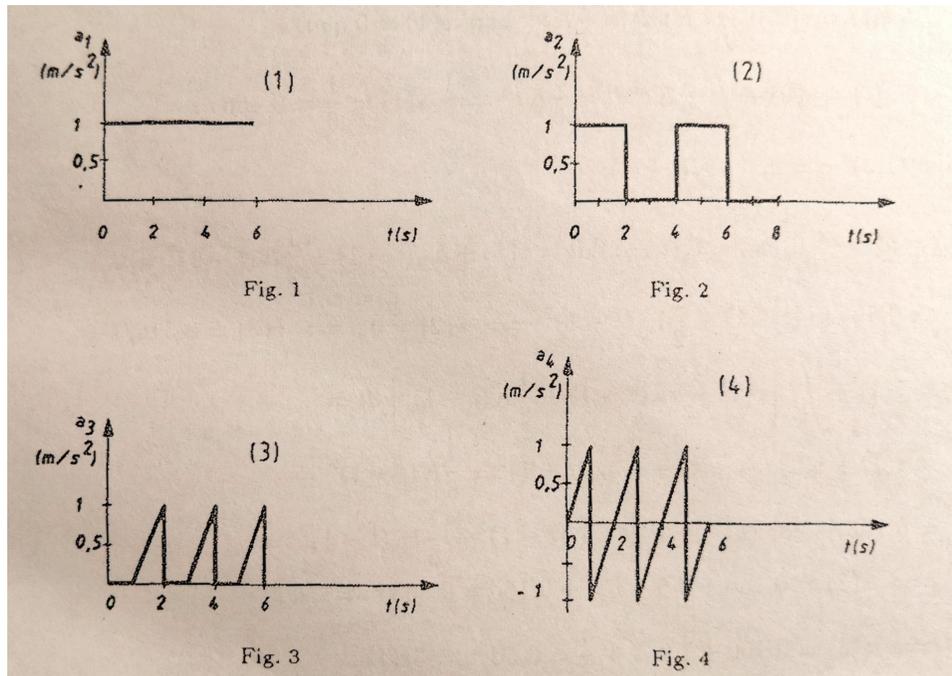


Figura 1: Grafici delle accelerazioni

## 2 Problema

Un cannone è capace di sparare proiettili di velocità  $v_0$  in modulo. La bocca del cannone può ruotare in un piano  $yz$  in modo che l'alzo ( $\alpha$ ) possa variare tra  $0^\circ$  e  $90^\circ$ .

Fissato  $\alpha$ , determinare:

- La gittata, il tempo di volo e l' altezza massima
- La velocità all'istante  $t_v/3$  (dove  $t_v$  è il tempo di volo)
- L'accelerazione tangenziale , quella normale e il raggio di curvatura della traiettoria all'istante  $t_v/3$
- L' alzo per cui la gittata e' massima
- Verificare che per alzi che siano superiori o inferiori a  $\pi/4$  di una stessa quantità le gittate sono uguali

### 3 Problema

Che distanza copre in due secondi un punto che si muove di moto rettilineo se la sua accelerazione varia nel tempo con la legge  $a = 4kt^2$  con  $k = 1m/s^4$  e se all'istante iniziale è fermo?