

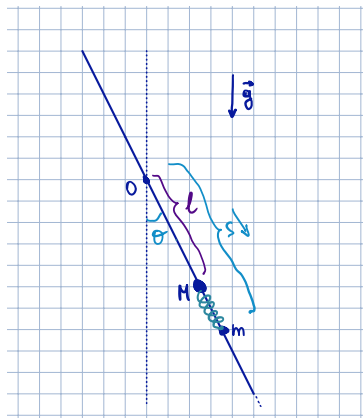
Esame di Introduzione alla Fisica Teorica — 09.02.2022

Laurea triennale in Fisica, UniTS, a.a. 2020/2021

Esercizio 1

1. Dare la definizione di costante del moto di un sistema Hamiltoniano a n gradi di libertà. [2pt]
2. Dare la definizione di parentesi di Poisson. [1pt]
3. Definire cos'è una trasformazione canonica. [1,5pt]
4. Che relazione c'è tra parentesi di Poisson e costanti del moto? Dimostrarlo [2pt]
5. Sia data la condizione di Lie ($c = 1$) $\sum_{h=1}^n u_h dv_h = \sum_{k=1}^n \tilde{p}_k d\tilde{q}_k + dF - K_0 dt$ o in forma compatta $\sum_{i,j=1}^{2n} w_{ij} E_{ij} dw_j = \sum_{i,j=1}^{2n} \tilde{x}_{ij} E_{ij} d\tilde{x}_j + dG + 2K_0 dt$.
Che relazione intercorre tra questa relazione e le trasformazioni canoniche. [1pt]
6. Dimostrare che le trasformazioni che preservano le parentesi di Poisson soddisfano la condizione di Lie. [3,5pt]
7. Dimostrare che la componente del momento angolare lungo l'asse z genera le rotazioni attorno a tale asse. [1pt]
8. *Facoltativo: Usando le parentesi di Poisson, si dimostri che un potenziale centrale è invariante per rotazioni attorno all'asse z . Suggestivo: si può considerare un sistema che vive sul piano xy .* [1pt]

Esercizio 2



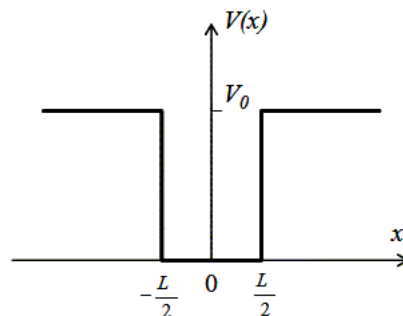
Si consideri il sistema in figura. Un punto materiale di massa m è vincolato a muoversi su una retta passante per il punto O e giacente su un piano verticale. Un altro punto materiale di massa M è vincolato a stare sul punto della retta a distanza ℓ dal punto O . I due punti

materiali sono collegati da una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla. Sul sistema agisce la gravità.

1. Scrivere la Lagrangiana L del sistema, usando come coordinate libere l'angolo θ in figura e l'ascissa s del punto m lungo la retta con origine O (in maniera che m coincide con M quando $s = \ell$). [2pt]
2. Scrivere le equazioni di Lagrange del sistema. [1pt]
3. La Lagrangiana del sistema dipende dai parametri m, M, ℓ, g, k . Fissare a zero uno di questi parametri genera una nuova costante del moto. Di che parametro si tratta? Scrivere l'espressione completa della nuova costante del moto, giustificando il motivo per cui è una costante del moto. [1,5pt]
4. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema e discuterne la stabilità [3,5pt].
5. Calcolare le frequenze delle piccole oscillazione attorno a un punto di equilibrio stabile. [1pt]
6. Si scrivano le equazioni del moto nel sistema linearizzato attorno al punto di equilibrio analizzato al punto precedente, e se ne diano le soluzioni. [1pt]
7. *Facoltativo: Che simmetria ha il sistema considerato (con valori generici e non-nulli dei parametri)? C'è una costante del moto associata a questa simmetria? Se sì, quale?* [1pt]

Esercizio 3

Si consideri una particella quantistica in una buca di potenziale di altezza finita V_0 e larghezza L , come in figura.



1. Si risolva l'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo nelle tre regioni a potenziale costante per $0 < E < V_0$. [2pt]
2. Scrivere le condizioni di raccordo. [1pt]
3. Ricavare l'espressione che vincola i valori dello spettro dell'energia. [3pt]
4. Dimostrare che il numero di autovalori è finito. [2pt]