Esame di Introduzione alla Fisica Teorica — 26.07.18

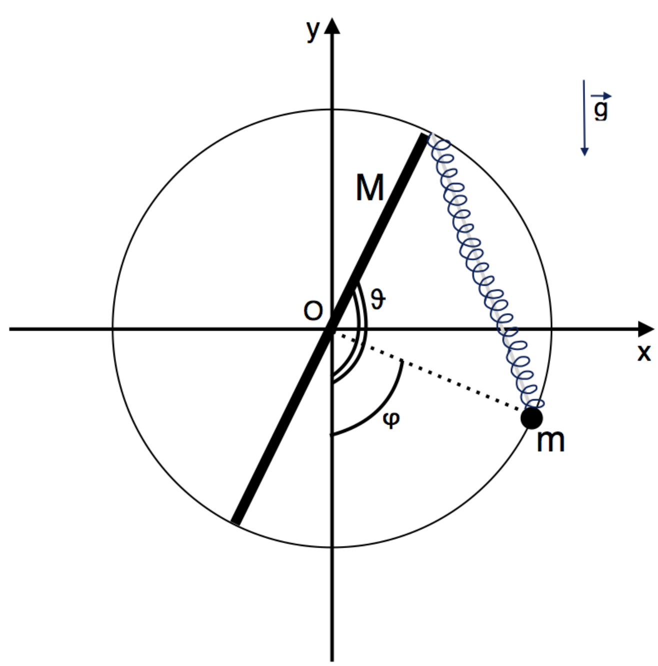
Laurea triennale in Fisica, UniTS, a.a. 2017/2018

Esercizio 1

1. Dare la definizione di trasformazione canonica e darne un esempio [4pt].
2. Definire il flusso Hamiltoniano [3pt].
3. Enunciare il teorema di Liouville [1pt].
4. Utilizzando il fatto che il flusso Hamiltoniano è una trasformazione canonica, dimostrare il teoremo di Liouville [2pt].
5. *Facoltativo: Dato un sistema a uno grado di libertà, dimostrare che la seguente trasformazione di coordinate è canonica:* $p = \alpha\,\tilde{q}$, $q = -\frac{1}{\alpha}\tilde{p} + \rho\,\tilde{q}$, *dove* $\alpha, \rho \in \mathbb{R}$ *[1pt].*

Esercizio 2

Si consideri il sistema meccanico illustrato in figura: una massa puntiforme m è vincolata a scorrere lungo la circonferenza di raggio R e centrata nell'origine O del piano xy verticale; una barra omogenea di massa M e lunghezza $2R$ giace sul piano xy verticale ed il suo centro di massa è fissato nell'origine O. Una molla, di costante elastica k e di lunghezza a riposo nulla, lega il corpo di massa m ad un estremo della barra. Sul sistema agisce la forza di gravità.



1. Scrivere la Lagrangiana L del sistema, usando come coordinate libere le coordinate angolari φ, θ in figura (il momento di inerzia della barra è $I = \frac{M R^2}{3}$) [2pt].

2. Determinare tutte le configurazioni di equilibrio del sistema e discuterne la stabilità [4pt].

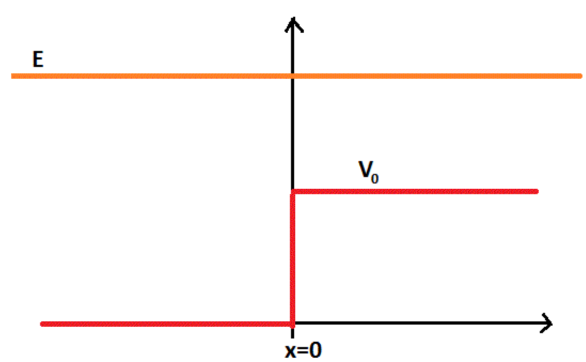
3. Calcolare la Lagrangiana linearizzata attorno al punto $(\varphi, \theta) = (0, 0)$ e le corrispondenti equazioni di Lagrange [2pt].

4. Porre $M = 3m$ e determinare la frequenza delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione $(\varphi, \theta) = (0, 0)$ [2pt].

5. *Facoltativo: C'è una costante del moto se $g = 0$? Se si, quale? [2pt]*

Esercizio 3

Si consideri una particella quantistica in presenza di un gradino di potenziale di altezza V_0, come in figura. Si consideri il caso in cui l'energia è $E > V_0$.



1. Si risolva l'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo nelle due regioni a potenziale costante [2pt].

2. Si determini la soluzione totale, imponendo le opportune condizioni di raccordo, e assumendo che la particella arrivi da sinistra [4pt].

3. Calcolare i coefficienti di trasmissione e riflessione [2pt].

4. Si scriva la soluzione generale dell'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo [2pt].

5. *Facoltativo: discutere cosa succede alle soluzioni quando l'energia E tende a V_0. Quante soluzioni independenti si hanno? [1pt]*