

Geometria 3 – Topologia

II appello d'esame

Anno accademico 2023-2024

13/2/2024

Motivare adeguatamente le risposte. Per l'ammissione all'orale occorrono almeno 18 punti.
Tempo a disposizione: 3 ore.

1) (10 punti) Consideriamo il sottospazio

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y(x^2 + y^2 - 1) = 0\} \cap B^2 \subset \mathbb{R}^2.$$

(a) (2 punti) X è compatto?

(b) (2 punti) X è connesso per archi?

(c) (2 punti) Quante componenti connesse per archi ha $\mathbb{R}^2 - X$?

(d) (4 punti) Dimostrare che esiste un epimorfismo $\varphi: \pi_1(X) \rightarrow \mathbb{Z}$.

2) (7 punti) Supponiamo X spazio T_3 e $A \subset X$ chiuso. Dimostrare che A è intersezione di tutti gli aperti che lo contengono.

3) (7 punti) Sia $r: X \rightarrow A$ una retrazione continua con X di Hausdorff e $A \subset X$ non vuoto. Dimostrare che A è chiuso in X .

4) (6 punti) Calcolare $\pi_1(\mathbb{R}P^2 - \{a\})$, dove $a \in \mathbb{R}P^2$ è un punto.