

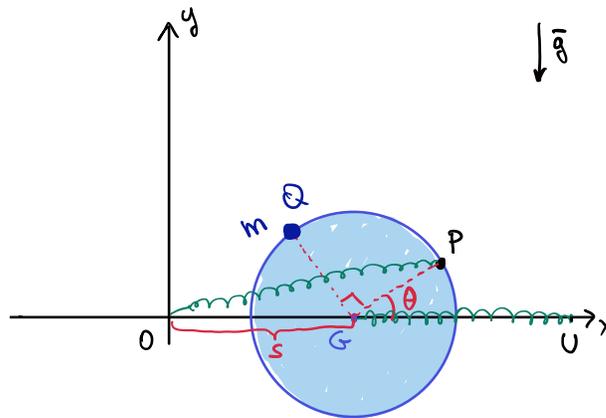
Esame di Introduzione alla Fisica Teorica — 27.06.22

Laurea triennale in Fisica, UniTS, a.a. 2021/2022

Esercizio 1

1. Si dia la definizione di *costante del moto* per un sistema Hamiltoniano. [2pt]
2. Si definiscano le parentesi di Poisson e si spieghi la loro relazione con le costanti del moto. [2pt]
3. Scrivere le equazioni di Hamilton usando le parentesi di Poisson, spiegando i passaggi dalla forma standard a quella richiesta. [1pt]
4. Definire cosa si intende per trasformazione di coordinate simplettica sullo spazio delle fasi. Dimostrare che le trasformazioni simplettiche preservano le parentesi di Poisson. [2pt]
5. Scrivere la variazione di una variabile dinamica sotto trasformazioni infinitesime generate dalla funzione $G(\vec{p}, \vec{q})$. [1pt]
6. Formulare il teorema di Nöther in meccanica Hamiltoniana e dimostrarlo. [2pt]
7. Dimostrare la seguente proposizione: se le componenti M_1 e M_2 del momento angolare sono costanti del moto allora anche M_3 e \vec{M}^2 sono costanti del moto. [2pt]
8. *Facoltativo: Si consideri una particella di massa m che si muove sul piano xy . Utilizzando coordinate polari sul piano, dimostrare che la componente del momento angolare M_z genera le rotazioni infinitesime attorno all'asse z .* [1pt]

Esercizio 2



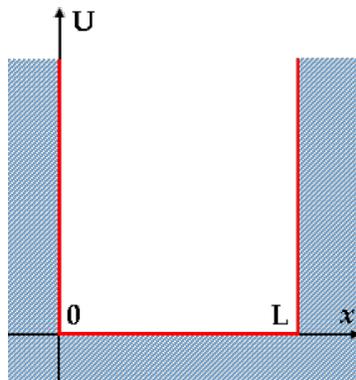
Si consideri il sistema in figura, vincolato al piano verticale xy : Un disco omogeneo di massa M e raggio R ha il suo centro G vincolato all'asse x e collegato con una molla di costante elastica k al punto $U = (\ell, 0)$. Un'altra molla, sempre di costante elastica k collega il punto

P sul bordo del disco al punto $O = (0, 0)$. Un corpo puntiforme di massa m è incollato al punto Q sul bordo del disco. Il punto Q sta a distanza $\frac{\pi}{2}$ dal punto P . Sul sistema agisce la forza di gravità.

1. Scrivere la Lagrangiana L del sistema, usando come coordinate libere l'ascissa s di G e l'angolo θ in figura. [2pt]
2. Scrivere la matrice cinetica del sistema. [0,5pt]
3. Scrivere le equazioni di Lagrange del sistema. [1,5pt]
4. Ci sono scelte particolari dei parametri (m, M, k, ℓ, g) che aumentano il numero di costanti del moto? [1pt]
5. Trovare i punti di equilibrio del sistema e discutere la loro stabilità. [4pt]
6. Calcolare le frequenze delle piccole oscillazioni e linearizzare la Lagrangiana del sistema attorno al punto di equilibrio stabile. [1pt]
7. Si ponga $m = 0$ e $\ell = 7R$. Scrivere la soluzione $(s(t), \theta(t))$ attorno al punto di equilibrio stabile. [1pt]
8. *Facoltativo:* Si prenda $M = 0$. Si dica perché in questo caso s, θ non sono un buon sistema di coordinate per il sistema dato (in quale punto ci sono dei problemi e quali)? [1pt]

Esercizio 3

Si consideri una particella quantistica in una buca di potenziale di altezza infinita e larghezza L , come in figura.



1. Risolvendo l'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo nella regione permessa, si determini lo spettro dell'Energia, la sua degenerazione e le relative autofunzioni, imponendo le opportune condizioni al bordo [4pt].
2. Calcolare il valore medio delle variabili posizione (x) e impulso (p) nello stato fondamentale (cioè di minima energia) [2pt].
3. Le autofunzioni dell'energia trovate descrivono stati fisici del sistema? Perché? [1pt]