Considerazione sul termine avvettivo e il suo ruolo nel trasporto turbolento.

Sia $\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_i \frac{\partial \eta}{\partial x_i}$ con η una funzione qualsiasi del fluido $\eta(x,y,z,t)$

Secondo l'ipotesi di Taylor:

$$\eta = \bar{\eta} + \eta' \qquad u_i = \bar{u}_i + u_i' \qquad E[u_i']=0 \quad E[\eta']=0 \qquad \bar{\eta} = E[\eta] \quad \bar{u}_i = E[u_i]$$

osserviamo cosa diventa l'operatore variazione totale nel tempo

$$\frac{\partial(\bar{\eta}+\eta')}{\partial t} + (\bar{u}_i + u_i')\left(\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_i} + \frac{\partial \eta'}{\partial x_i}\right) =$$

$$= \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \frac{\partial \eta'}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_i} + \bar{u}_i \frac{\partial \eta'}{\partial x_i} + u_i' \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_i} + u_i' \frac{\partial \eta'}{\partial x_i}$$

Eseguendo una media di ensemble ~~di~~ nel tempo e nello spazio

Ricordando che η' è scorrelato da $\bar{\eta}$ e $\bar{u}_i$ e u_i' è scorrelato da $\bar{\eta}$ e $\bar{u}_i$ si ha

$$E\left[\frac{\partial(\bar{\eta}+\eta')}{\partial t} + (\bar{u}_i + u_i')\frac{\partial(\bar{\eta}+\eta')}{\partial x_i}\right] = \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_i} + E\left[u_i' \frac{\partial \eta'}{\partial x_i}\right] \qquad (1)$$

Ricordando che per lo strato limite atmosferico si ha non divergenza

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{quindi} \quad \frac{\partial(\bar{u}_i + u_i')}{\partial x_i} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0 \quad \text{da cui}$$

eseguendo l'operazione di media si ha

$$E\left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i'}{\partial x_i}\right] = \boxed{\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0}$$ equazione di continuità per i valori medi.

Sostituendo questa identità nella equazione originale

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0 + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0}$$ equazione per le deviazioni

Anche l'equazione per le deviazioni ha divergenza nulla

Usando questo risultato nella (1) moltiplicando per η' si ha

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_i} + \frac{\partial E[u_i' \eta']}{\partial x_i} =$$ → covarianza di u_i e η'

$$= \boxed{\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_i' \eta'}}{\partial x_i}}$$ → flusso turbolento eddy flux