

Esame di Analisi Matematica 1 del 5/2/2024 Fila D

Nome e Cognome

Corso di studi: Fisica Matematica

Esercizio 1. Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\tanh x) - 1}{\ln(x^2 + 1)},$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 + e}{[\ln(e^x + 1)]^3}.$$

Esercizio 2. Si studi la funzione

$$f(x) = (x - 1)(e^x - 1).$$

Esercizio 3. Sia $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte, tale che

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(f(x) - \cos\left(\frac{1}{x}\right) \right) = 0.$$

Dimostrare che:

- i) la funzione non è né concava né convessa;
 - ii) esistono infiniti punti in cui la funzione si annulla;
 - iii) esistono infiniti punti in cui la derivata si annulla;
 - iv) esistono infiniti punti in cui la derivata seconda si annulla.
-

Esercizio 4. Si calcolino i seguenti integrali:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{-2 \sin x} \cos x \, dx,$$

$$\int_{-1}^2 x(|x^3 - 1| - 1) \, dx.$$