# SCOMPOSIZIONE DELL'UTILE INDUSTRIALE IN MARGINI (ESTENSIONE DELLA FORMULA DI HOMANS)

• SI CONSIDERINO GLI UTILI INDUSTRIALI (SLIDE 84/151):

$$(1)\quad \overline{PL}^{(P)(I)}_{t+1} = \left(\hat{V}^{(P)}_t + P^{(T)}\overline{N}_t - EX_t\overline{N}_t\right)(1+i'') - C\overline{D}_t - R_{t+1}\overline{A}_{t+1} - \hat{V}^{(P)}_{t+1}$$

$\underline{t=0,\dots,m-2}$.

<u>NOTA</u>: • $P^{(T)} = P + \Gamma_t$ , $P$ = PREMIO PURO

$\Gamma_t$ = CARICAMENTI PER SPESE, ANNO $(t, t+1)$.

• $$\overline{N}_t = N_0 \cdot \underbrace{{}_tp''_x \cdot \prod_{h=0}^{t}(1-w_h)}_{= {}_t\lambda_x} = N_0 \cdot {}_t\lambda_x$$

• $$\overline{D}_t = N_0\, {}_t\lambda_x \cdot q''_{x+t}$$

• $$\overline{A}_{t+1} = N_0\, {}_t\lambda_x\, p''_{x+t}\, w_{t+1}$$

• $$\overline{N}_{t+1} = \overline{N}_t - \overline{D}_t - \overline{A}_{t+1} = N_0\, {}_t\lambda_x\left(1 - q''_{x+t} - p''_{x+t}\, w_{t+1}\right).$$

SOSTITUENDO LE PRECEDENTI RELAZIONI ALL'INTERNO DELLA (1) SI HA:

$$\overline{PL}^{(P)(I)} = \left(\hat{V}^{(P)}_t + P\overline{N}_t + \Gamma_t\overline{N}_t - EX_t\right)(1+i'') - \overline{N}_t C q''_{x+t}$$

$$- R_{t+1}\overline{N}_t\, p''_{x+t}\, w_{t+1} - \underbrace{\overline{N}_t V_{t+1}\left(1 - q''_{x+t} - p''_{x+t}\, w_{t+1}\right)}_{= -\overline{N}_t V_{t+1} + \overline{N}_t V_{t+1} q''_{x+t} + \overline{N}_t V_{t+1} p''_{x+t} w_{t+1}} =$$

$$= \left(\hat{V}_t^{(P)} + P\bar{N}_t\right)(1+i'') + \left(\Gamma_t \bar{N}_t - Ex_t \bar{N}_t\right)(1+i'') - \bar{N}_t \left(C - V_{t+1}\right) q''_{x+t}$$

$$+ \bar{N}_t \cdot \left(V_{t+1} - R_{t+1}\right) p''_{x+t}\, w_{t+1} - \bar{N}_t V_{t+1} \qquad (1.\text{bis})$$

- CONSIDERIAMO ORA L'EQUAZIONE RICORRENTE DI KANNER A LIVELLO DI PORTAFOGLIO:

$$(2) \qquad \left(\hat{V}_t^{(P)} + P\bar{N}_t\right)(1+i) - \left(C - V_{t+1}\right)\bar{N}_t\, q''_{x+t} - \bar{N}_t V_{t+1} = 0$$

- SOTTRAENDO ALLA (1.bis) LA (2), SI HA:

$$\overline{PL}^{(P)(I)}_{t+1} - \left[\left(\hat{V}_t^{(P)} + P\bar{N}_t\right)(1+i) - \left(C - V_{t+1}\right)\bar{N}_t\, q''_{x+t} - \bar{N}_t V_{t+1}\right] =$$

$$= \bar{N}_t \cdot \Big[\underbrace{(V_t + P)(i'' - i)}_{A} + \underbrace{(\Gamma_t - Ex_t)(1+i'')}_{B} + \underbrace{(C - V_{t+1})(q_{x+t} - q''_{x+t})}_{C} + \underbrace{(V_{t+1} - R_{t+1})\, p''_{x+t}\, w_{t+1}}_{D}\Big]$$

A $\Rightarrow {}_F U^*_{t+1} = (V_t + P)(i'' - i)$ = MARGINE FINANZIARIO SUL SINGOLO CONTRATTO EMESSO

B $\Rightarrow {}_E U^*_{t+1} = (\Gamma_t - Ex_t)(1+i)$ = MARGINE TECNICO DA CARICAMENTI E SPESE SUL SINGOLO CONTRATTO

C $\Rightarrow {}_C U^*_{t+1} = (C - V_{t+1})(q_{x+t} - q''_{x+t})$ = MARGINE TECNICO DEMOGRAFICO SUL SINGOLO CONTRATTO

D $\Rightarrow {}_R U^*_{t+1} = (V_{t+1} - R_{t+1})\, p''_{x+t}\, w_{t+1}$ = MARGINE TECNICO DA RISCATTI E ABBANDONI SUL SINGOLO CONTRATTO.

NOTA: $\overline{PL}^{(P)(I)}_{t+1} = \underbrace{\bar{N}_{t\;F}u^*_{t+1}}_{\text{UTILE FINANZIARIO SU BASE ANNUA DEL PORTAFOGLIO}} + \underbrace{\bar{N}_t\left({}_E u^*_{t+1} + {}_D u^*_{t+1} + {}_R u^*_{t+1}\right)}_{\text{UTILE TECNICO SU BASE ANNUA PER L'INTERO PORTAGLIO.}}$

NOTA: PER $t = m-1$, L'UTILE INDUSTRIALE DIVENTA:

$$\overline{PL}^{(P)(I)}_{m} = \left(\hat{V}^{(P)}_{m-1} + P_{m-1}\bar{N}_{m-1} + \Gamma_{m-1}\bar{N}_{m-1} - EX_{m-1}\bar{N}_{m-1}\right)(1+i'') - C\bar{N}_{m-1}\,q''_{x+m-1} - S\bar{N}_m.$$

ESSENDO:

- $\bar{N}_{m-1} = {}_{m-1}\lambda_x \cdot N_0 \Rightarrow \bar{N}_m = \bar{N}_{m-1} - \bar{D}_{m-1} = \bar{N}_{m-1}\left(1 - q''_{x+m-1}\right)$
- $\hat{V}^{(P)}_m = \bar{N}_m V_m = \bar{N}_m \cdot S$

SI OTTIENE CHE:

$$\overline{PL}^{(P)(I)}_{m} = \bar{N}_{m-1}\left[(V_{m-1}+P)(1+i'') + (\Gamma_{m-1} - EX_{m-1})(1+i'') - (C-V_m)q''_{x+m-1} - S\right]$$

DA CUI LA SCOMPOSIZIONE IN MARGINE DELL'UTILE INDUSTRIALE NELL'ULTIMO ANNO DI CONTRATTO:

$$\overline{PL}^{(P)(I)}_{m} = \bar{N}_{m-1}\cdot\left[\underbrace{(V_{m-1}+P)(i''-i)}_{{}_F u^*_m} + \underbrace{(\Gamma_{m-1} - EX_{m-1})(1+i'')}_{{}_E u^*_m} + \underbrace{(C-V_m)(q_{x+m-1} - q''_{x+m-1})}_{{}_D u^*_m}\right]$$

DUNQUE, NON ESSENDO POSSIBILE RISCATTARE IL CONTRATTO L'ULTIMO ANNO (O COMUNQUE MOLTO POCO PROBABILE), LA COMPONENTE DI RISCATTO NON È PRESENTE E, DI CONSEGUENZA, NEANCHE L'ASSOCIATO MARGINE DI UTILE.

- <u>Esempio</u>: Decomposizione degli utili industriali in margini per una polizza rivalutabile.

  ↳ Rivalutazione dei benefici a carico dell'assicuratore tramite salto di riserva:

$$V_t = V_{t^-}(1+j^{(V)}) \quad , \quad j^{(V)} \text{ TASSO DI ADEGUAMENTO DELLA RISERVA}$$

  ↳ FINANZIAMENTO DEL SALTO DI RISERVA IMPATTA SUGLI UTILI FINANZIARI DELL'ASSICURATORE.

$$\overline{PL}^{(P)(I)}_{t+1} = \left(\hat{V}^{(P)}_t + P\bar{N}_t\right)(1+i'') + \left(\Gamma_t \bar{N}_t - EX_t\bar{N}_t\right)(1+i'') - (C-V_{t+1})\bar{N}_t q''_{x+t}$$

$t=0,\dots,n-2$

$$+\bar{N}_t(V_{t+1}-R_{t+1})\, p''_{x+t}\, w_{t+1} - \bar{N}_t V_{t+1} \qquad (3)$$

<u>NOTA</u>: ∘ $V_{t+1} = V_{(t+1)^-}(1+j^{(V)})$

∘ $(V_{(t+1)^-}+P)(1+i) - (C-V_{(t+1)^-})\, q_{x+t} - V_{(t+1)^-}$

DA CUI, SOSTITUENDO NELLA (3) SI HA:

$$\overline{PL}^{(P)(I)}_{t+1} = \bar{N}_t\Big[(V_t+P)(i''-i) + (\Gamma_t - EX_t)(1+i'') - (C-V_{t+1})\, q''_{x+t} +$$

$$(C-V_{(t+1)^-})\, q_{x+t} + (V_{t+1}-R_{t+1})\, p''_{x+t}\, w_{t+1} - V_{t+1} + V_{(t+1)^-}\Big] =$$

$$= \bar{N}_t\Big[(V_t+P)(i''-i) + (\Gamma_t - EX_t)(1+i'') - (C-V_{(t+1)^-})(q_{x+t} - q''_{x+t})$$

$$+(V_{t+1}-R_{t+1})\, p''_{x+t}\, w_{t+1} + V_{(t+1)^-}\, j^{(V)} q''_{x+t} - V_{(t+1)^-}\, j^{(V)}\Big] =$$

$$= \bar{N}_t\Big[(V_t+P)(i''-i) - V_{(t+1)^-}\, j^{(V)}\, p''_{x+t} + (\Gamma_t - EX_t)(1+i'')$$

$$+(C-V_{(t+1)^-})(q_{x+t} - q''_{x+t}) + (V_{t+1}-R_{t+1})\, p''_{x+t}\, w_{t+1}\Big] \qquad (4)$$

<u>NOTA</u>: $\boxed{{}_F U^*_{t+1} = (V_t+P)(i''-i) - V_{(t+1)^-}\, j^{(V)}\, p''_{x+t}}$