

# Energetica delle condizioni di instabilità e stabilità atmosferica (Le definizioni di CAPE e di CIN)

Richiamando l'equazione per la conservazione della quantità di moto di un volume d'aria che si espande adiabaticamente, oppure si comprime adiabaticamente, muovendosi lungo la verticale in un ambiente in equilibrio idrostatico

$$\frac{dw}{dt} = g \frac{T_p - T_e}{T_e}$$

dove  $w$  è la velocità verticale,  $T_p$  è la temperatura del volume e  $T_e$  quella dell'ambiente, altrimenti  $g$  è l'accelerazione di gravità si noti che moltiplicando primo e secondo membro dell'equazione per  $w$  si ottiene un'equazione che descrive la variazione dell'energia cinetica del volume d'aria, per unità di tempo, dovuta allo spinta di Archimede e per unità di massa.

$$\frac{d\left(\frac{1}{2}w^2\right)}{dt} = w \frac{dw}{dt} = g \frac{T_p - T_e}{T_e} w$$

Si ricordi che  $w$  è la velocità verticale del volume d'aria

$$w = \frac{dz}{dt}$$

Pertanto l'equazione può essere espressa come

$$d\left(\frac{1}{2}w^2\right) = g \frac{T_p - T_e}{T_e} dz$$

Che descrive la variazione dell'energia cinetica per unità di massa rispetto allo spostamento verticale

Pertanto integrando ambedue i membri dell'equazione da una quota iniziale  $z_1$  ad una finale  $z_2$  si può quantificare la variazione di energia cinetica subita dall'unità di massa nel volume d'aria spaziale

$$\int_{W(z_1)}^{W(z_2)} d\left(\frac{1}{2}W^2\right) = \frac{1}{2}(W^2(z_2) - W^2(z_1)) = g \int_{z_1}^{z_2} \frac{T_p(z) - T_e(z)}{T_e(z)} dz$$

La temperatura dell'ambiente deve essere nota, così deve essere misurata, mentre la temperatura del volume d'aria è nota a partire dal suo valore alla quota  $z_1$  in quanto è determinata dal processo adiabatico così

$$T_p(z) = T_p(z_1) + \Gamma_d (z - z_1)$$

Risultato molto più consistente, dal punto di vista pratico, utilizzare la pressione come coordinate verticale, infatti le sonde che profilano l'atmosfera misurano la pressione, da cui poi si deduce l'altezza supponendo l'equilibrio idrostatico. Quindi la variazione di energia cinetica sarà esprimibile utilizzando la pressione ricordando che, per l'ambiente che è in equilibrio idrostatico si ha

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_e g \Rightarrow dz = -\frac{dp}{\rho_e g}$$

Inoltre dall'equazione di stato delle miscele atmosferiche

$$p = \rho_e R T_e \Rightarrow dz = -\frac{dp}{p} \frac{R T_e}{g}$$

Conseguentemente

$$\int_{W(p_1)}^{W(p_2)} d\left(\frac{1}{2}W^2\right) = \frac{1}{2}(W^2(p_2) - W^2(p_1)) = -g \frac{R}{g} \int_{p_1}^{p_2} \frac{T_p(p) - T_e(p)}{T_e(p)} T_e(p) \frac{dp}{p}$$

quindi:

$$\frac{1}{2}W^2(p_2) - \frac{1}{2}W^2(p_1) = -R \int_{p_1}^{p_2} [T_p(p) - T_e(p)] d(\ln p)$$

Ricordando che la pressione decresce con la quota, è possibile eseguire la differenza tra le energie cinetiche dello stato  $z_1 < z_2$ , invertendo gli estremi d'integrazione al secondo membro, quindi eseguendo l'integrale della differenza tra la temperatura del volume e quella dell'ambiente, solo che di quota usando valori di  $p$ .

$$\frac{1}{2}W^2(p(z_2)) - \frac{1}{2}W^2(p(z_1)) = +R \int_{p_2}^{p_1} (T_p(p) - T_e(p)) d(\ln p)$$

La grandezza al secondo membro viene chiamata energia potenziale convettiva disponibile alla particella di aria di massa unitaria per accelerare lungo la verticale se tale energia è positiva cioè

$$\rightarrow \text{CAPE} = -R \int_{p_1}^{p_2} (T_p - T_e) d(\ln p) = +R \int_{p_2}^{p_1} (T_p - T_e) d(\ln p)$$

CAPE = Convective Available Potential Energy

Il significato fisico del CAPE è chiaro se si assume che la velocità verticale del volume d'aria sia nulla, cioè  $w(p_1(z_1)) = 0$ , all'inizio del moto.

In tal caso la capacità di lavoro potenziale viene utilizzata per portare il volume d'aria al valore di energia cinetica  $\frac{1}{2} w^2(p_2(z_2))$  da cui si può ricavare la velocità finale del volume d'aria e l'accelerazione subita da  $z_1$  a  $z_2$  (o anche da  $p_1$  a  $p_2$ )

$$w(p_2(z_2)) = \sqrt{2 \cdot \text{CAPE}}$$

Ricordiamo che stiamo considerando energia per unità di massa. Le dimensioni fisiche del CAPE sono  $\text{J kg}^{-1}$

Nel caso in cui l'integrale

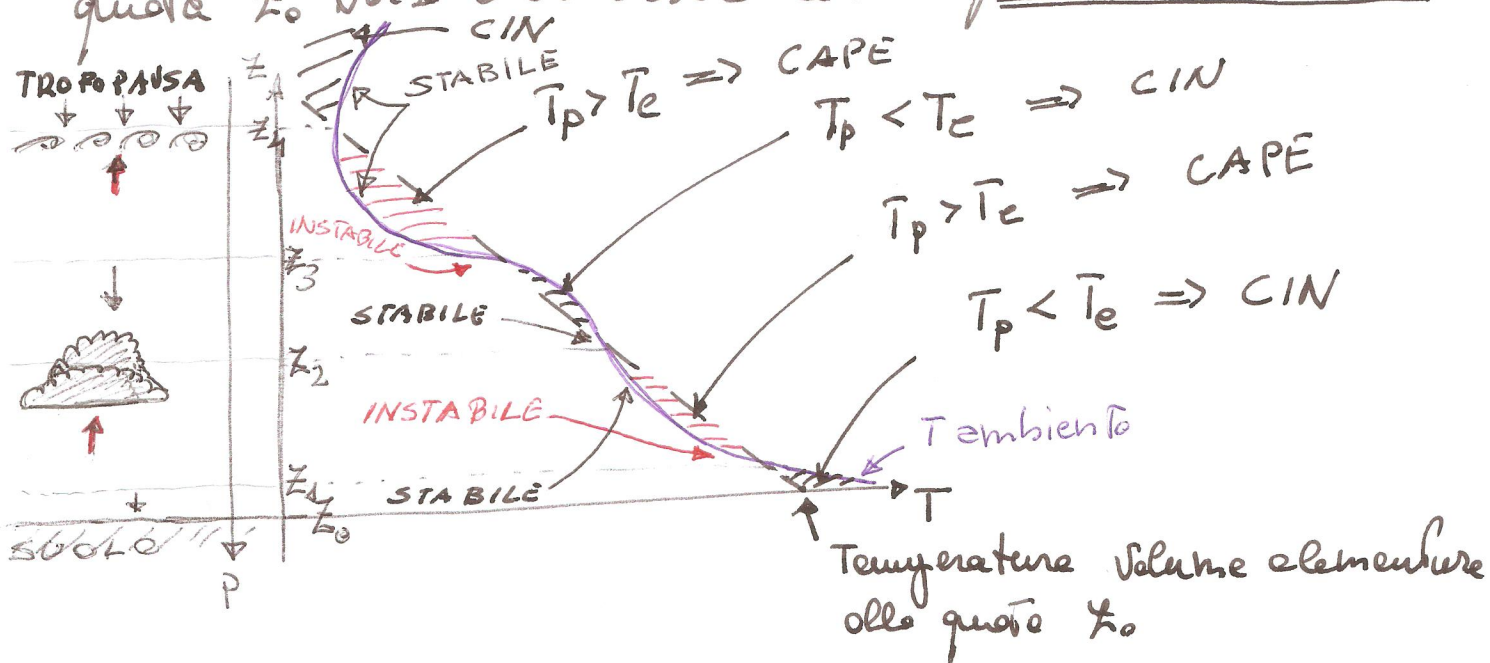
$$-R \int_{p_1}^{p_2} (T_p - T_e) d(\ln p) < 0$$

L'interpretazione consegue dalla considerazione sulla stabilità dell'ambiente in cui viene spostato la particella d'aria. In fatti tale energia è l'energia necessaria a svolgere il lavoro per spostare il volume d'aria dalla posizione  $z_1$  alla posizione  $z_2$ . Tale lavoro deve essere fatto contro le forze di richiamo che tenderebbero a riportare la particella d'aria nella posizione  $z_1$ . Ricordiamo che l'integrale è negativo se siamo in condizioni di stabilità "almeno su buona parte del percorso" ( $T_p > T_e$ )

In tal caso il termine associato all'integrale è quello di Energia Convettiva di Inibizione, sottratto allo spostamento lungo la isobara, tecnicamente Convective Inhibition e si indica con lo sigle

$$\Rightarrow \parallel \quad CIN = -R \int_{P_1}^{P_2} (T_p - T_e) dh_{up} = +R \int_{P_2}^{P_1} (T_p - T_e) dh_{up}$$

Si osservi la seguente figura in cui in colore blue viene riportata il profilo di temperatura di un ambiente atmosferico ipotetico, in colore nero zatteggiato la temperatura di una particella d'aria sollevata dalla quota  $Z_0$  verso l'alto secondo un processo adiabatico



La temperatura del volume elementare, alla quota  $Z_0$  è stato scelto oppositamente minore della temperatura dell'ambiente, altrimenti il profilo risulterebbe caratterizzato solo da CAPE sino alla Tropopausa.

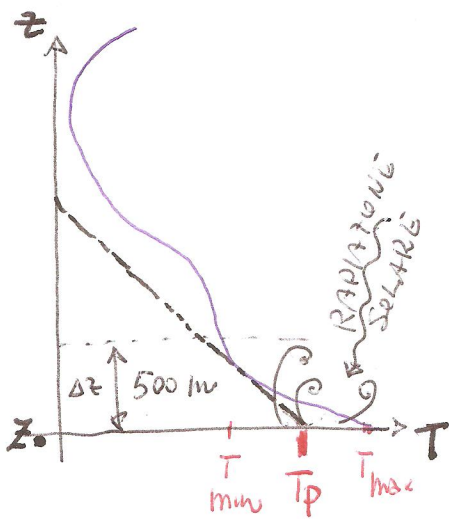
Ciò ci porta subito a concludere che stabilità o instabilità di un intero profilo termico troposferico dipende dalla scelta che facciamo sulla particella d'aria che spostiamo.

Soltamente la scelta della portella, che si intende usare per lo studio della stabilità dell'intero profilo, ha la proprietà termodinamica media dello stato prossimo alla superficie planetaria, dal prossimo metro ma scelta da operare. Potrebbe essere lo stato dei primi 100 m o anche maggiore.

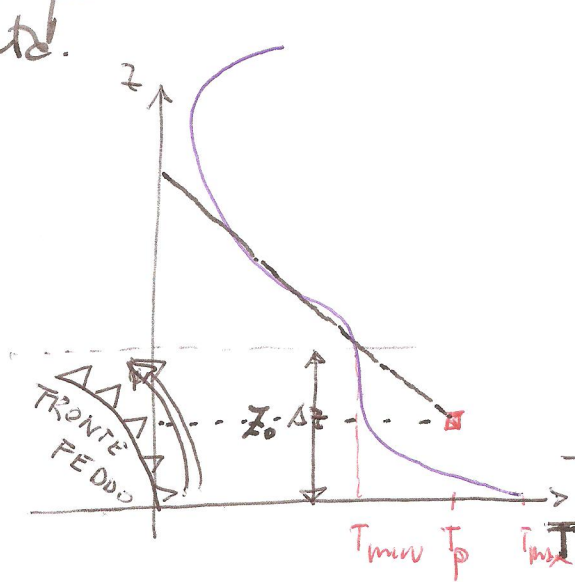
La scelta va fatta considerando anche quali possono essere le cause che spalano il volume d'aria della sua posizione iniziale. Ad esempio nel caso di situazioni con scarso soleggiamento, come in estate con giornate nuvolose oppure ad inizio primavera con cielo sereno, le correnti ascendenti nei pressi del molo, dovute alla superficie botata sempre presente durante il giorno, sono poco sviluppate e possono portare aria dalla superficie planetaria sino a 100 m o 200 m di altezza. In questo caso è ragionevole usare il valore medio di questa spessore atmosferico per attribuirlo alla portella che si suppone sarà portata sino ad un'altezza di 100 m o 200 m. Nel caso estivo con forte soleggiamento le correnti ascendenti superficiali possono raggiungere i 1000 m di altezza, in tal caso si potrà utilizzare il valore medio più spesso, ad esempio 500 m o 750 m evitando di considerare spessori troppo grandi che non sarebbero rappresentabili con una semplice media dei valori misurati nel profilo considerato, visto che allontanandosi parecchio dalla superficie planetaria inevitabilmente l'espansione adiabatica è rilevante.

Se invece ipotizziamo il passaggio di un fronte freddo, quindi la manifestazione di una forzante, del molo verso l'alto dell'aria prossima alla superficie, di origine sinottica, allora possiamo immaginare che tutto lo spessore superficiale sia sollevato ad altezze di parecchie centinaia di metri se non di alcuni migliaia. (6)

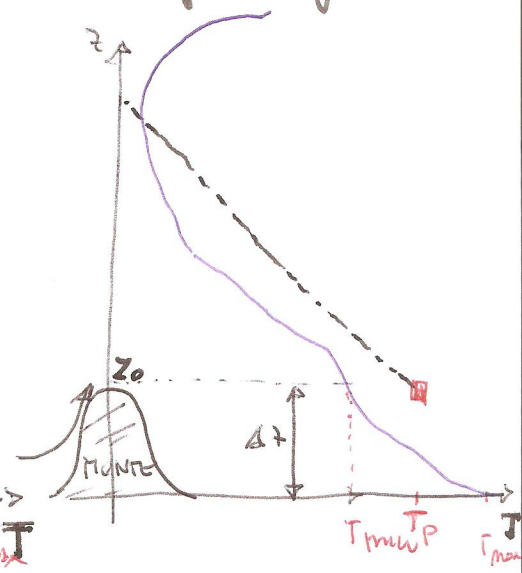
Altra possibilità è quella del flusso d'aria superficiale incontri un'ostacolo, ad esempio un rilievo orografico, quindi non obbligato a sollevarsi fino alla cima del rilievo. Questo è il caso di flussi sottili o di brezza, quindi alle mesoscali, che intercettano i monti. In questo caso si può pensare che tutto lo strato al di sotto della quota del rilievo possa essere sollevato forzatamente, quindi le caratteristiche dello strato saranno quelle dell'aria media o delle parti più calde dello strato.



Riscaldamento  
dovuto superficiale  
(o mare caldo)



Passaggio di aria  
fredda



Sollevamento  
orografico

Pertanto è chiaro che il CAPE sarà fruibile per il moto spontaneo a condizione che il volume d'aria a cui è associato venga sollevato ad una quota in cui l'instabilità ambientale è presente.