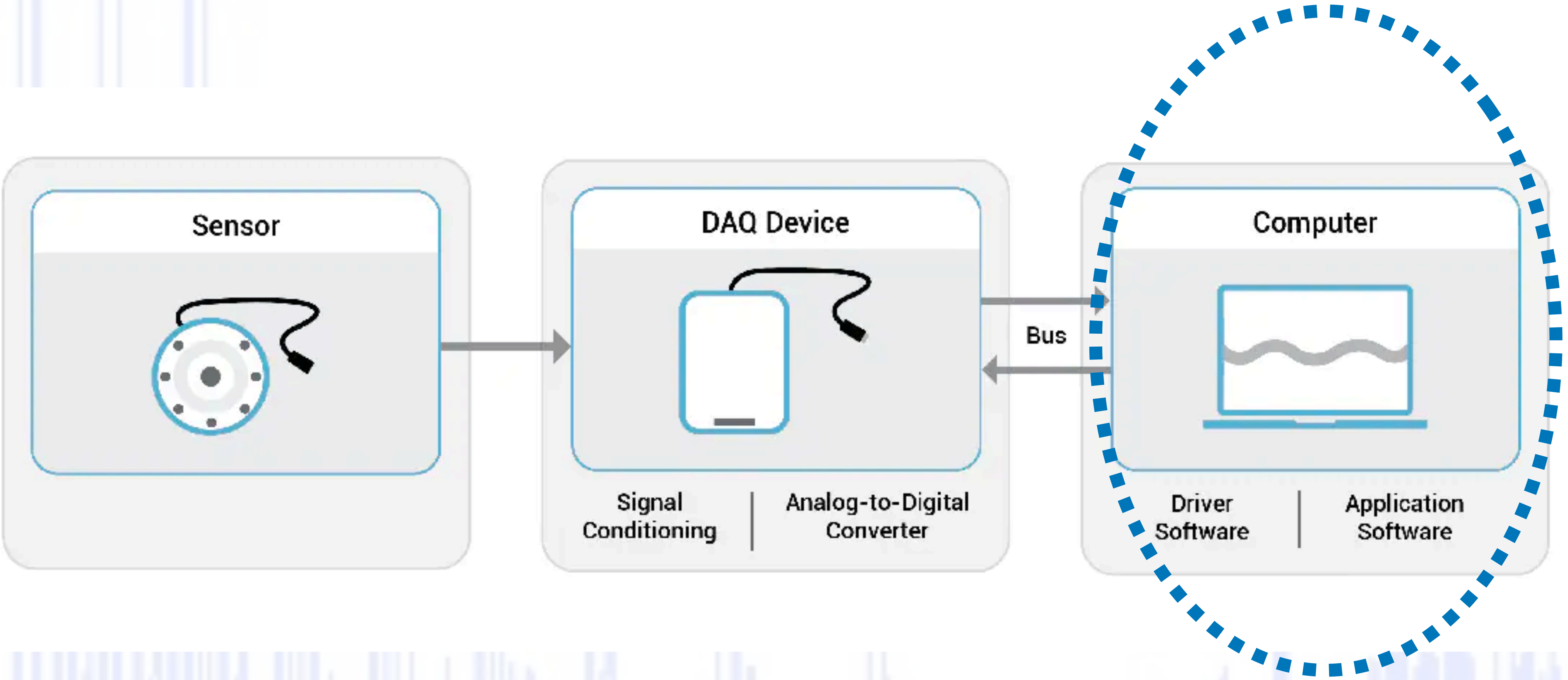
meccanica delle vibrazioni

laurea magistrale
ingegneria meccanica

parte 4.2
Strumenti e metodi sperimentali

Luigi BREGANT
bregant@units.it


Sensor
DAQ Device
Signal Conditioning
Analog-to-Digital Converter
Bus
Computer
Driver Software
Application Software

Concetti che potete riprender dal corso di Misure Meccaniche e Collaudi

Analisi statistica

Introduzione alla probabilità. Variabili casuali, densità di probabilità e distribuzioni.

Valore atteso e varianza. Legge dei Grandi Numeri ed il Teorema del Limite Centrale.

Incertezza

Definizioni e normativa. Calcolo incertezza di Tipo A e incertezza di tipo B.

Verifica di ipotesi.

p-value e statistica del test, Errore di tipo I e Errore di tipo II

Scelta del test statistico Z-test, T-test, test chi-quadro, F-test, test ANOVA, Chi-Square Goodness-of-Fit Test, Test di Kolmogorov-Smirnov, Test sui dati accoppiati – test di indipendenza (dati gaussiani)

Concetti che potete riprender dal corso di Misure Meccaniche e Collaudi

Analisi dei dati

Dati sezionali (cross-sectional data), Serie storiche (time series), Dati longitudinali (panel data)

Indicatori statistici

Outliers

Rappresentazione dei dati

Elaborazione dei dati

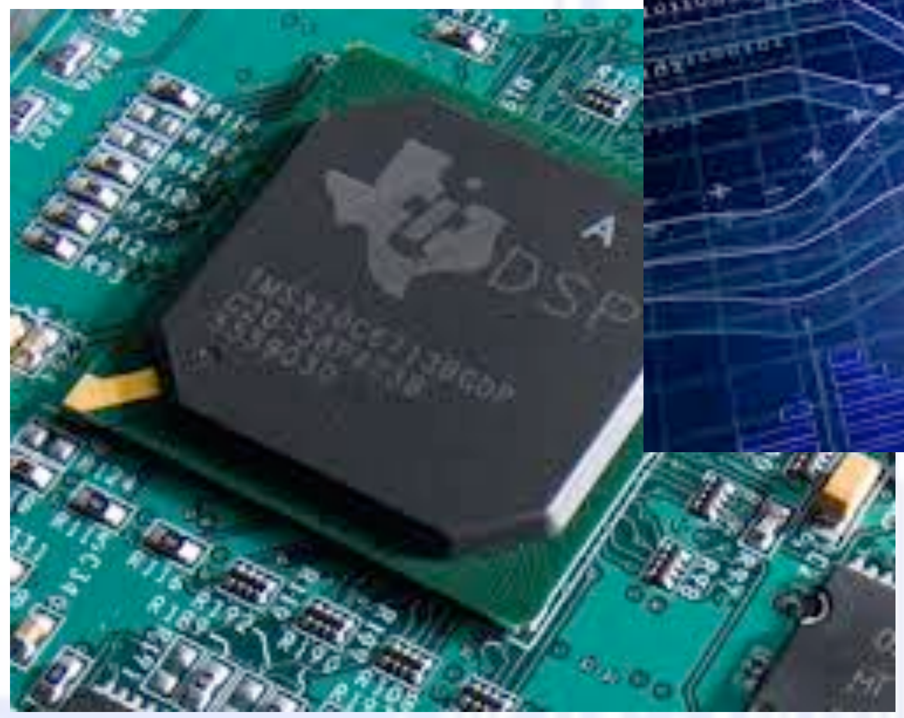
Regressione semplice. Regressione polinomiale. Regressione Lineare multipla. Regressione di processi gaussiani (regressione non lineare).

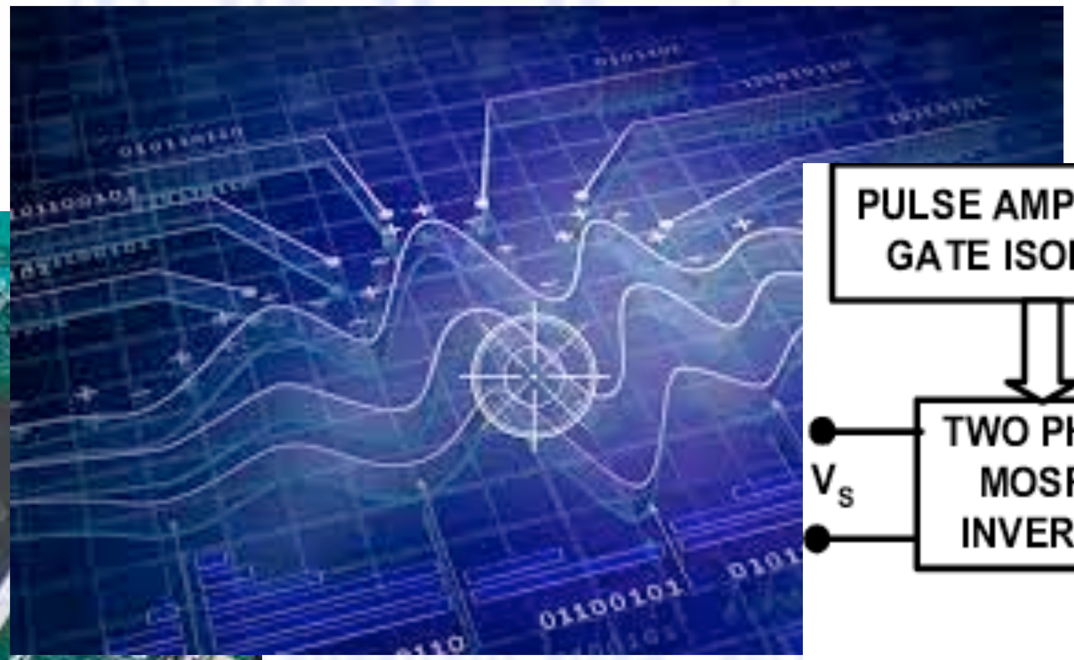
Autocorrelazione e autocorrelazione parziale

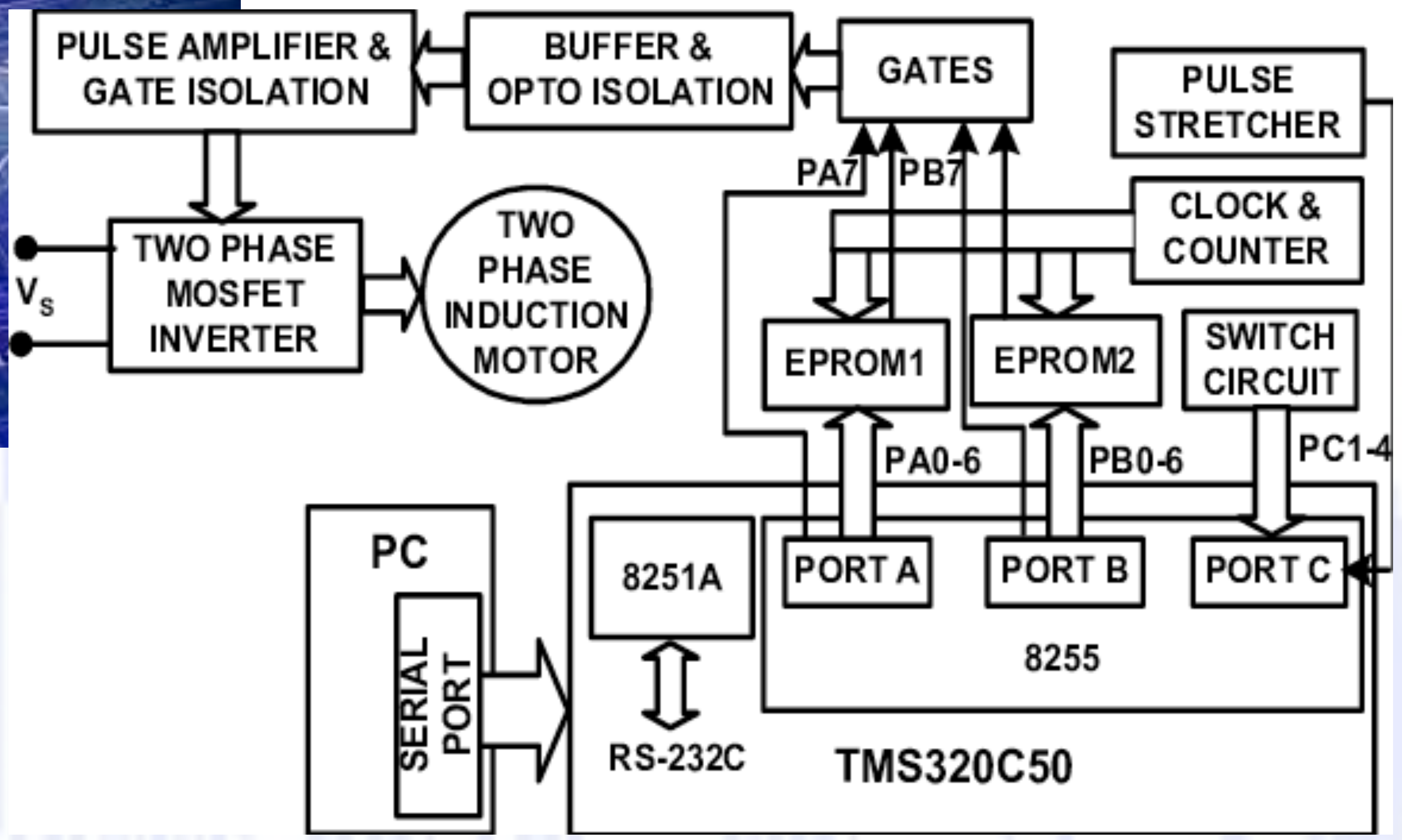
Approccio deterministico, stocastico MA, AR ARMA, SARIMA, GARCH

Arriviamo infine all’analisi del segnale vera e propria, l’estrazione delle informazioni utili dal dati acquisiti!

Questo è il regno della DSP: digital segna processing
che come dic eil nome stesso si occupa di :
DIGITAL > segnali digitali
SIGNAL > segnali che contengono informazioni (altrimenti parliamo di rumore)
PROCESSING > processamento per l’estrazione delle informazioni (valori statistici, trasformate…)







schema alimentazione
PWM

date un occhio ad es. a
http://www.dspguide.com/

DSP due cenni storici:

nasce negli anni ’60 (sviluppo calcolatori)

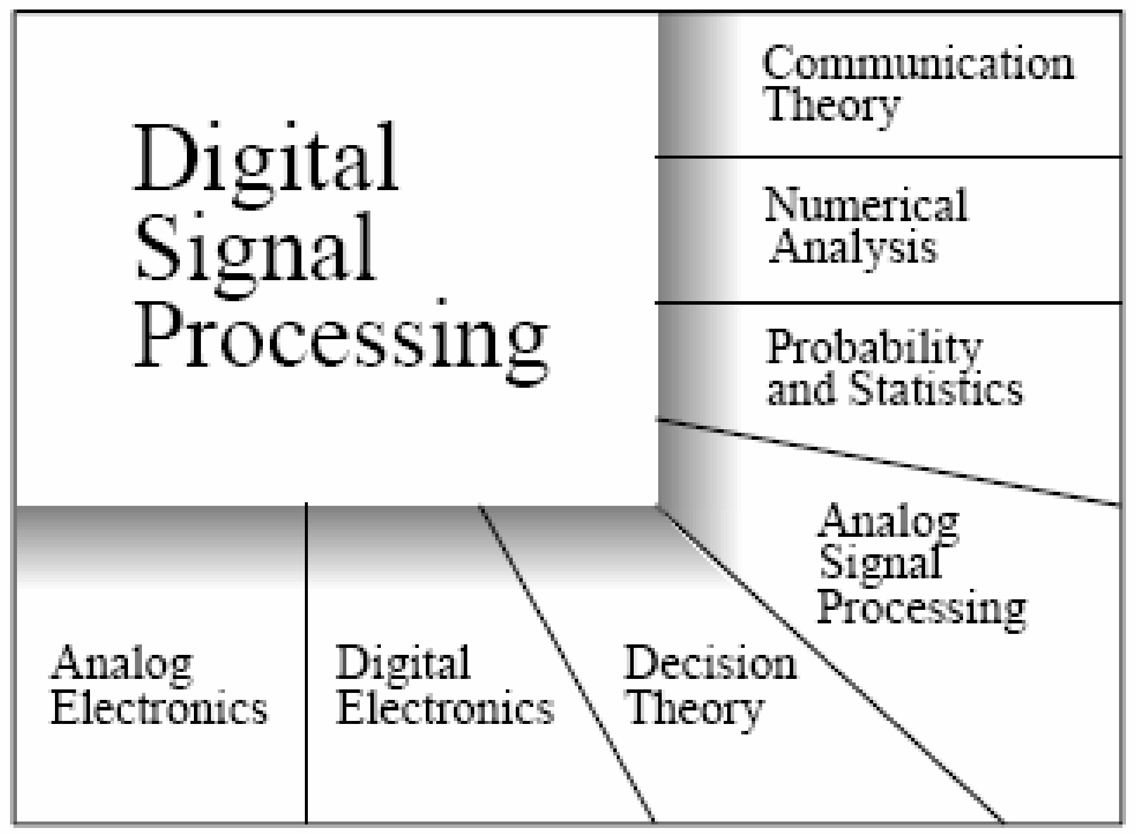
- radar & sonar (applicazioni militari e strategiche)
- esplorazione petrolifera (app. economiche)
- esplorazione spaziale (dati irriproducibili)
- immagini mediche (salvare viite umane)

esplode negli anni ’90 (sviluppo miniaturizzazione)

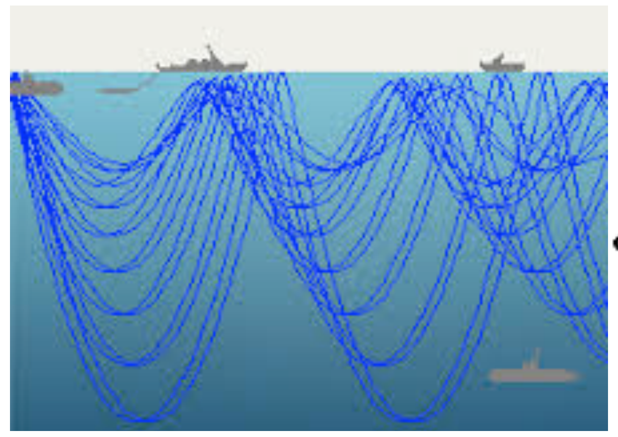
- lettori CD /MP3
- portatili / cellulari / tablet
- riconoscimento / generazione suoni
- riconoscimento / generazione immagini
- gaming
- …

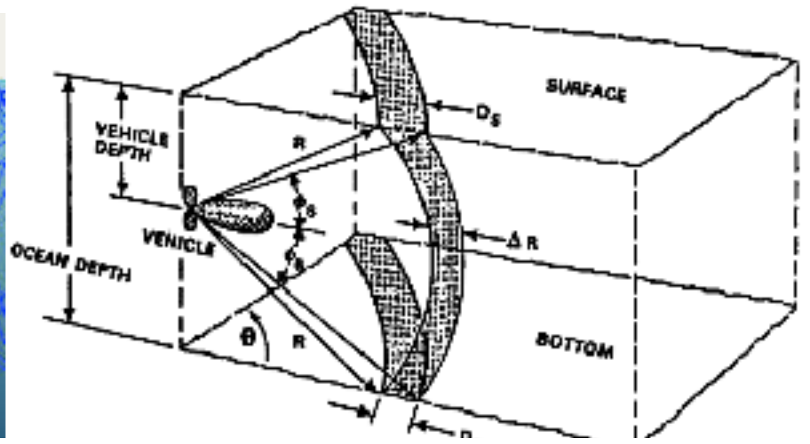
DSP è multidisciplinare!

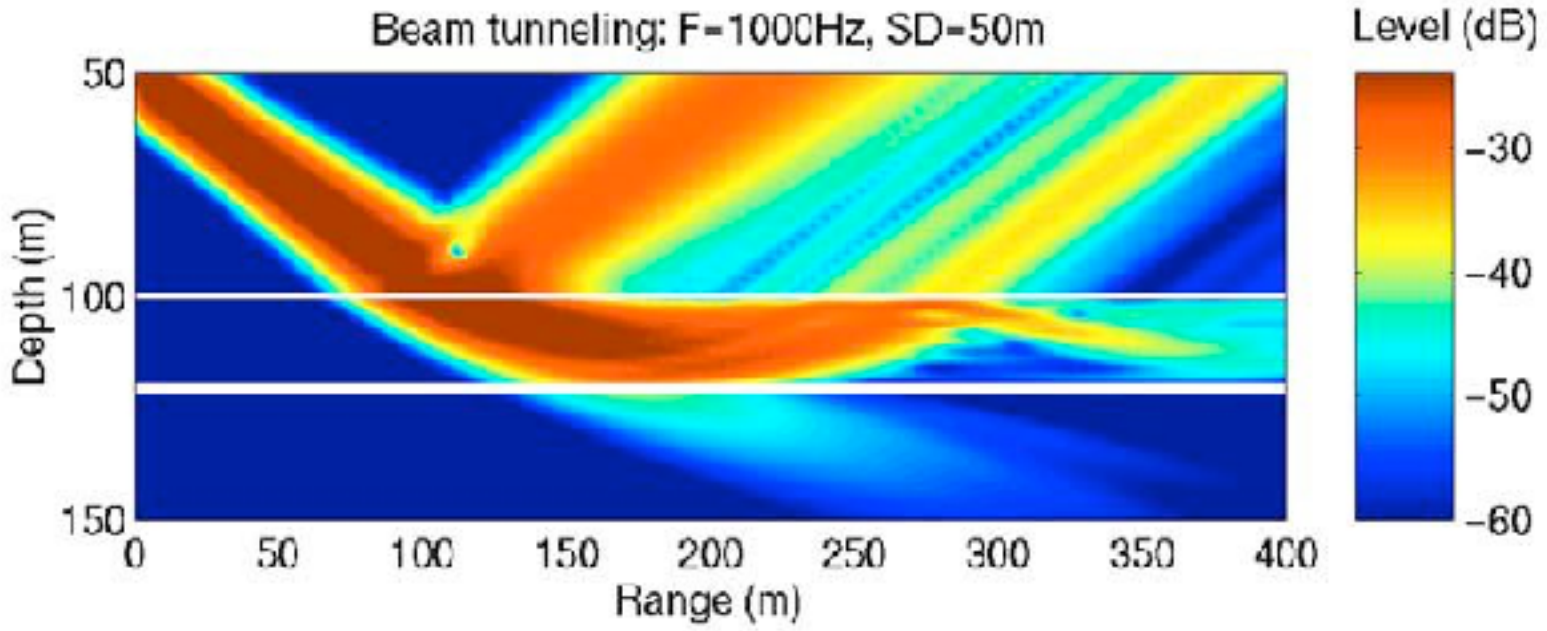
per ogni disciplina ci sono algoritmi specifici
ma gli aspetti generali possono essere spiegati senza formule!



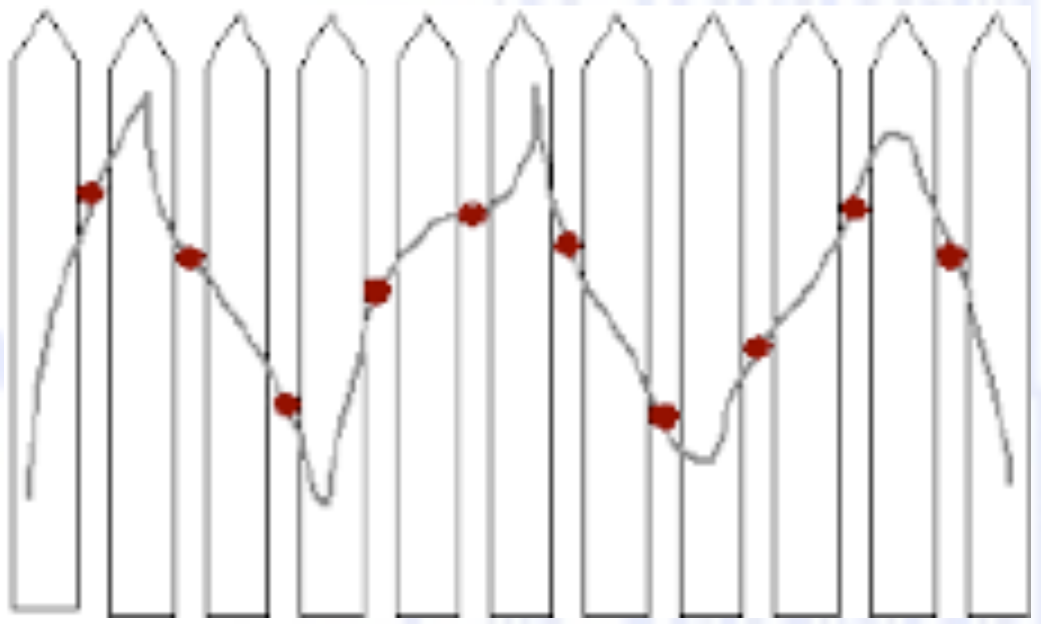
Modello per propagazione
onde sonore in acqua

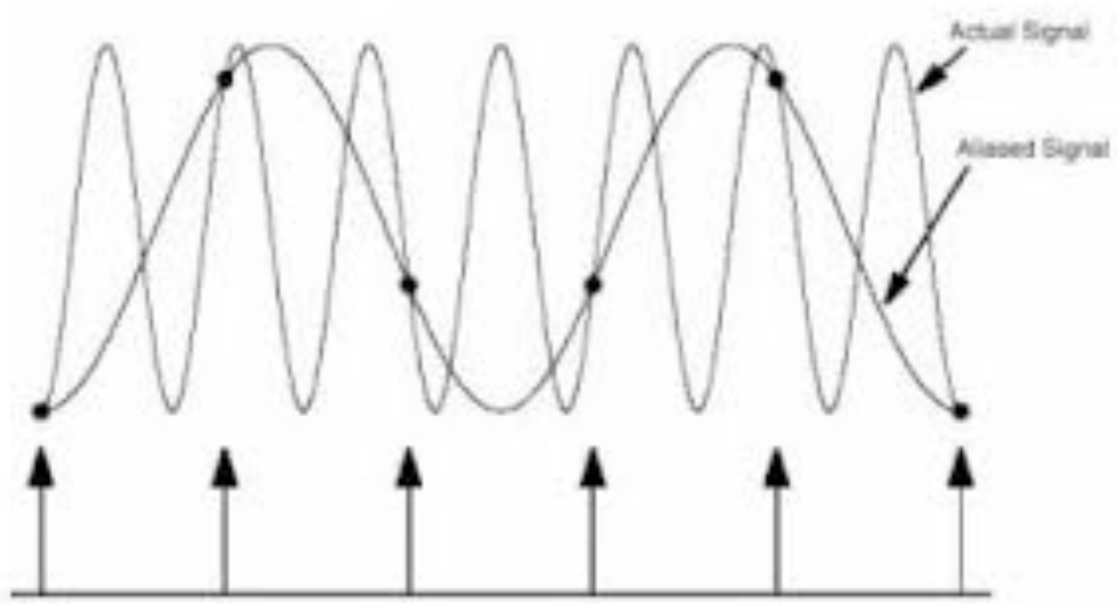


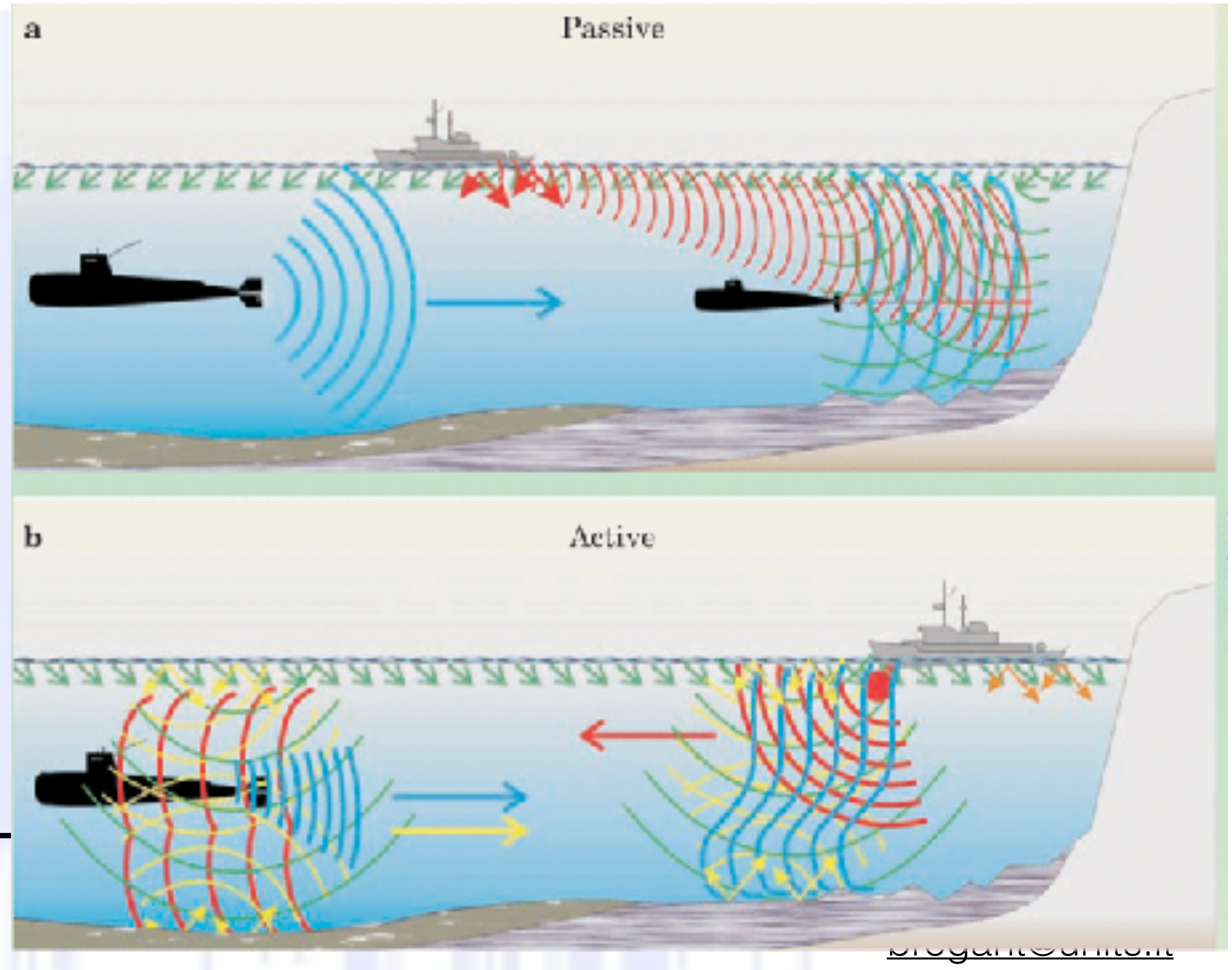




Effetto della frequenza
di campionamento

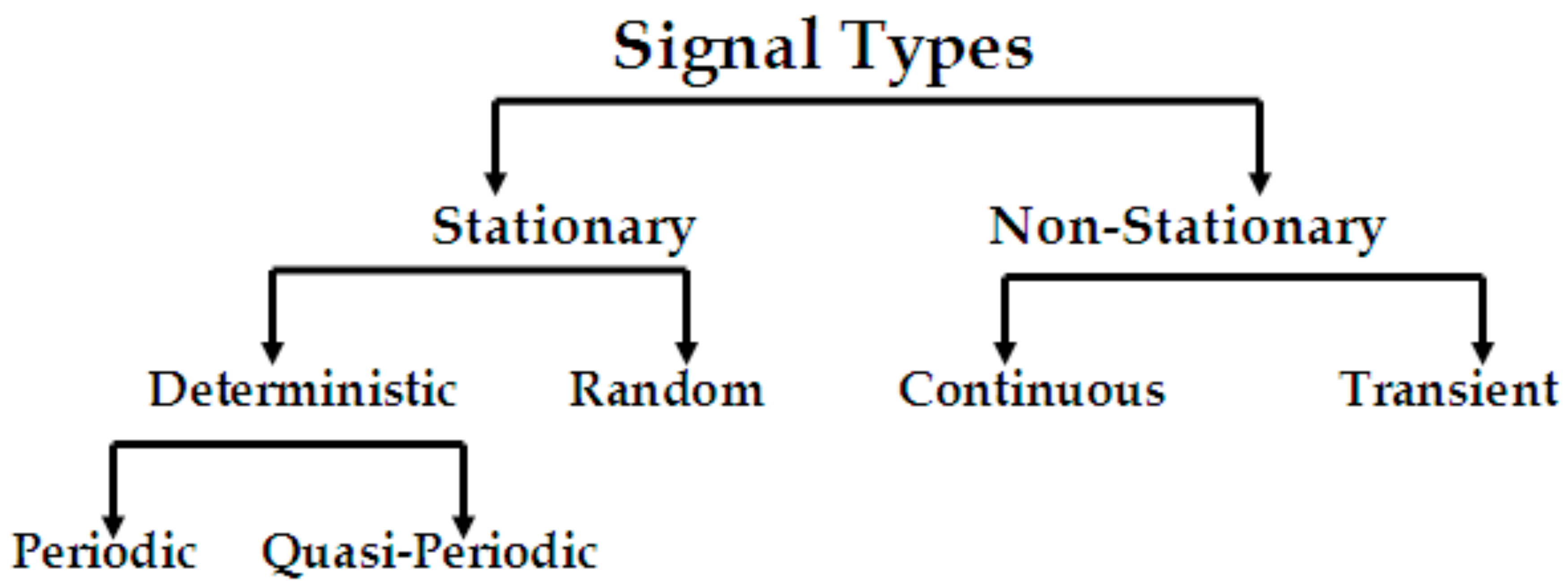


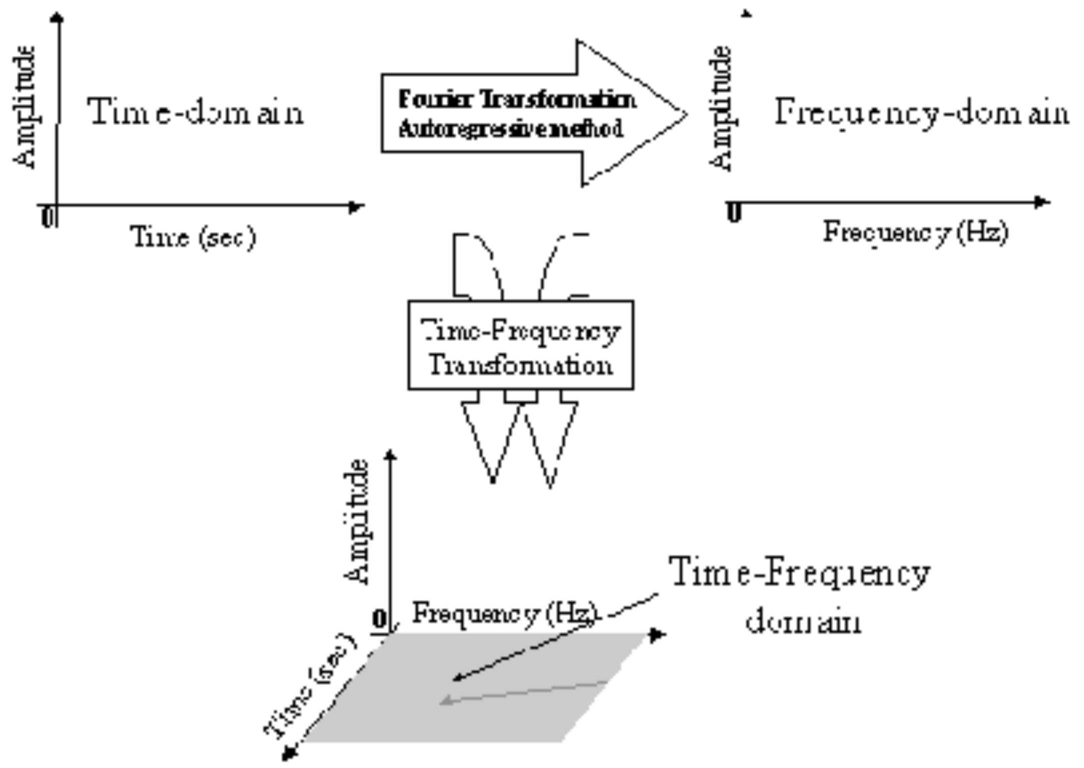


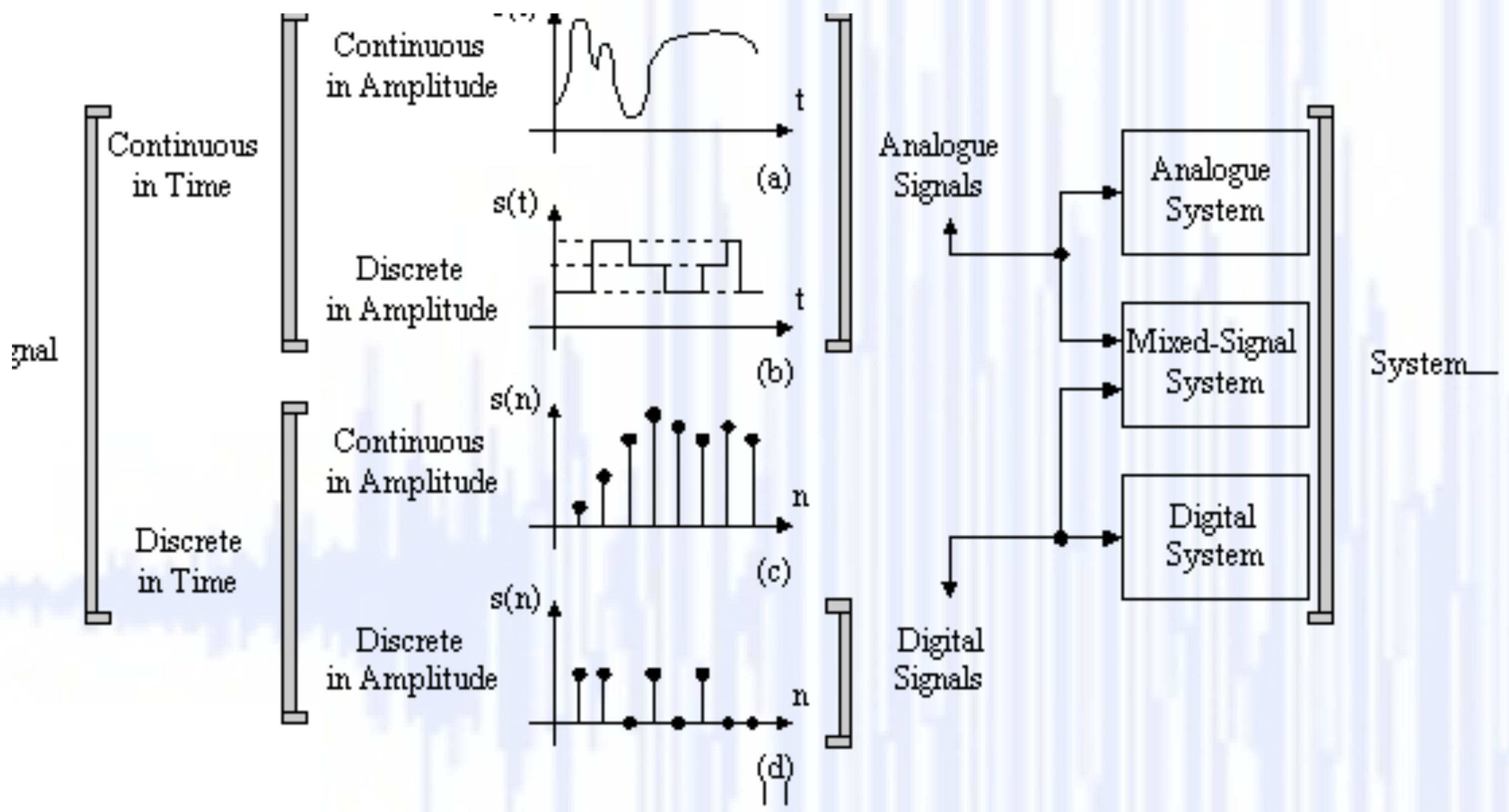


DSP è dipendente dal tipo di segnale che si analizza!

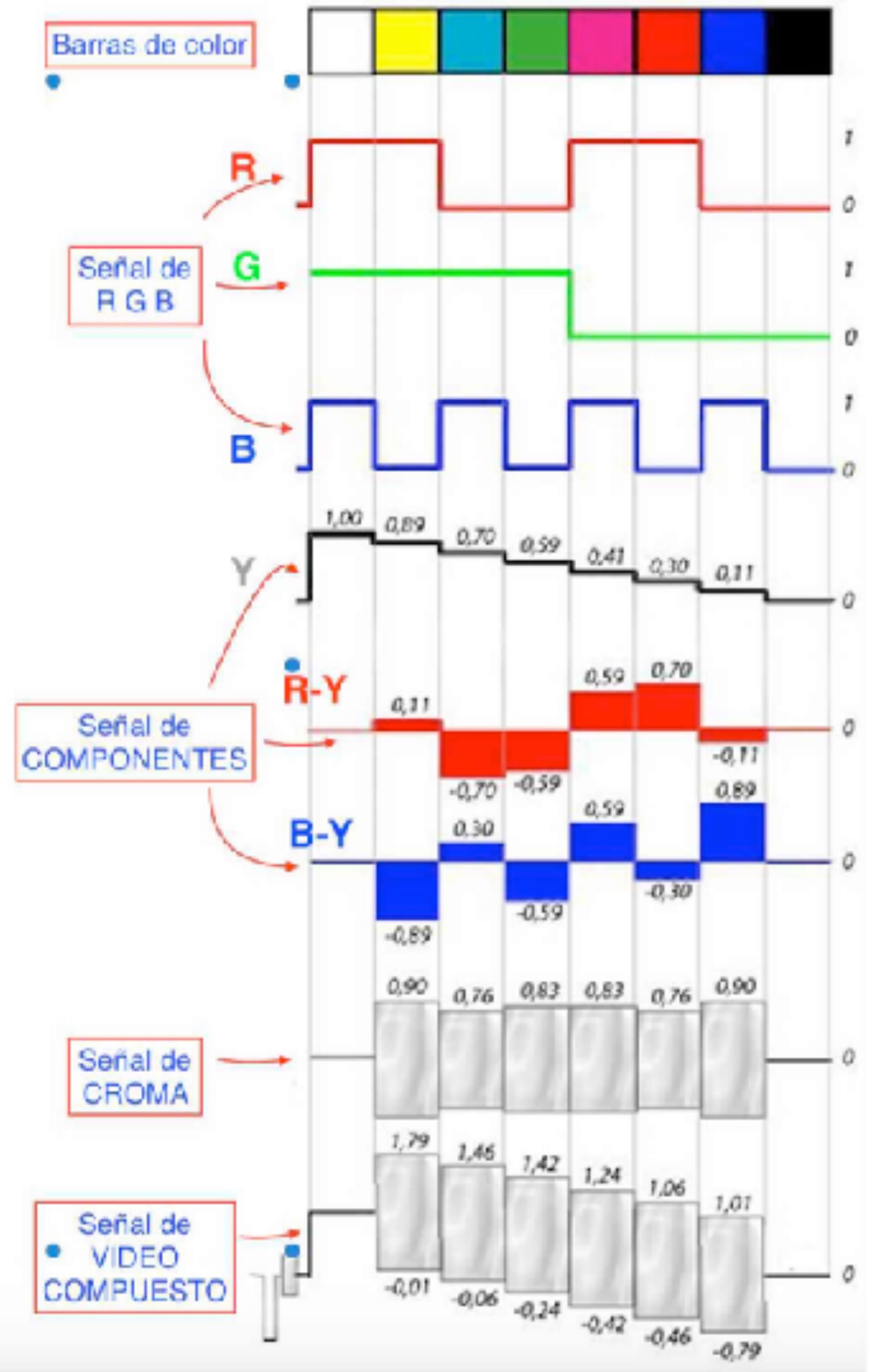
Ci sono molteplici metodologie di classificazione del segnale,
le tecniche DSP utilizzabili dipendono fortemente dalle caratteristiche del segnale processato

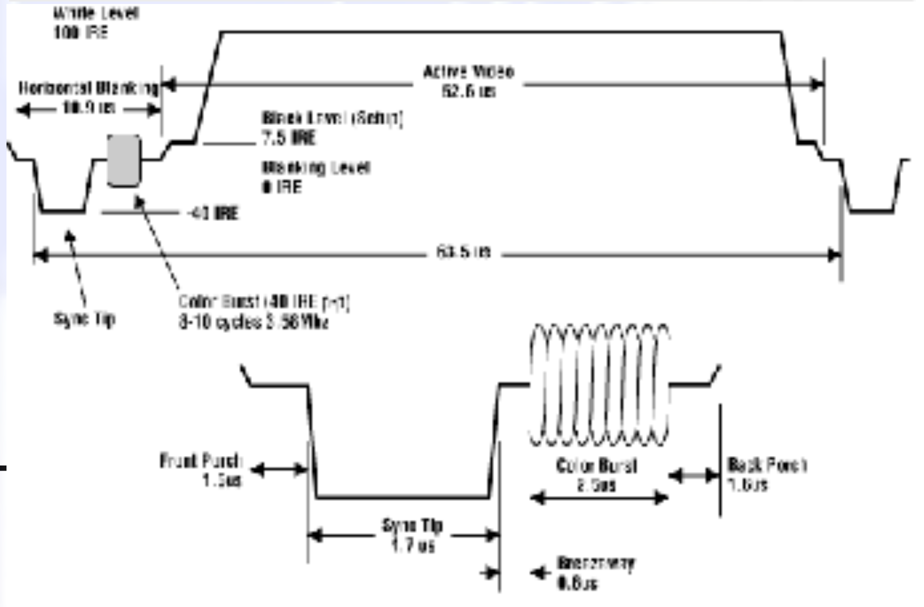






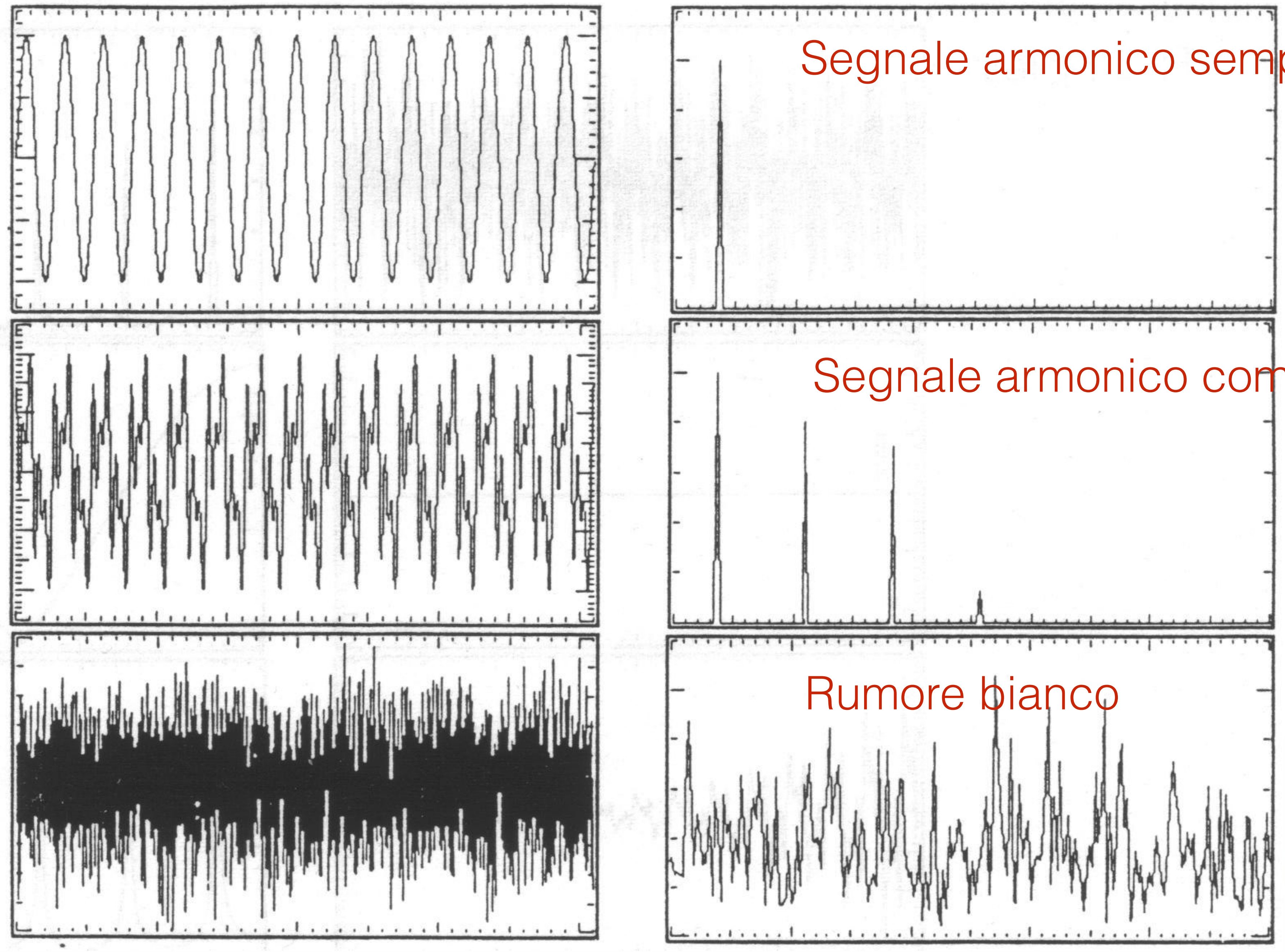
NB Nel corso MDV solo segnali monodimensionali equispaziati !





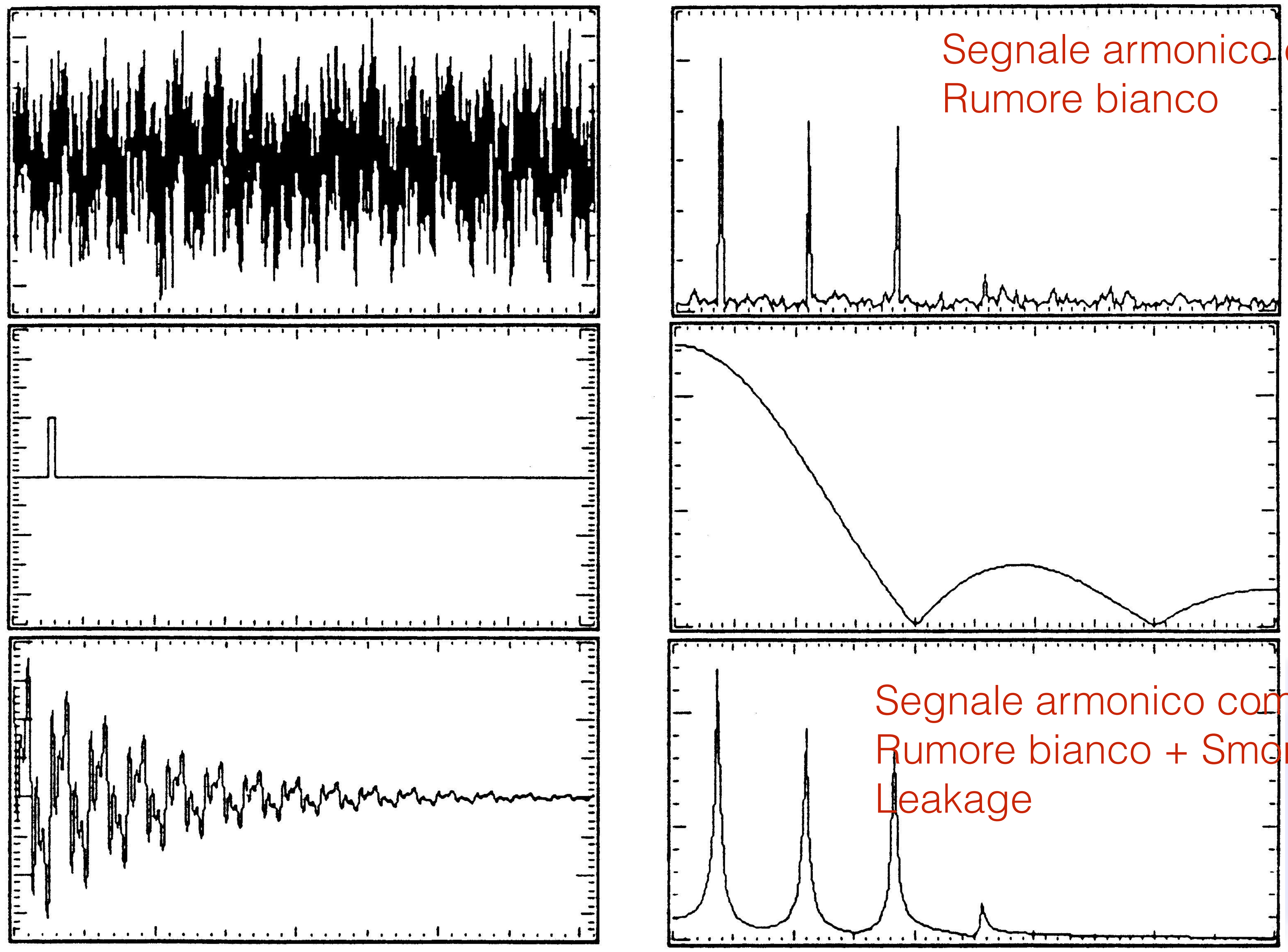
es. segnale video

Un esempio del vantaggio fornito da DSP (trasformazione t>f)



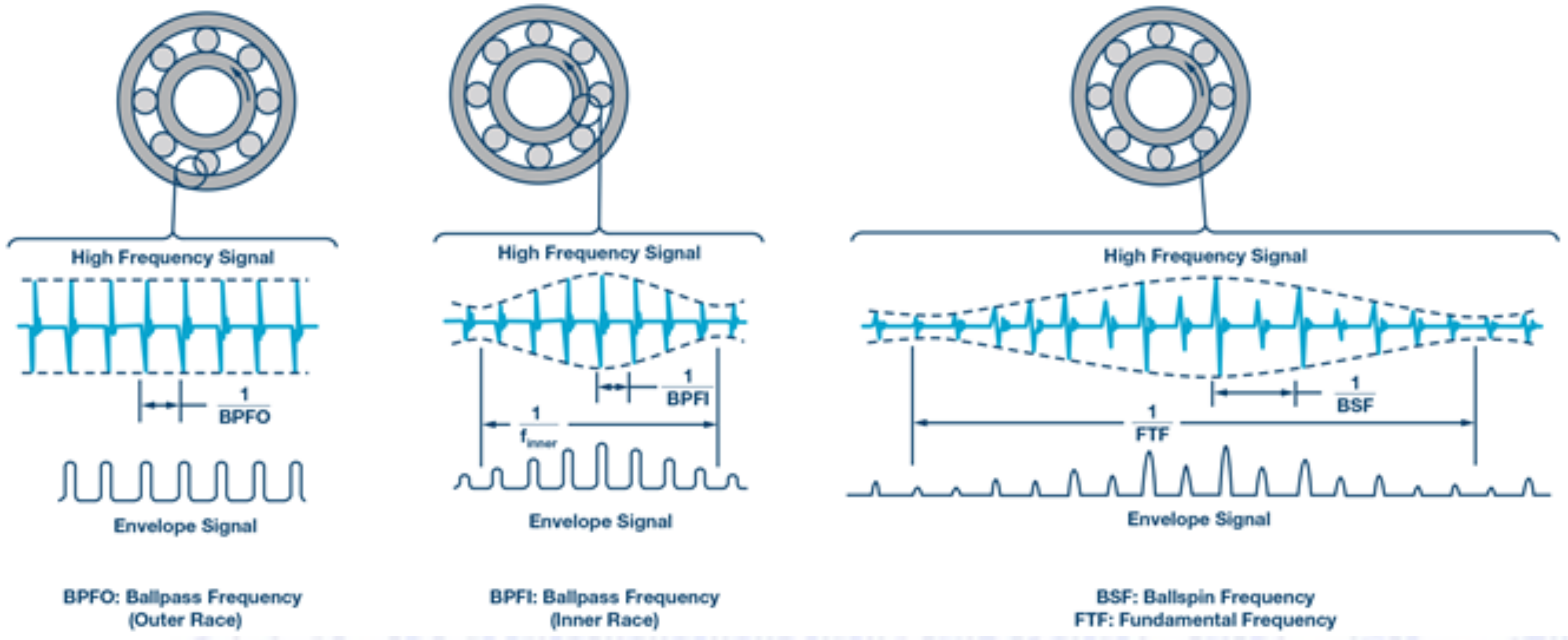
Tempo Frequenza

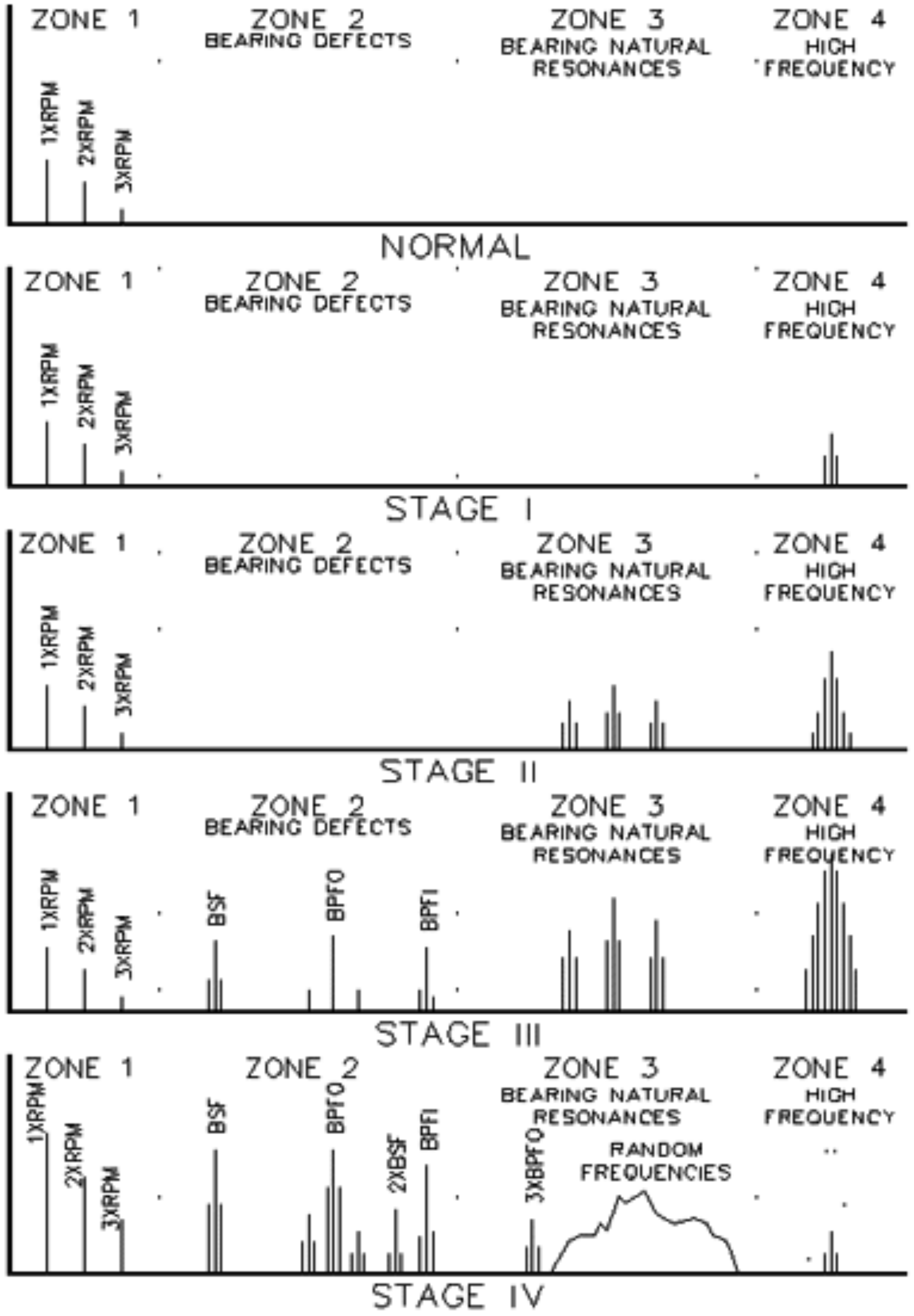
Tempo Frequenza



Un esempio del vantaggio fornito da DSP (analisi in f)

La vibrazione misurata su un cuscinetto
da le informazioni sul suo stato di salute,
e sulla posizione di eventuali danneggiamenti





L’analisi in frequenza permette di
fare la diagnosi e la prognosi del danno!

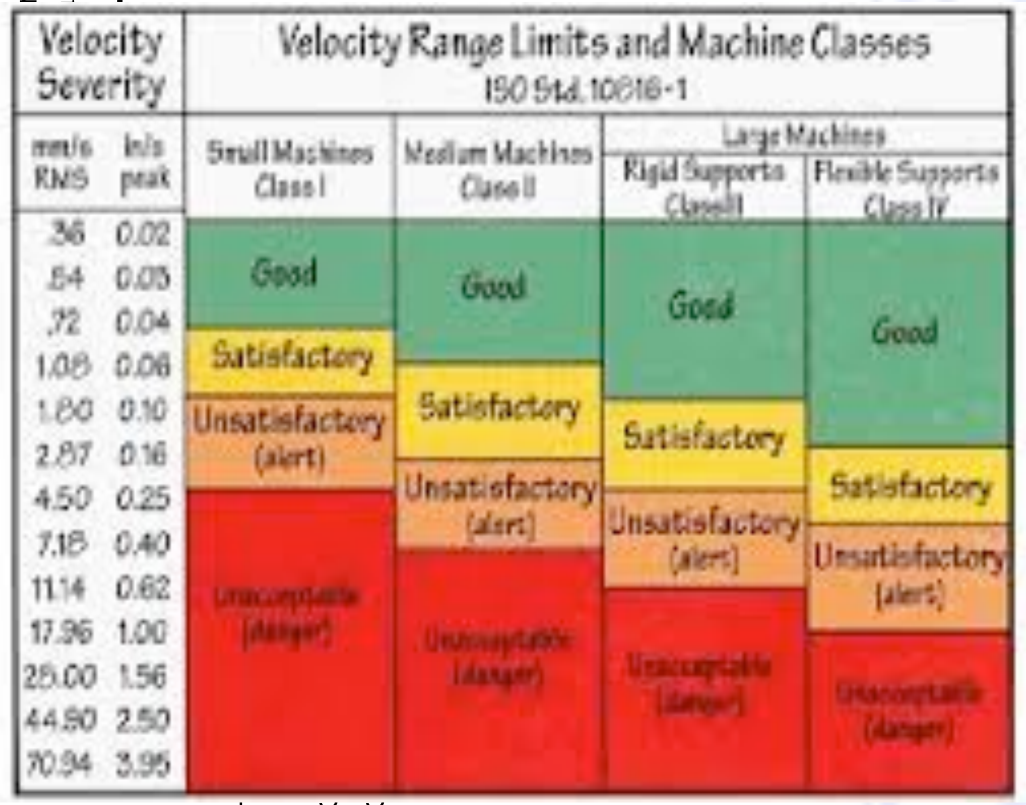
Il segnale digitalizzato, è possibile analizzarlo/valutarlo

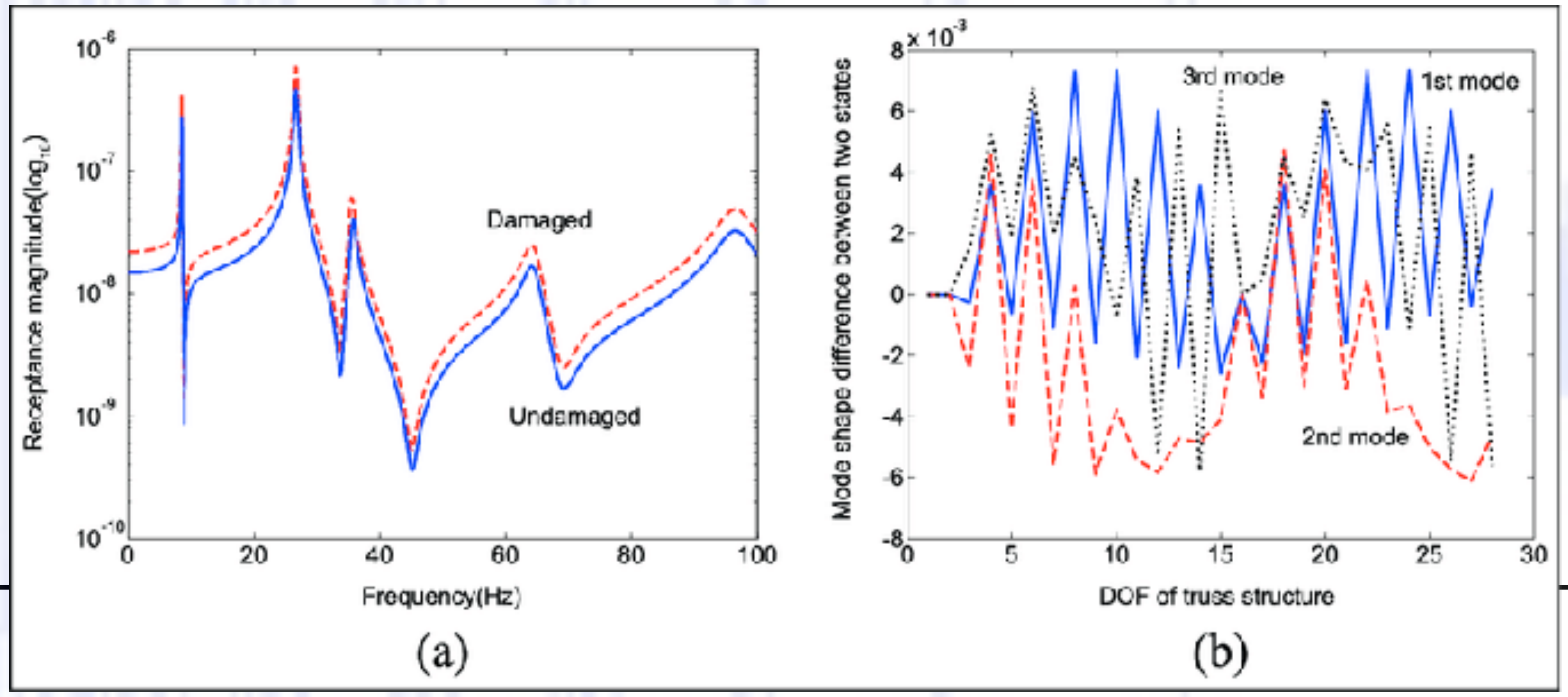
tramite indicatori statistici puntuali per avere indicazioni di tipo “globale”
es. valor medio, RMS.. (di solito valutai nel dominio del tempo)

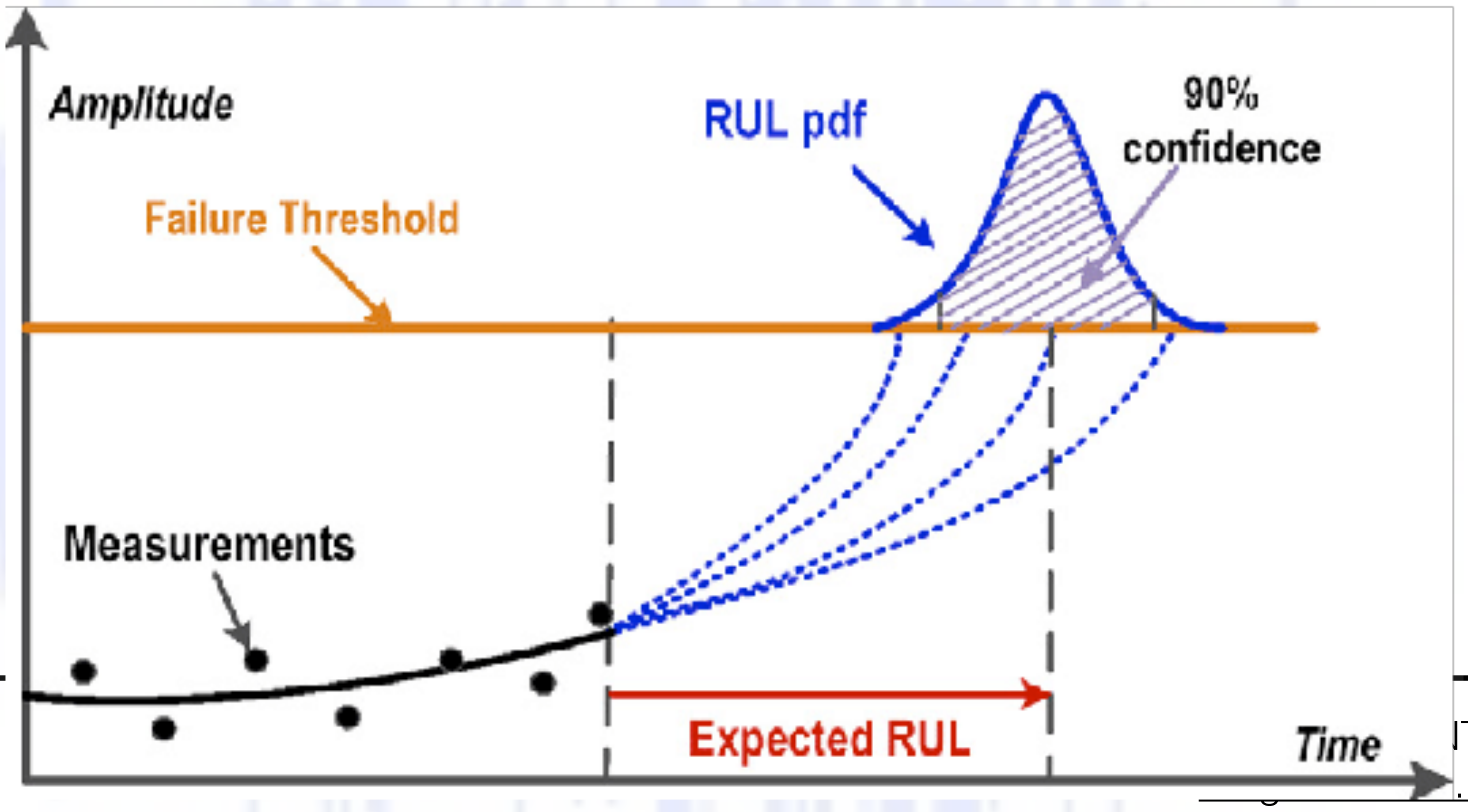
tramite funzioni che ne caratterizzano forma, ricorrenza, contenuto spettrale..
es. correlazione, spettro, funzione di risposta in frequenza (sia nel dominio del tipo che della frequenza

..ed aggiungendo informazioni (es segnale tachimetrico) con funzioni
in domini diversi (es. dominio dell’angolo), elaborando per esempio segnali in regime transitorio

grazie a modelli matematici che ne interpolano / estrapolano in valori in modo da
rispondere a domande specifiche (es. Hypothesis testing, RUL estimation…)







I più facili elementi dia valutazione di un segnale sono gli indicatori statistici quali

Massimo, Minimo, Scarto, Varianza, Valor Medio…

Moda

RMS

Skewness

Kurtosis

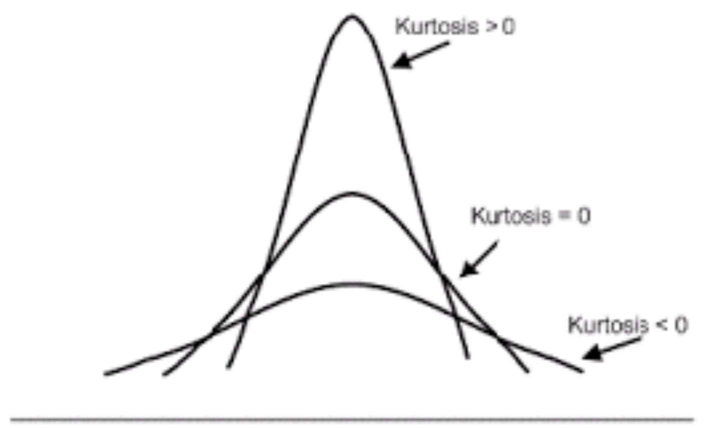
..

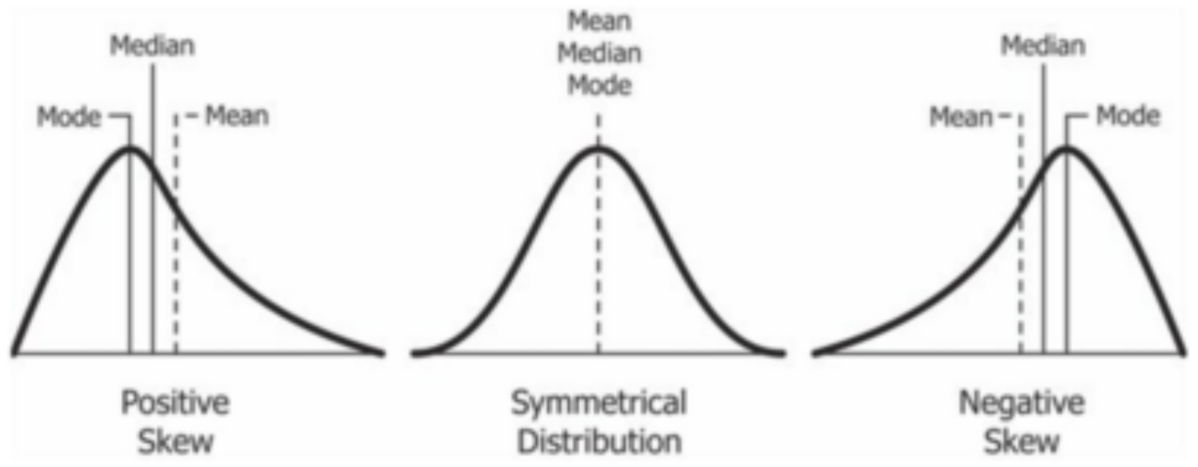
$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left[x(t)\right]^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i(t)^2}$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left[x_i(t)-\overline{x}\right]^2}{N}$$

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left[x_i(t)-\overline{x}\right]^3}{N}\left(\frac{1}{\sigma_x^3}\right)$$

$$\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left[x_i(t)-\overline{x}\right]^4}{N}\left(\frac{1}{\sigma_x^4}\right)$$





che descrivono il segnale acquisito su un certo numero di campioni N acquisisti in un intervallo di tempo T

Domande :
nelle formule si usa N o N-1?
come si fa a sapere se N è statisticamente significativo?
due medie calcolate su N1 e N2 campioni hanno lo stesso peso statistico?
RMS è filtrato in frequenza?

Alcuni concetti fondamentali (tutti in neretto) da ricordare quando si analizzano segnali dinamici, quindi acquisiti ad alta frequenza (indicativamente >1kHz)

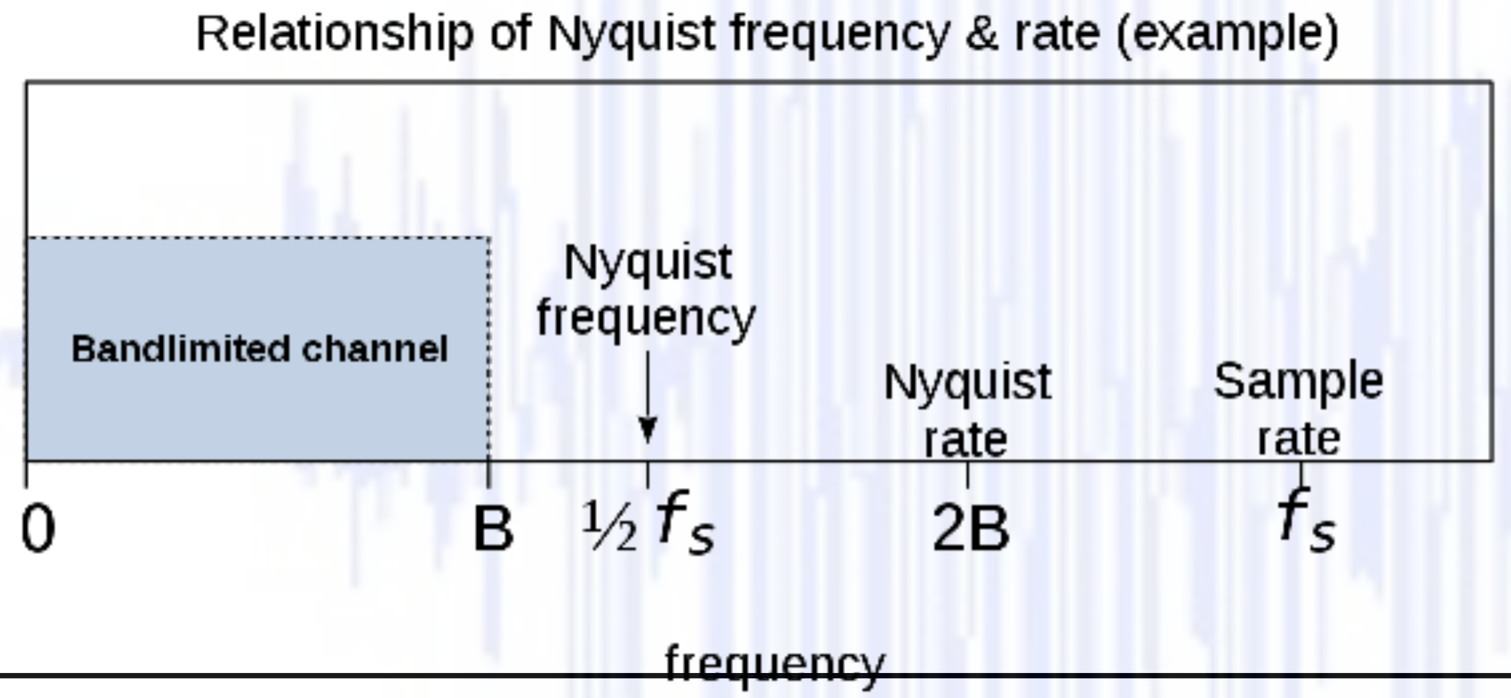
Harry Nyquist
1889-1976

Teorema di campionamento (o di Shannon, o di Nyquist) (1940 circa)

.. un segnale è correttamente campionabile se non contiene componenti in frequenza maggiori della metà della frequenza di campionamento..

altrimenti detta..

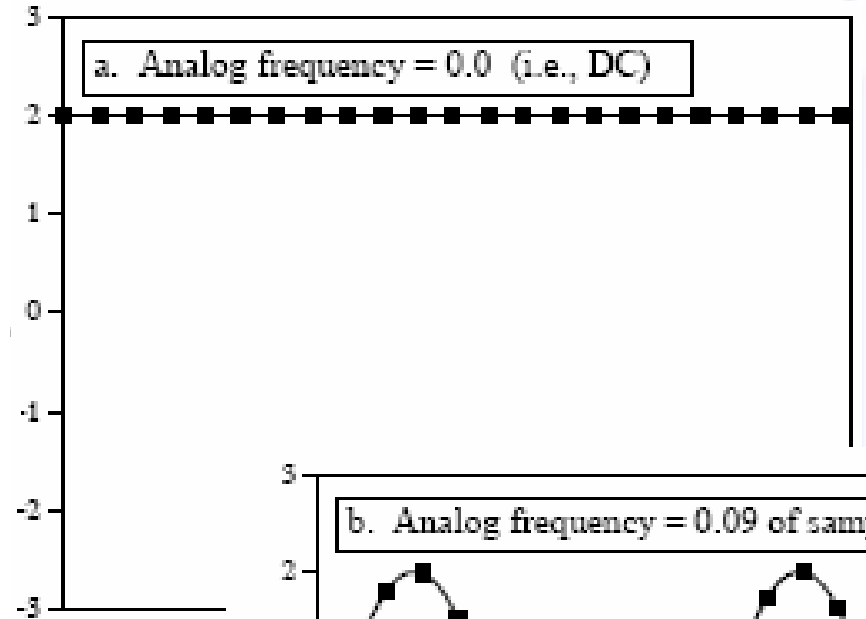
si possono rilevare correttamente le componenti del segnale fino al massimo della metà della frequenza di campionamento



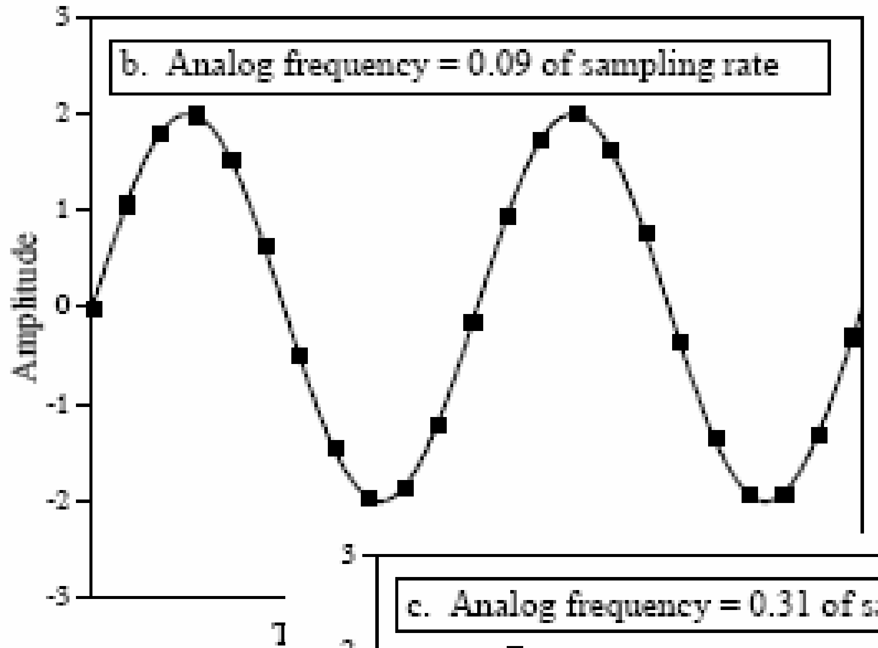
(…idealmente.. in realtà per le proprietà dei filtri.. le componenti del segnale si ritengono corrette fino a circa $0.8*f_s/2$…)

Questo significa che per acquisire un segnale con una componente a 2500Hz, devo acquisirlo ad almeno 5000Hz, meglio ancora se lo campiono a 7000Hz!

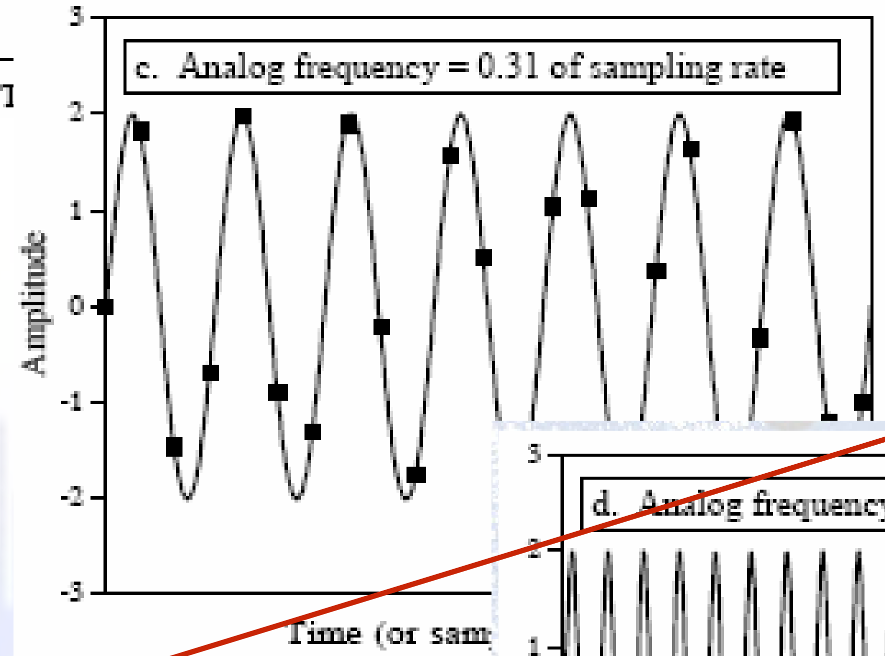
Se non si opera cosi si verifica l'**ALIASING** (distorsione da campionamento lento), vediamone l'effetto:



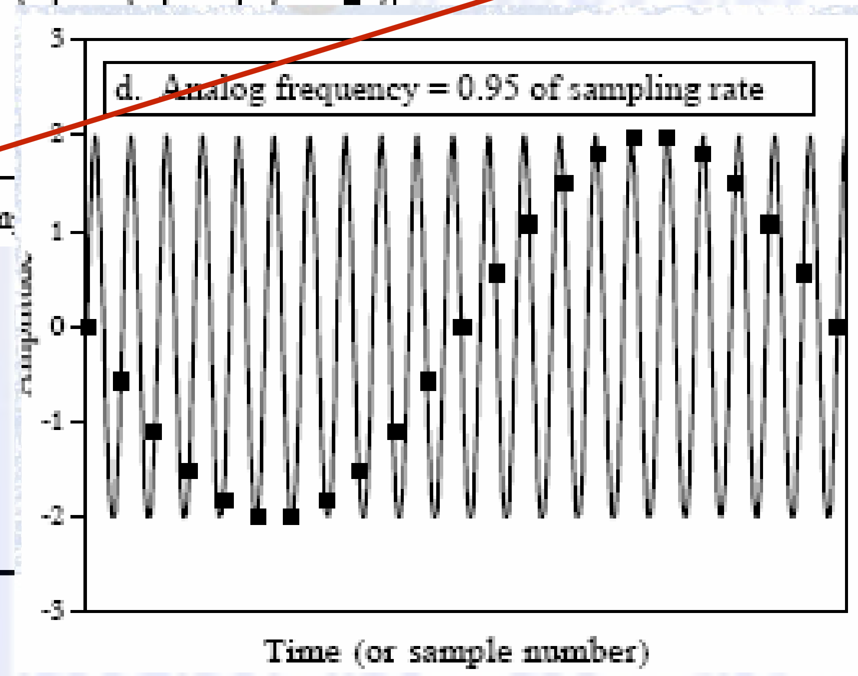
segnale costante..
ben campionato



segnale armonico..
bene campionato f_s=11.11f



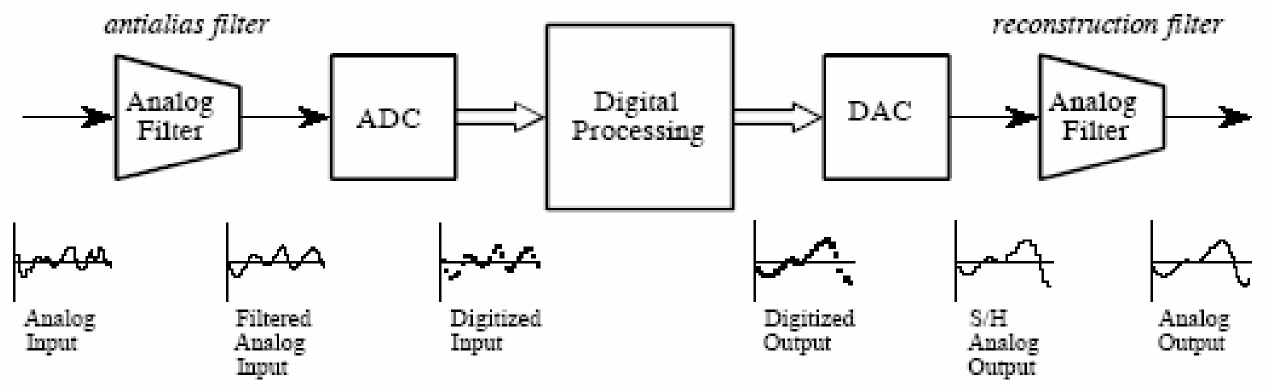
segnale armonico..
ben campionato f_s=3.23f



segnale armonico..
mal campionato f_s=**1.05**f

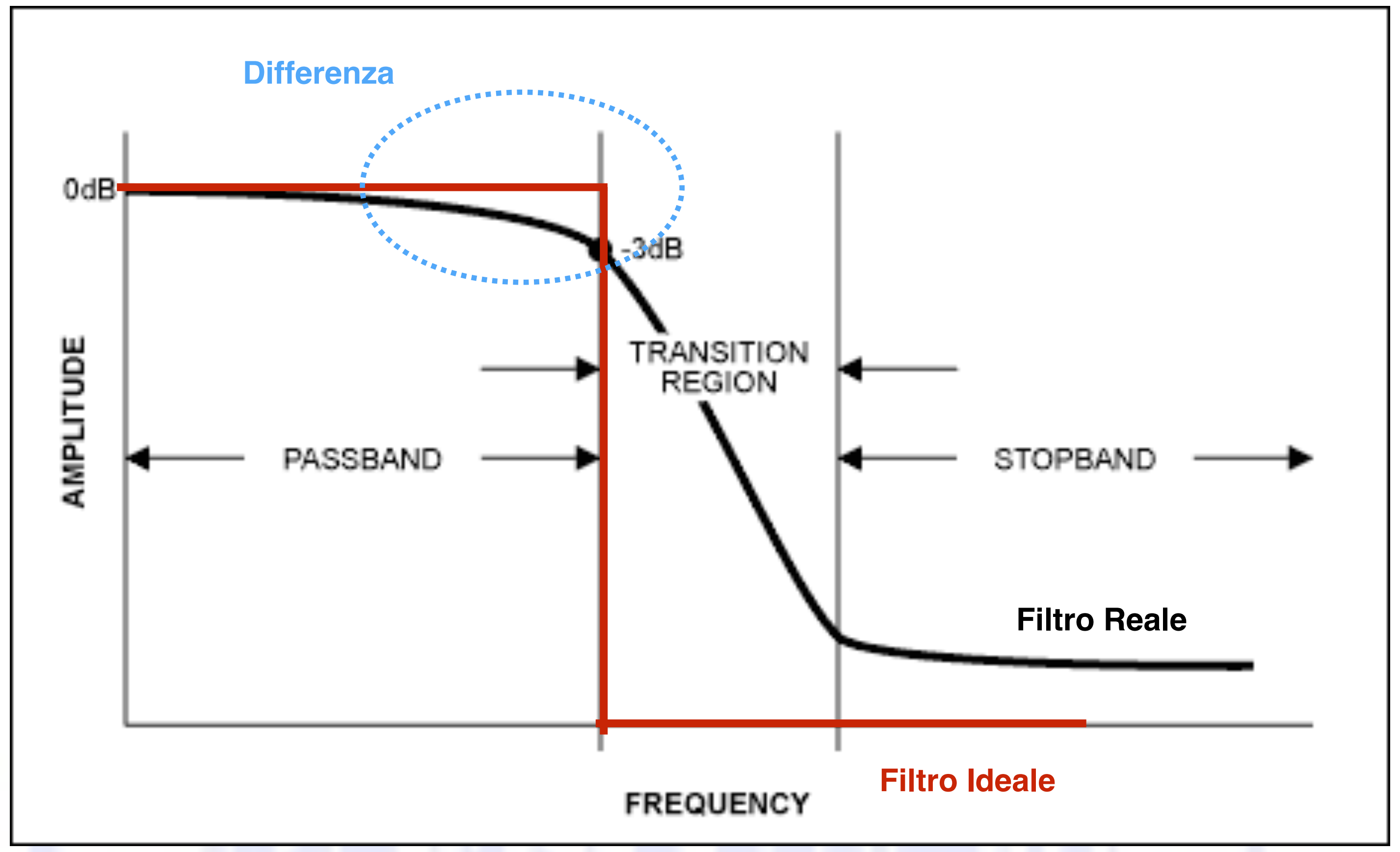
visivamente (e algebricamente) il segnale appare a frequenza più bassa di quella reale!!

Il problema dell’aliasing si risolve utilizzando dei filtri passa basso anti-aliasing!
(processo irreversibile)

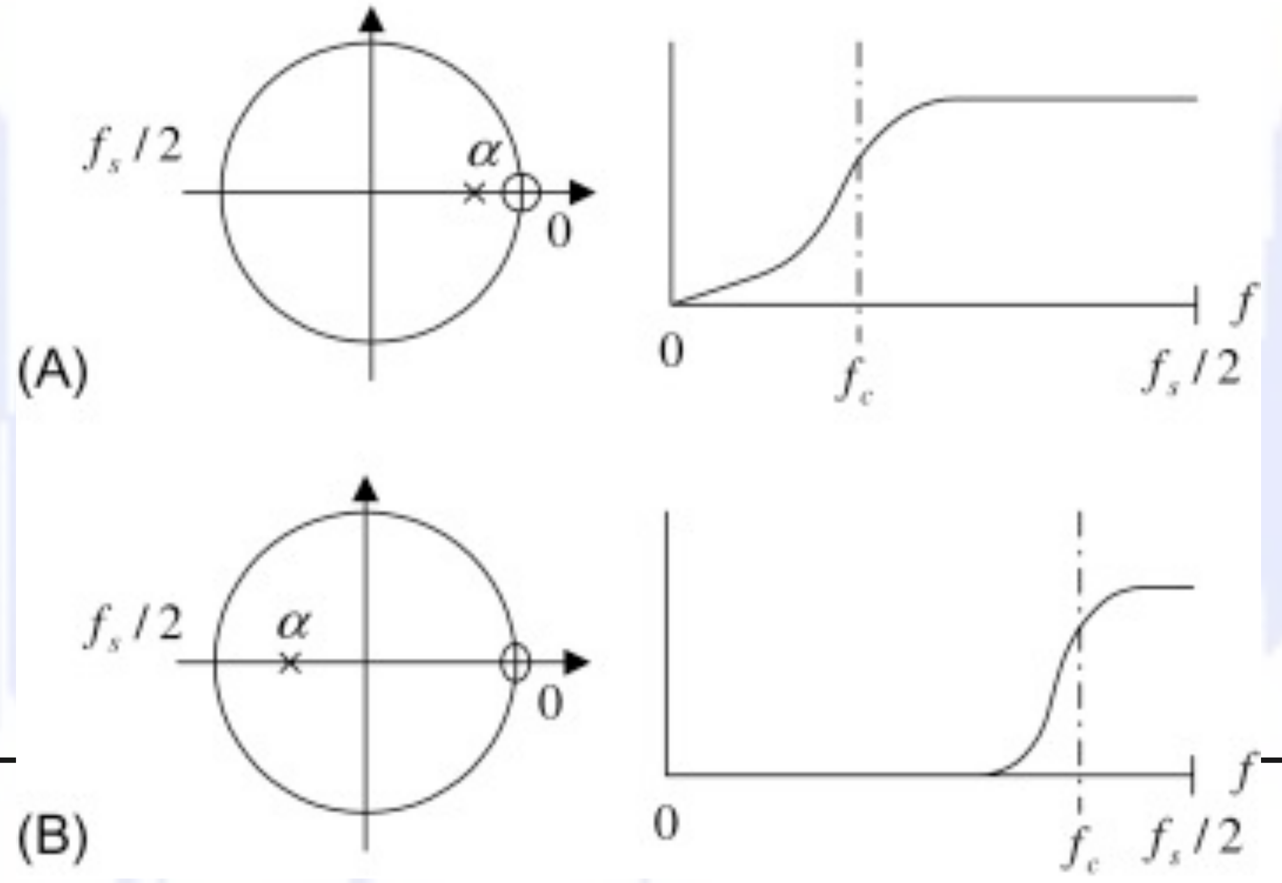


Attenzione: i filtri non sono ideali! hanno un “roll-off”

per questa ragione si immagina che le compenti correttamente acquisite arrivino fino a 0.65-0.8 $f_s/2$



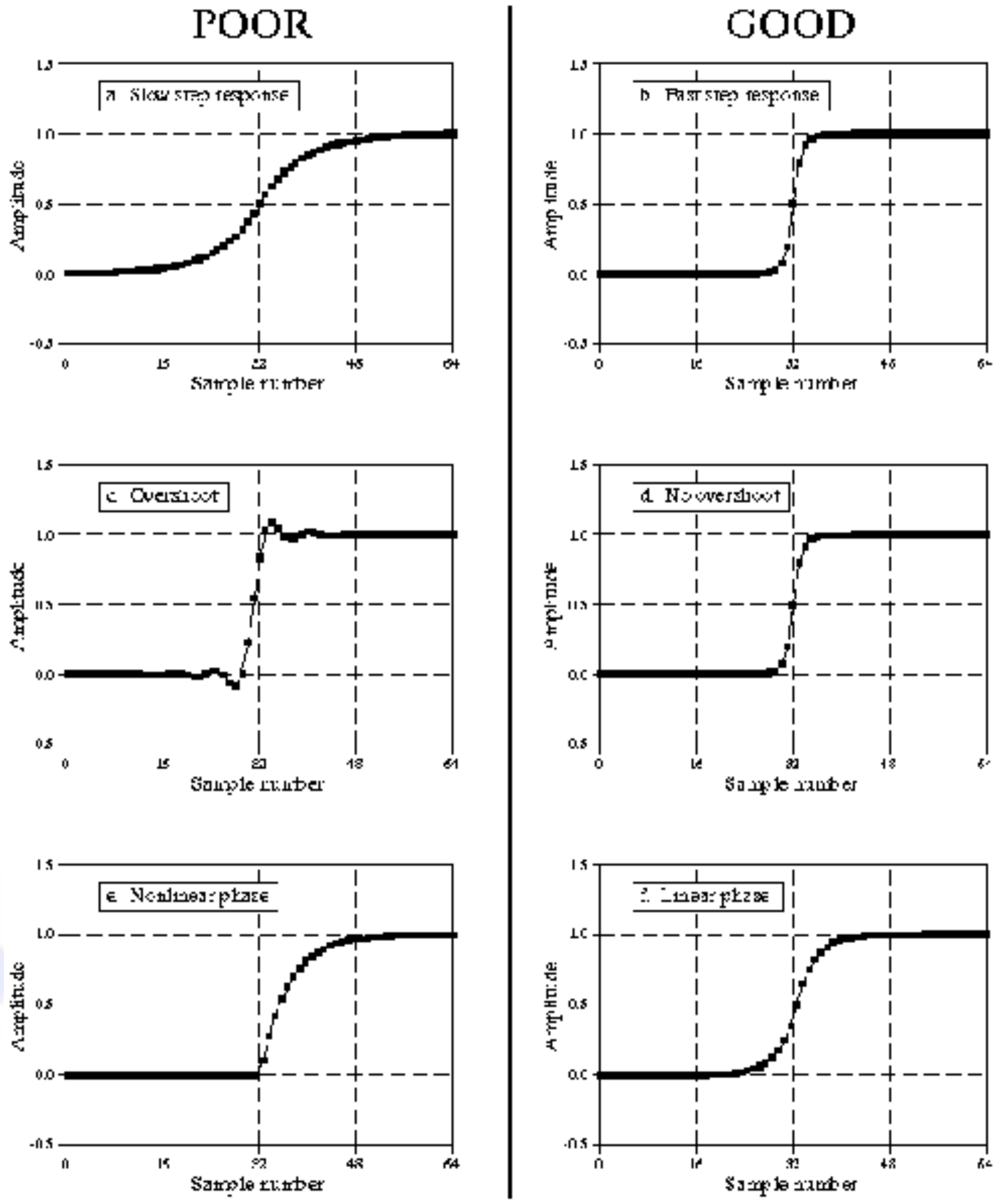
Un filtro è descrivibile come una funzione di trasferimento tra il segnale in ingresso e quello in uscita,
può essere descritto da zeri e poli la cui numerosità e posizione nel piano complesso determinano le caratteristiche del filtro
(selettività, costo, ritardo di fase…)

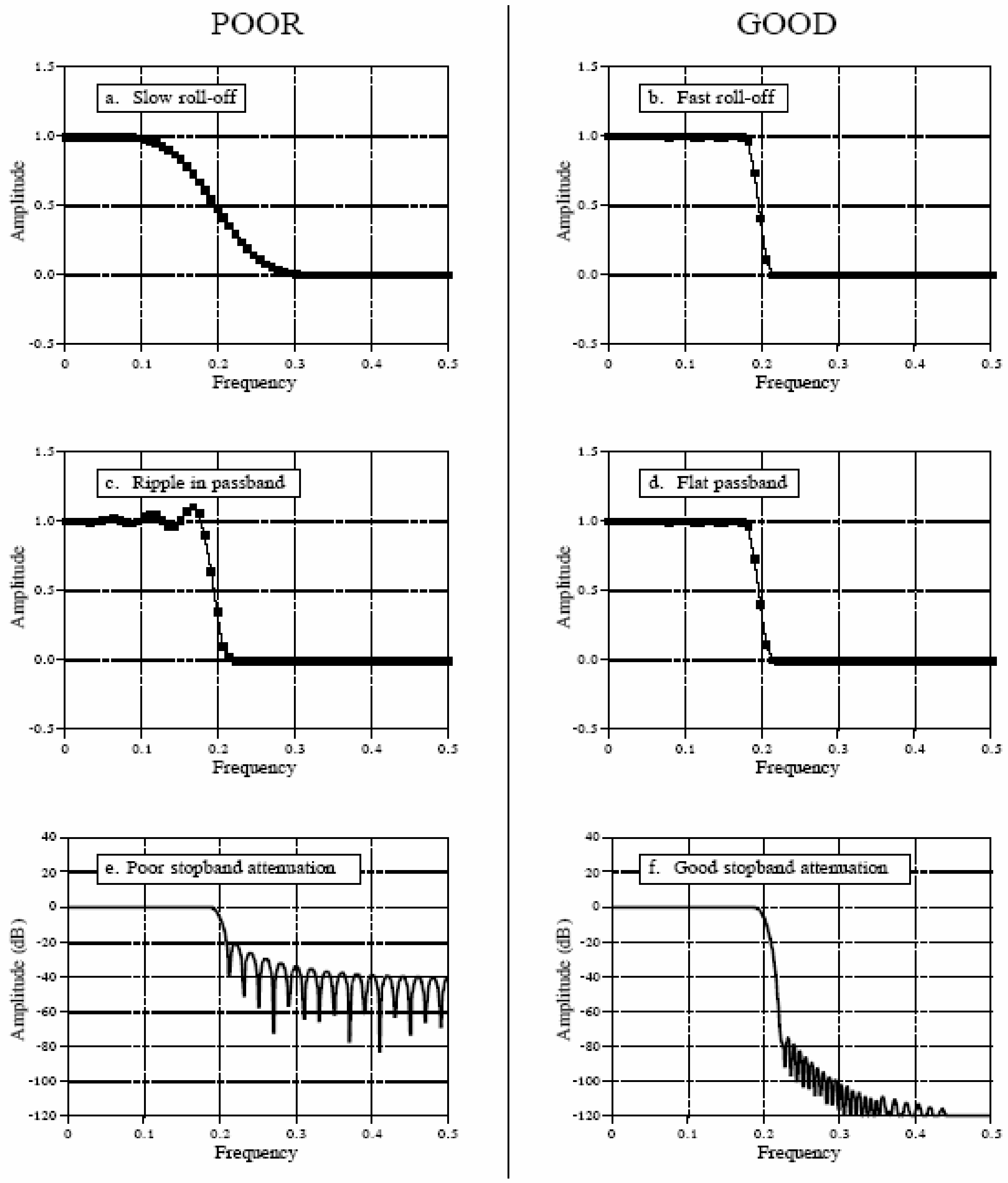


Luigi BREGANT
bregant@units.it

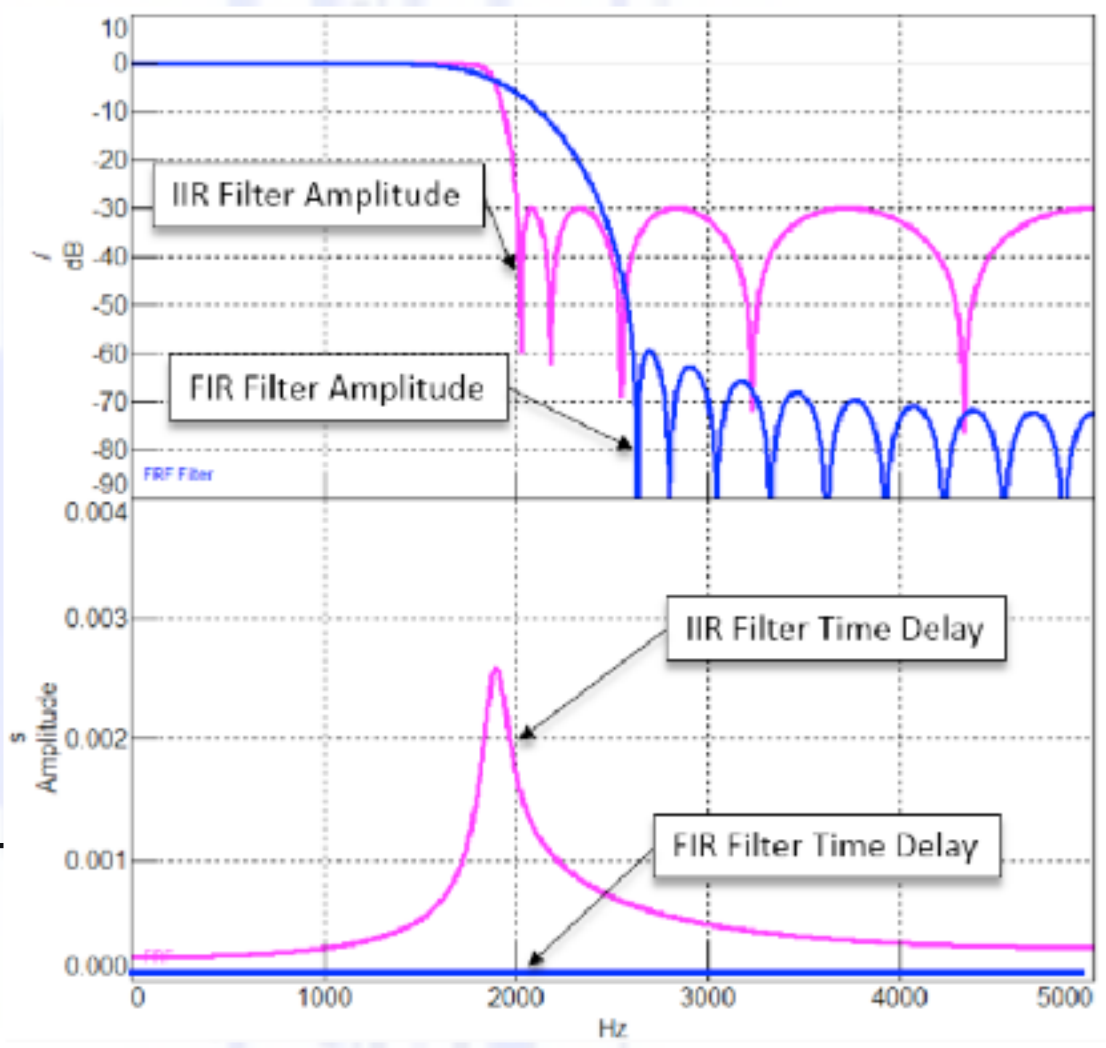
La posizione di zeri e poli influenzano:

frequenza di taglio (cut-off frequency)
pendenza (roll-off)
ondulazione di banda (passband ripe)
risposta all'impulso (overshooting)
..





i Filtri possono essere analogici digitali,
a lunghezza finita (FIR) o infinita (IIR)..



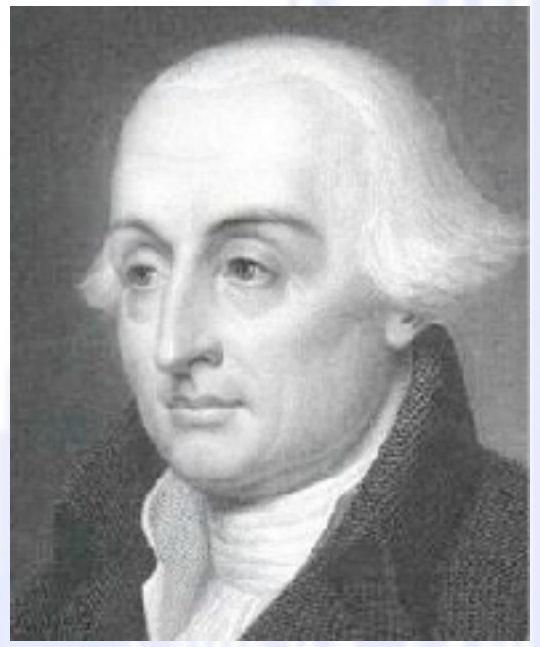
Trasformata di Fourier (1807 circa)

..ogni segnale **continuo periodico** (ω_0) può essere rappresentato come la **somma** di **funzioni sinusoidali** opportunamente scelte..

$$f(t)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos\left(n\omega_0 t\right)+b_n \sin\left(n\omega_0 t\right) \quad *$$

Jan Baptiste Joseph Fourier
1768-1830

NB sommatoria va all'infinto;
tutte armoniche della frequenza fondamentale



Joseph-Louis Lagrange
1736-1813

Lagrange, membro della commissione dell'Institute de France, bloccò la pubblicazione del lavoro per 5 anni ritenendolo sbagliato, ritenendo che non si poteva descrivere segnali con angoli..

Teoricamente è corretto! ma con un numero molto alto, teoricamente infinito, di funzioni sinusoidi la differenza (energetica) tra segnale originario e ricostruito tende a zero!

* esistono formulazioni diverse

Luigi BREGANT
bregant@units.it

Tutto cio cosa significa?
Se vogliamo ricostruire un onda quadra (periodica) all’aumentar del numero delle componenti armoniche utilizzate il risultato sarà quanto più prossimo al segnale originale

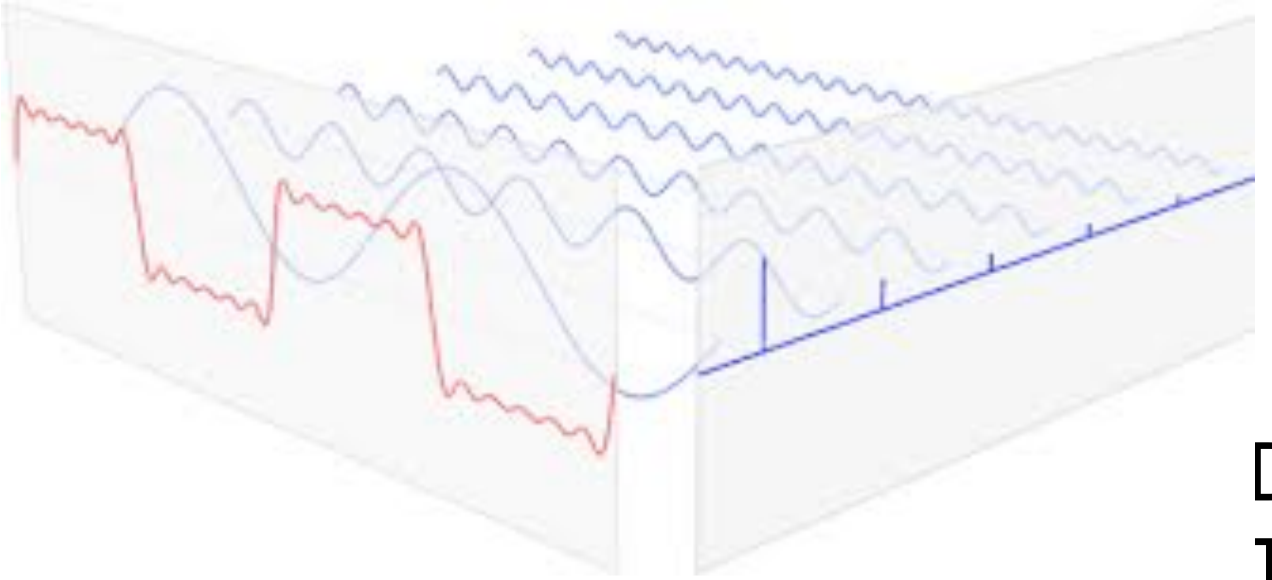
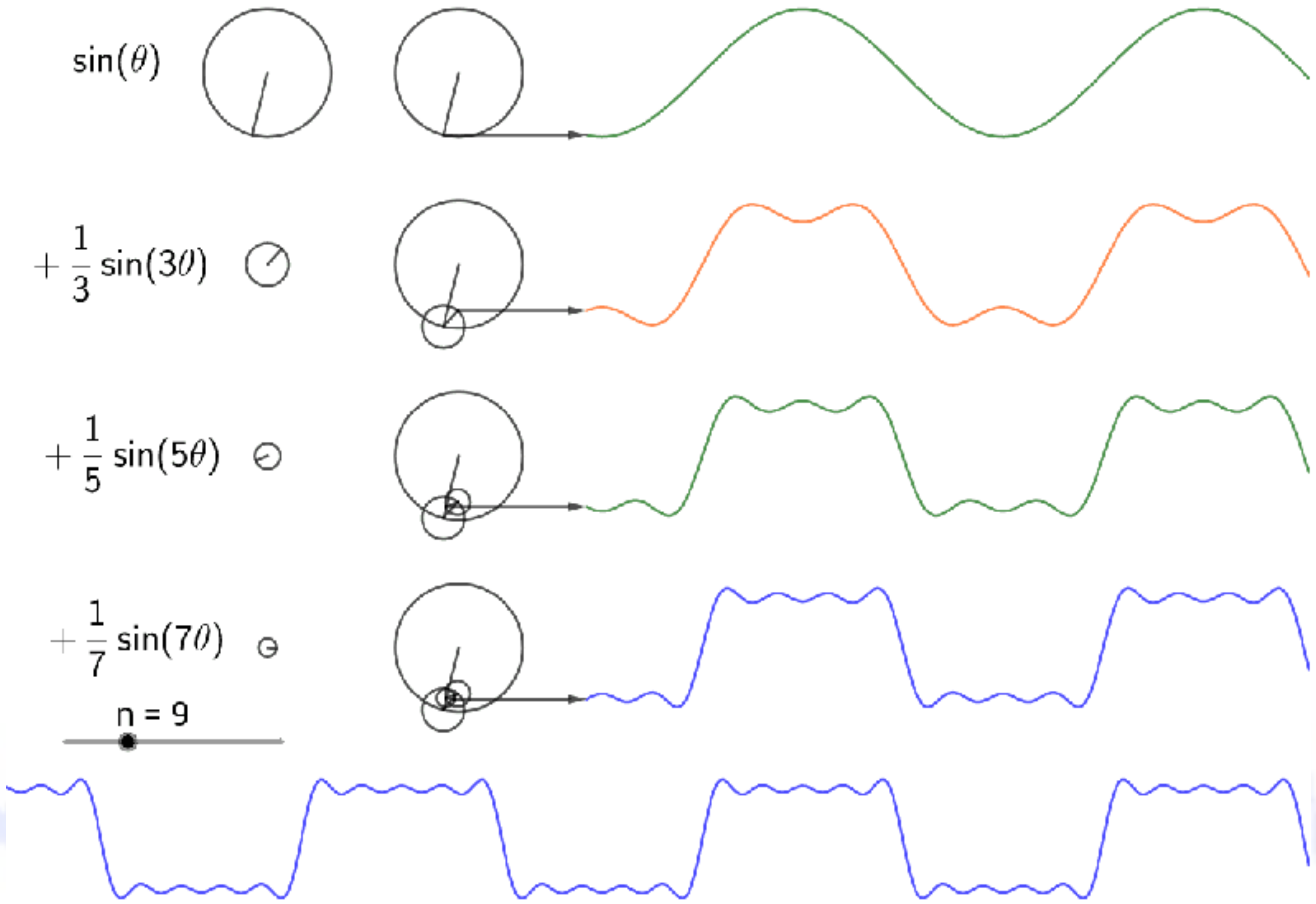
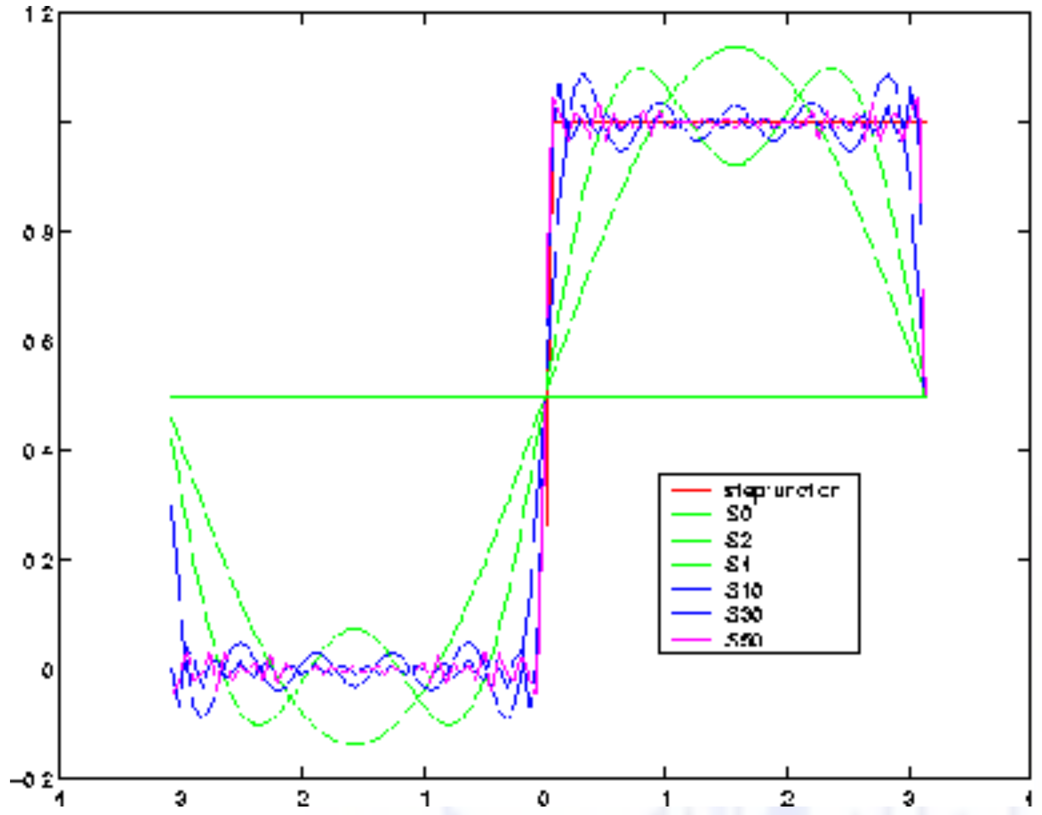
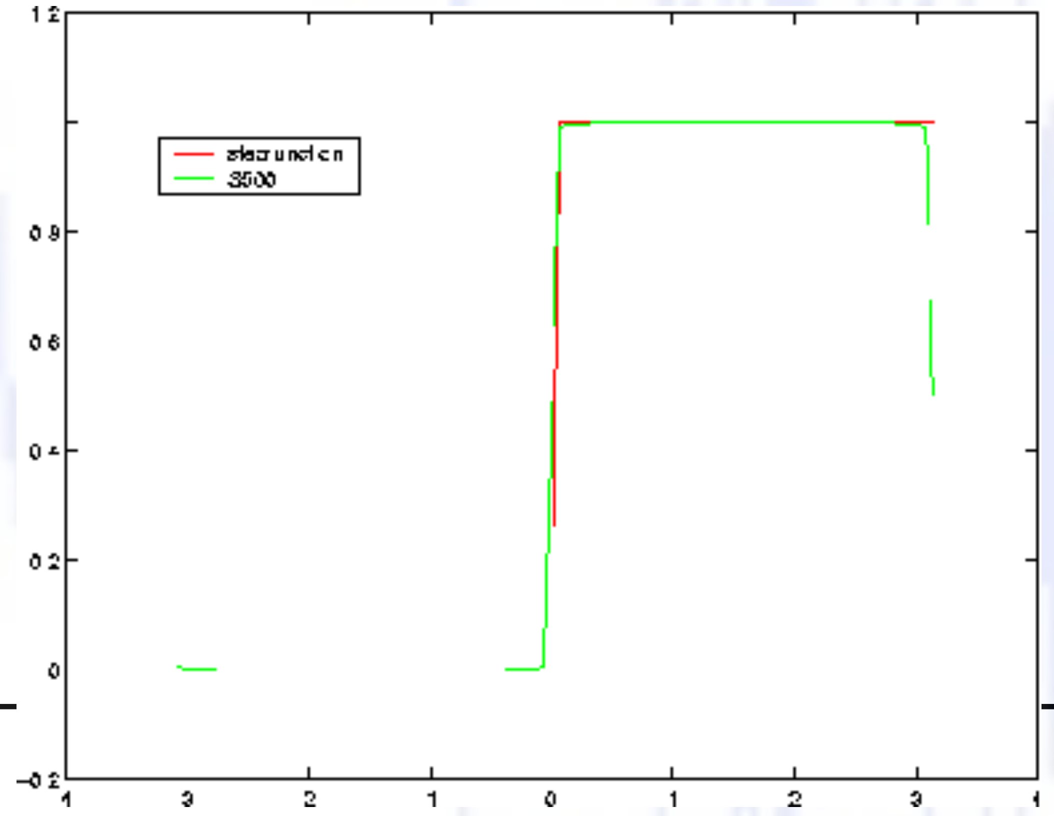


Diagramma Tempo-Frequenza







con
500 armoniche..

Quante componenti armoniche?
(sicuramente non un numero infinito!)

Quanto la potenza dI segnale ricostruito non cambi più all'aumentare del numero di componenti

Teorema di Perseval (identità di Rayleigh)

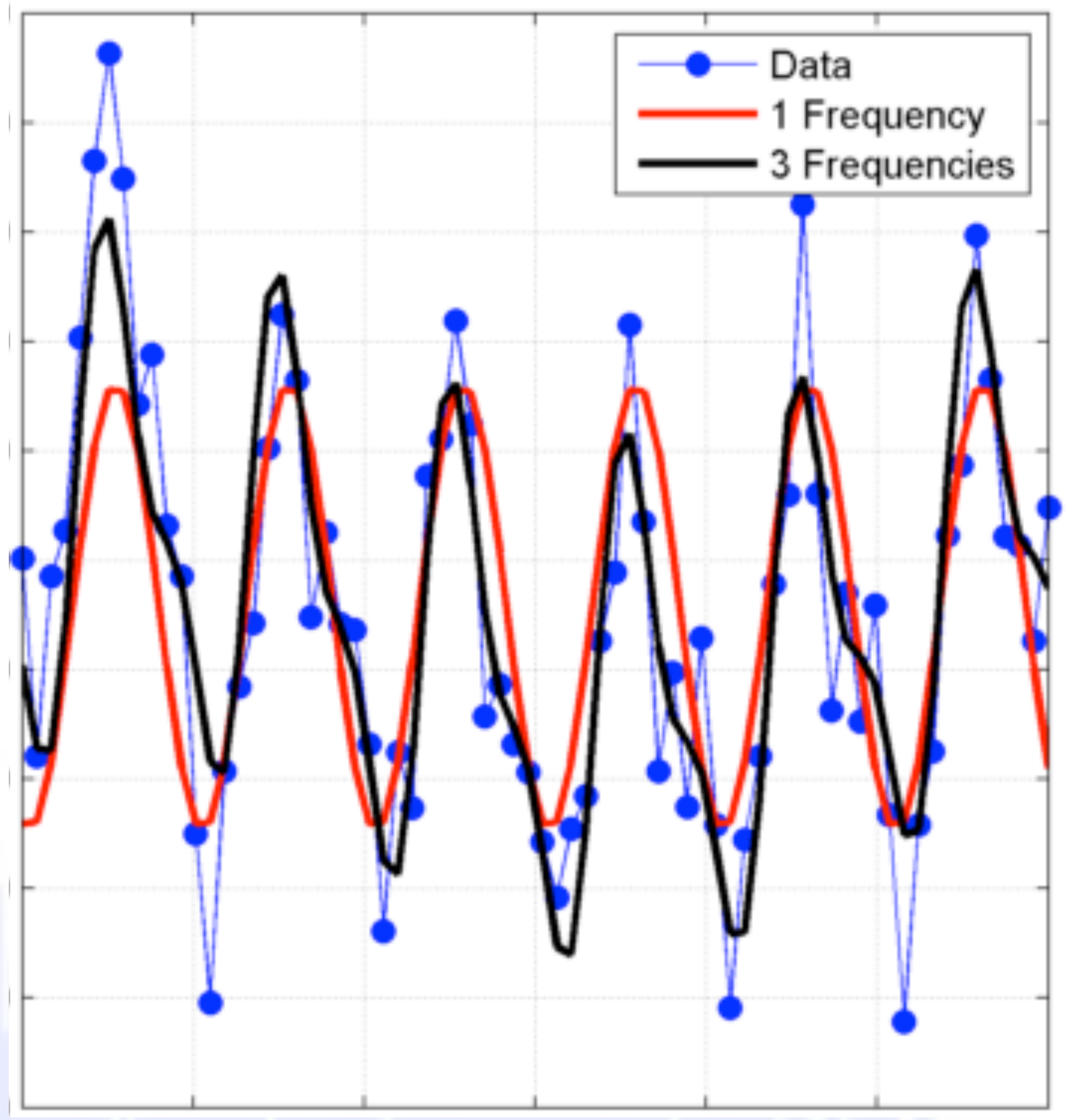
.. stabilisce che la sommatoria del prodotto dei coefficienti di Fourier di due funzioni periodiche è uguale all'integrale del loro prodotto

Marc-Antoine Perseval
1755-1836

$$P_m = \frac{1}{T}\int_0^t \left[f(t)\right]^2 dt = \sum_{n=0}^{\infty} |c_n|^2$$

Potenza del segnale

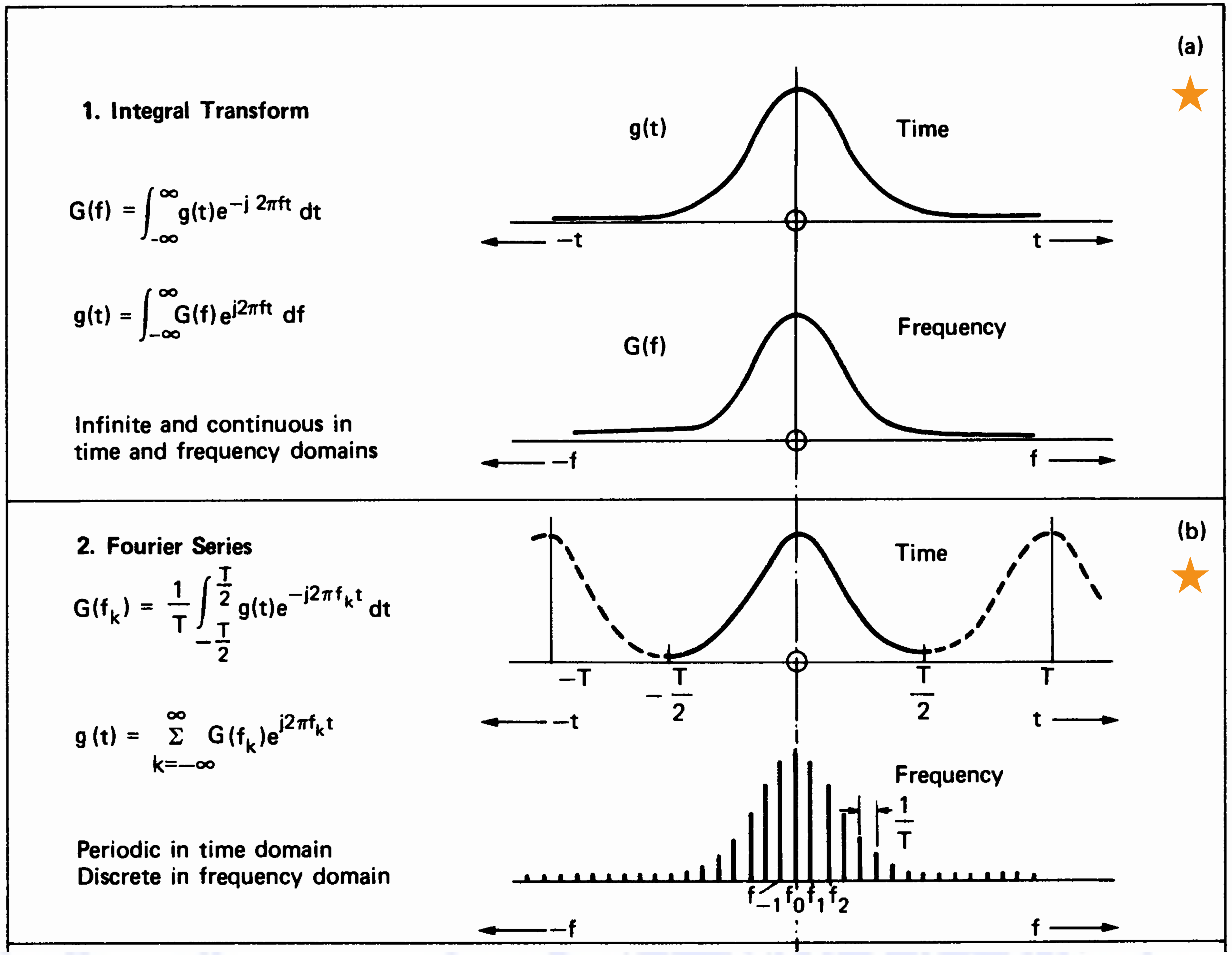
$$\hat{P}_f \simeq P_t$$



Non tutti i segnali sono periodici… come cambia la trasformata di Fourier?

Segnale **APERIODICO CONTINUO**
Integrale di Fourier

Segnale **PERIODICO CONTINUO**
Serie di Fourier



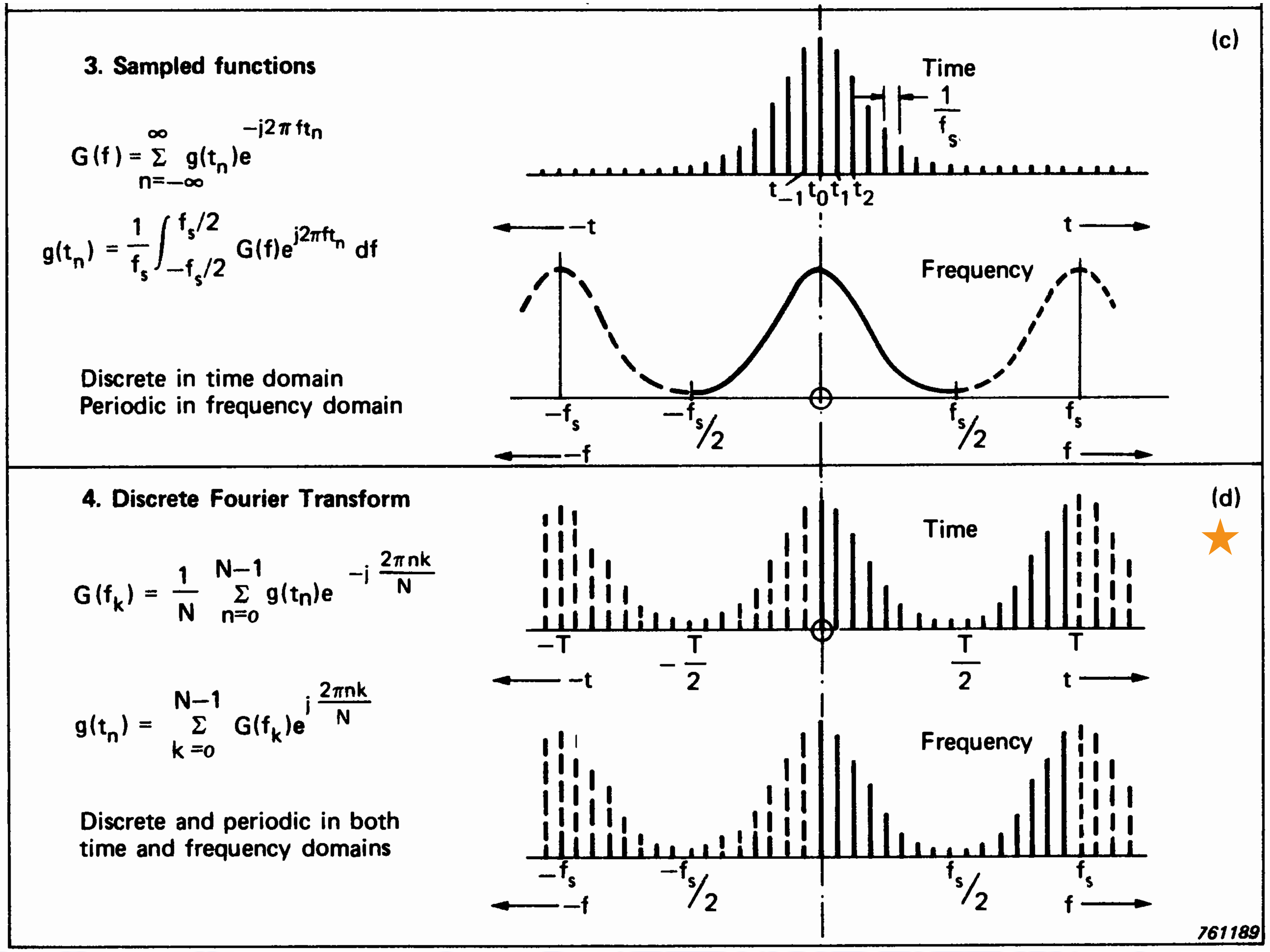
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Luigi BREGANT
bregant@units.it

Non tutti i segnali sono periodici… come cambia la trasformata di Fourier?

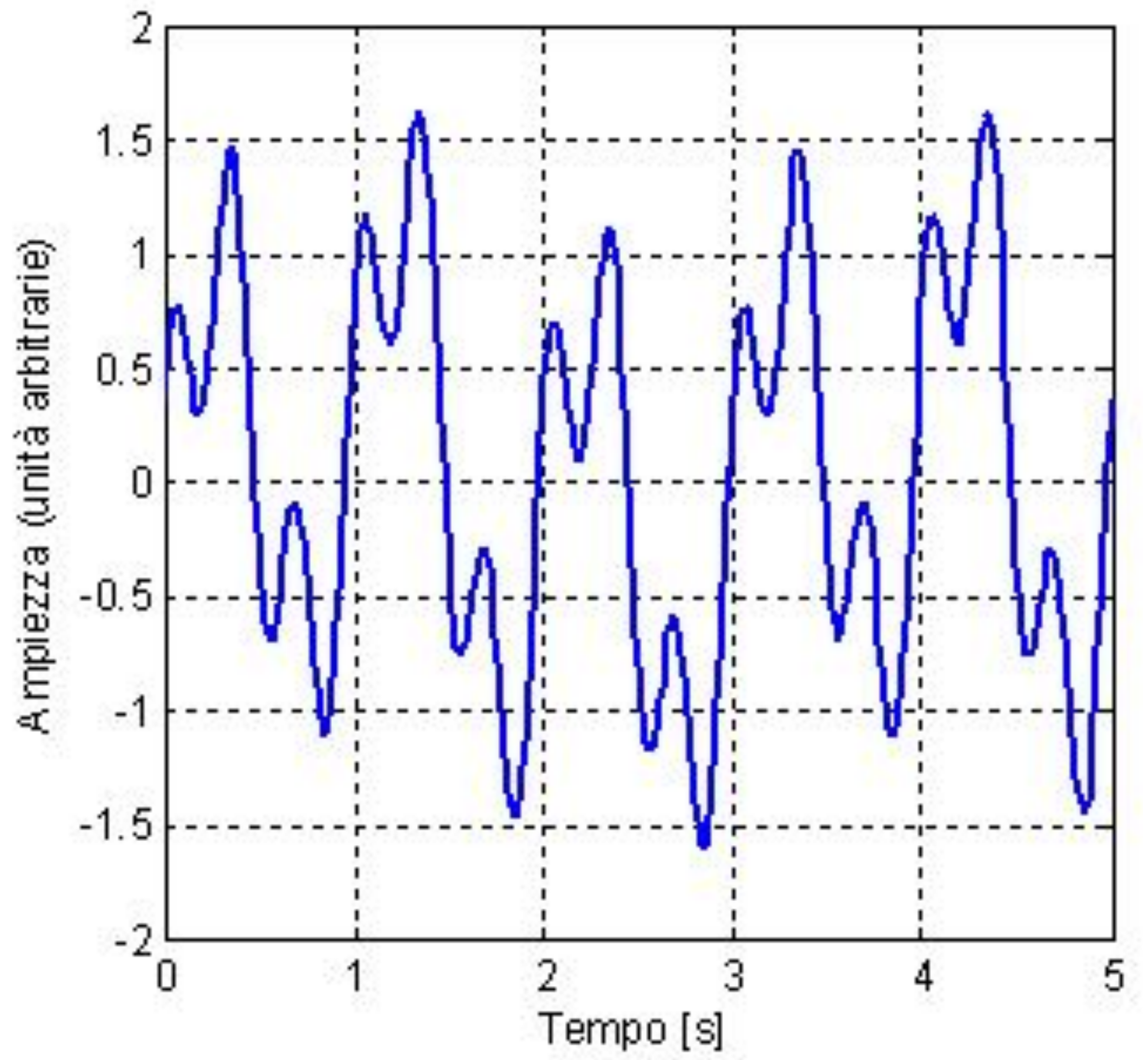
Segnale **APERIODICO CAMPIONATO**
Trasformata discreta nel tempo di Fourier

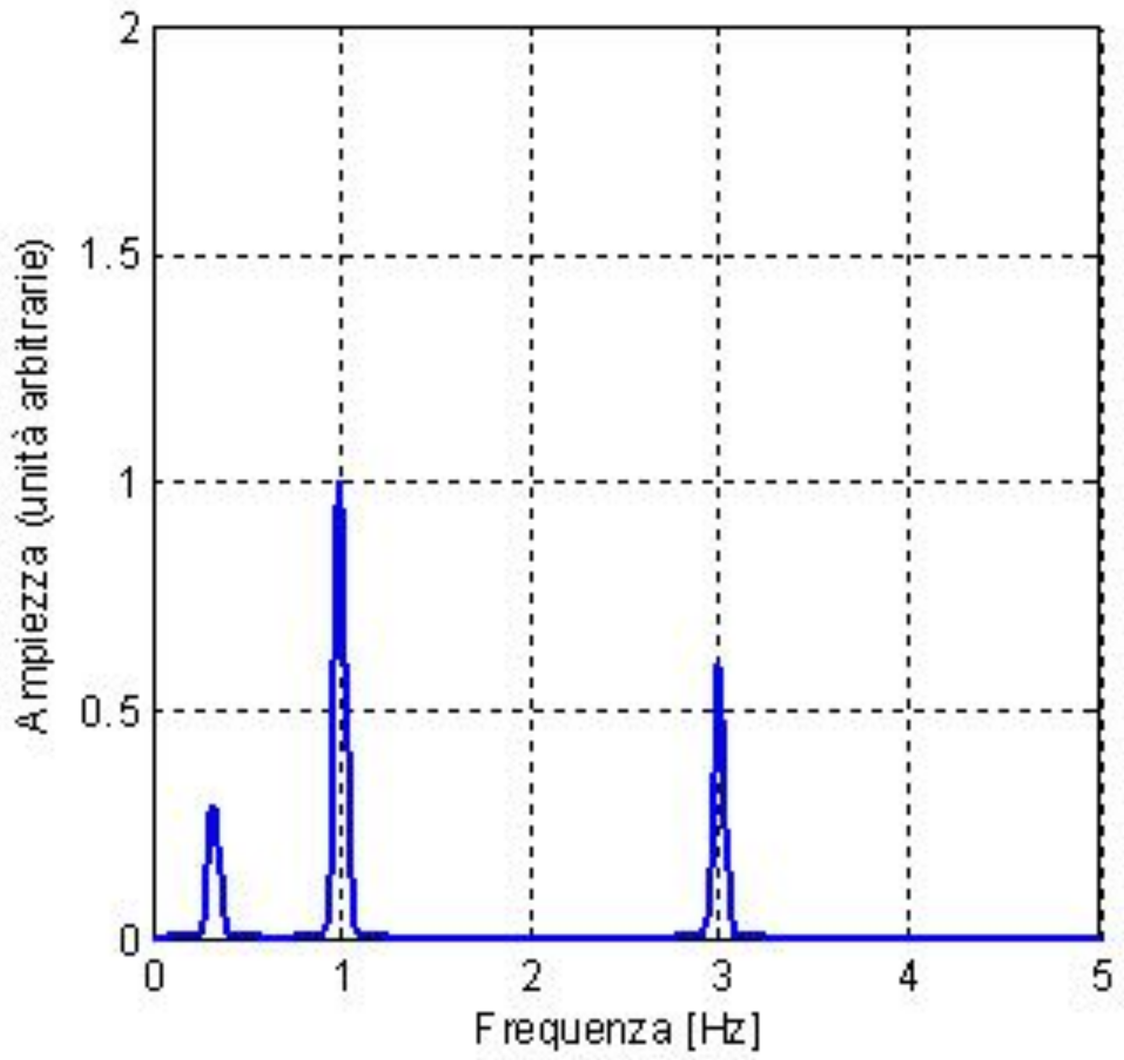
Segnale **PERIODICO CAMPIONATO**
Trasformata discreta di Fourier

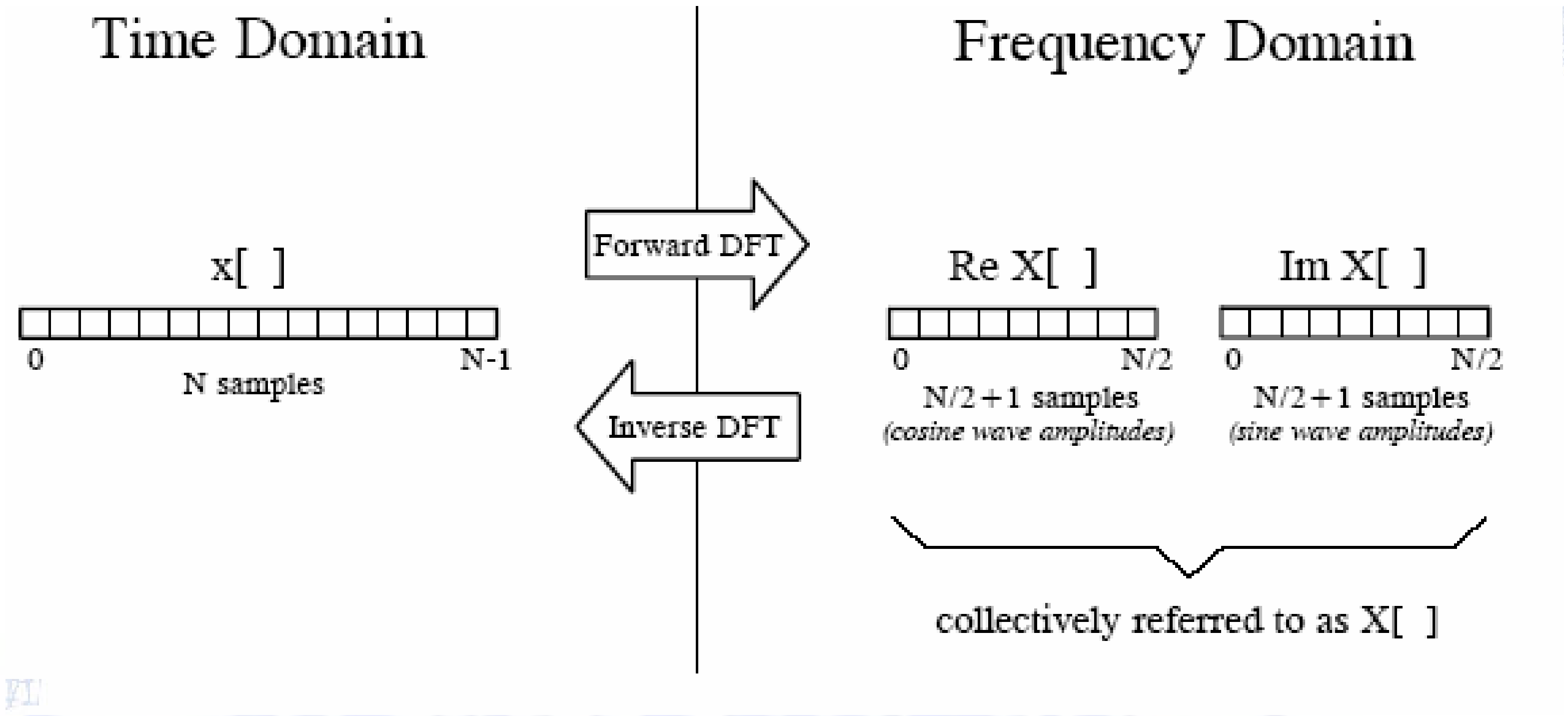


NB quando il segnale viene campionato lo spettro in frequenza diventa periodico !

NB quando il segnale lavora su un segnale campionato, bisogna considerare un numero di campioni N rappresentativi del segnale (sia nel dominio t che nel dominio f)
non possiamo campionare all'infinito il sistema di acquisizione ha memoria finita!







nel dominio del tempo (dominio R)
acquisiamo N campioni

nel dominio della frequenza (dominio C)
gli N campioni devono descrivere il segnale>
N/2 parte Reale - N/2 parte Immaginaria
oppure
N/2 ampiezza - N/2 fase

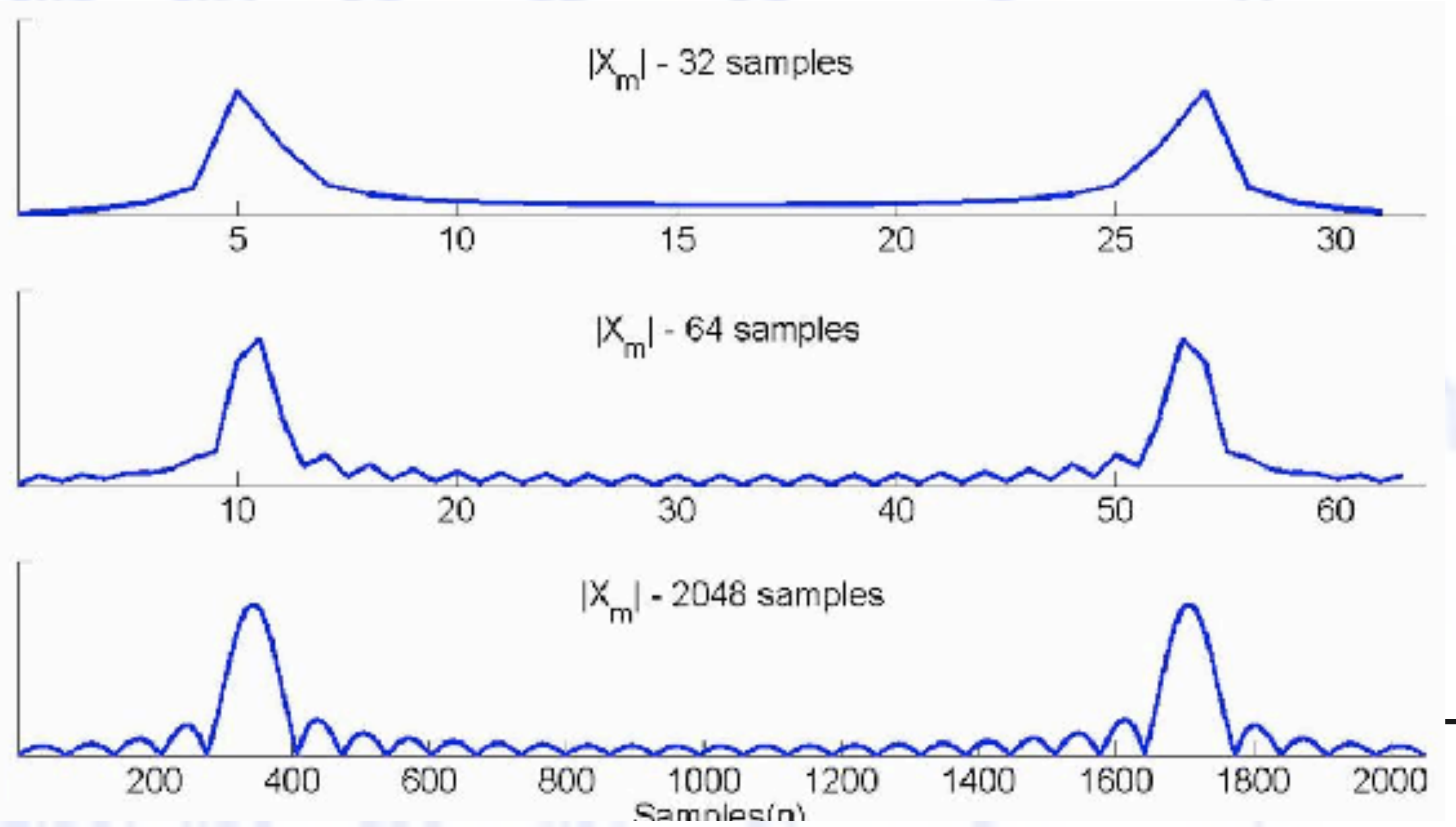
Da qui alcune un paio di relazioni interessanti.

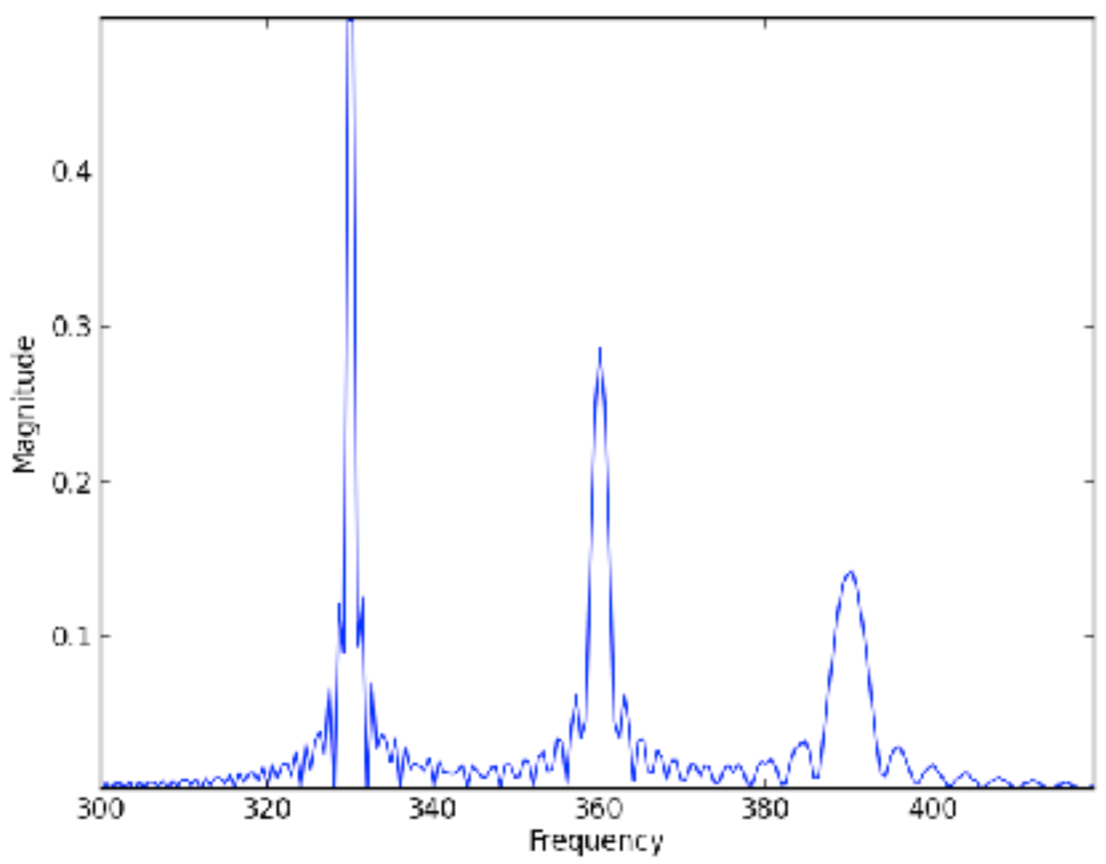
Quali sono i legami tra
numero di campioni N [-]
frequenza di campionamento f_s [Hz] oppure [-/s]
risoluzione spettrale Δf [ΔHz]
durata dell'acquisizione T [s]

$$N = T * f_s$$

$$\Delta f = \frac{f_s/2}{N/2} = \frac{f_s/2}{T * f_s/2} = \frac{1}{T}$$

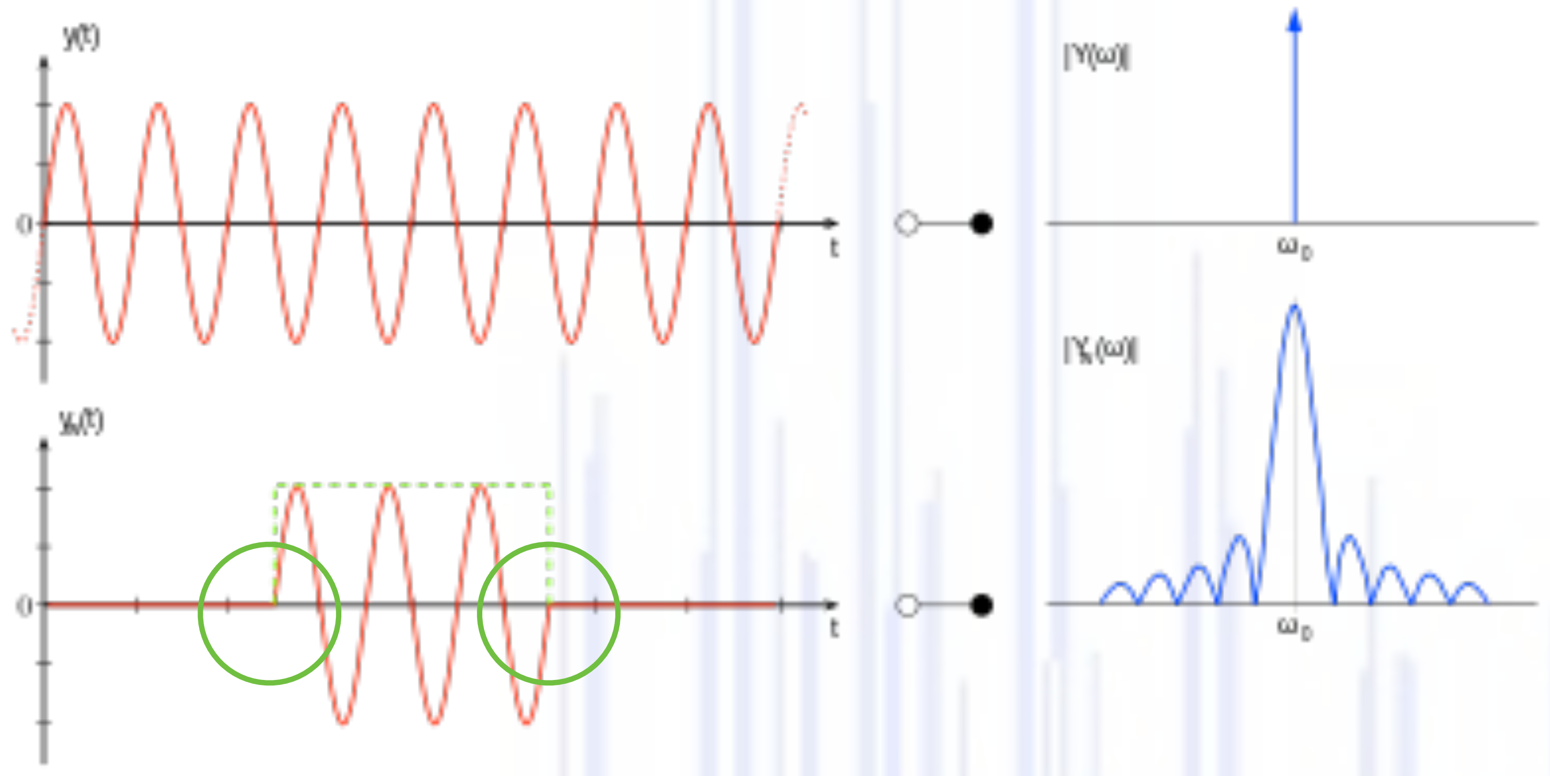
..da cui si dedica che la risoluzione spettrale
non dipende dalla frequenza di campionamento!



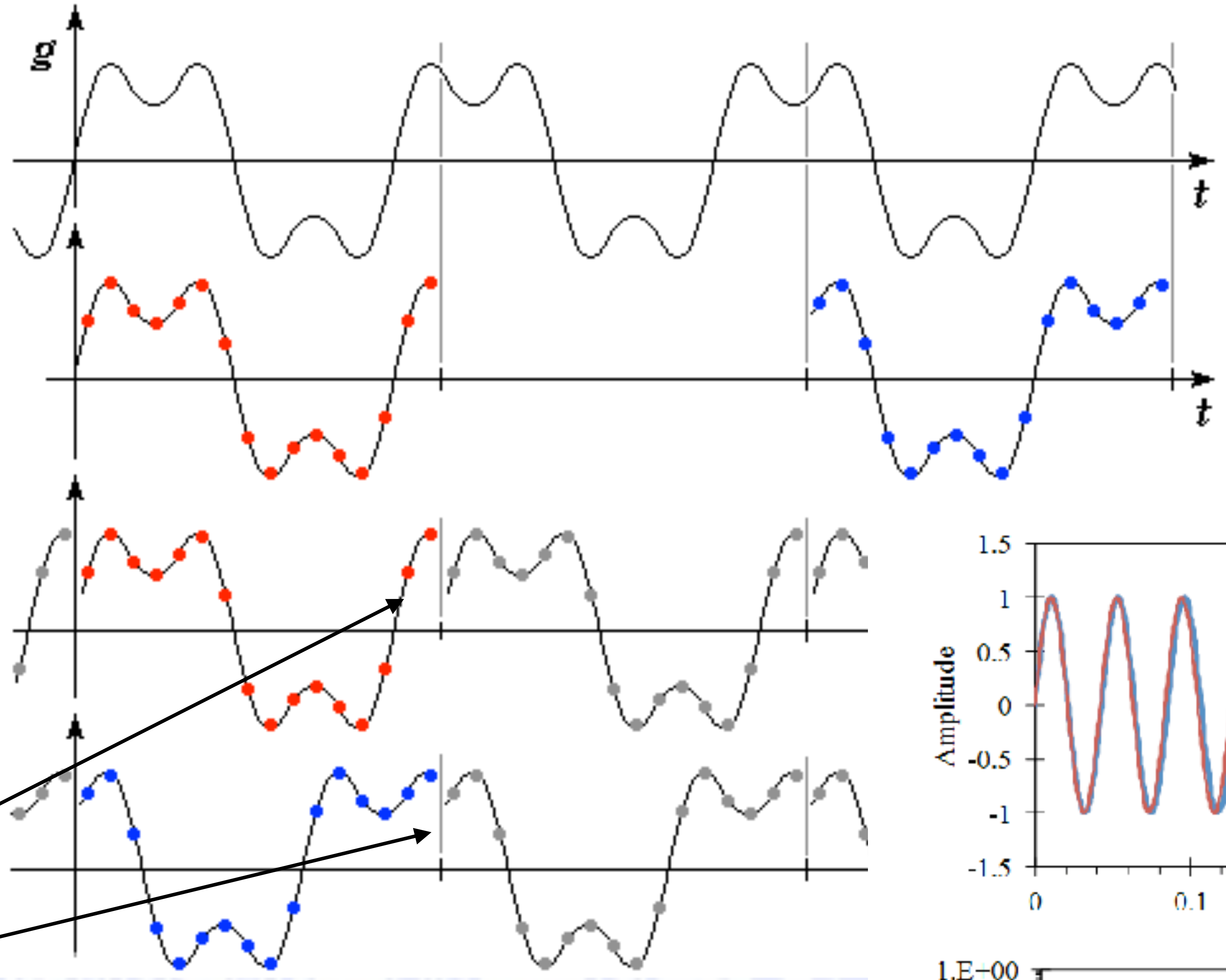


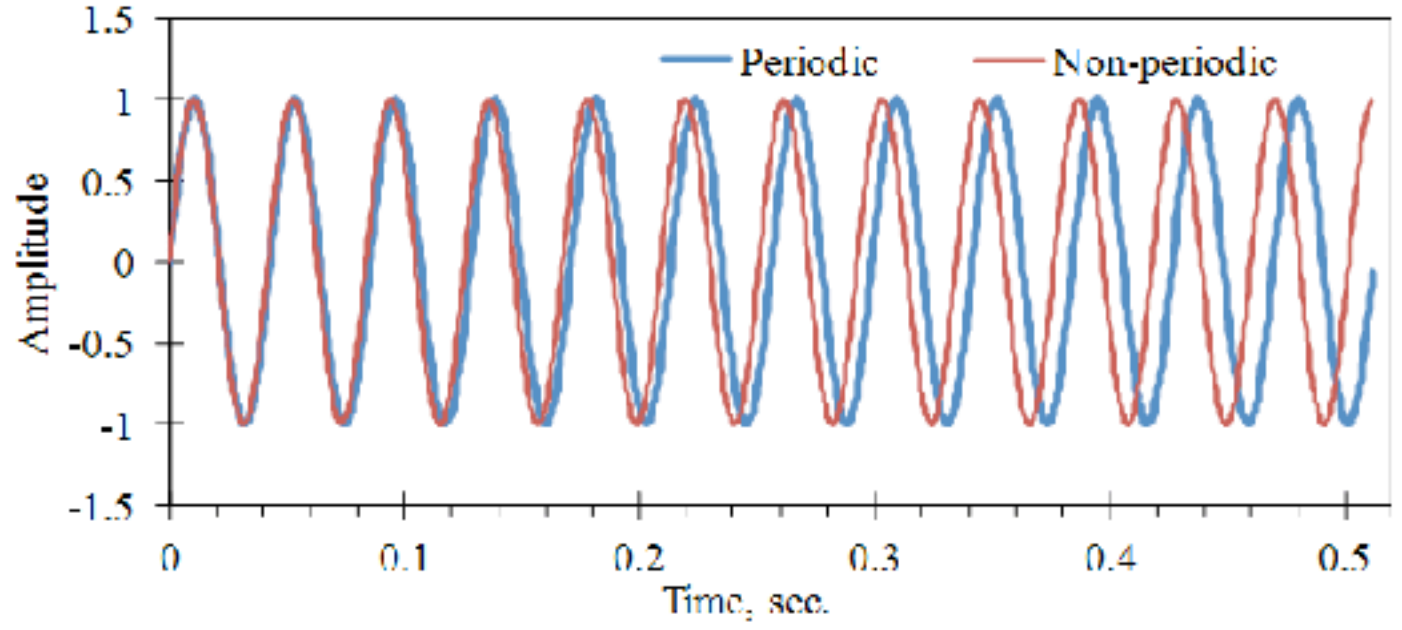
Luigi BREGANT
bregant@units.it

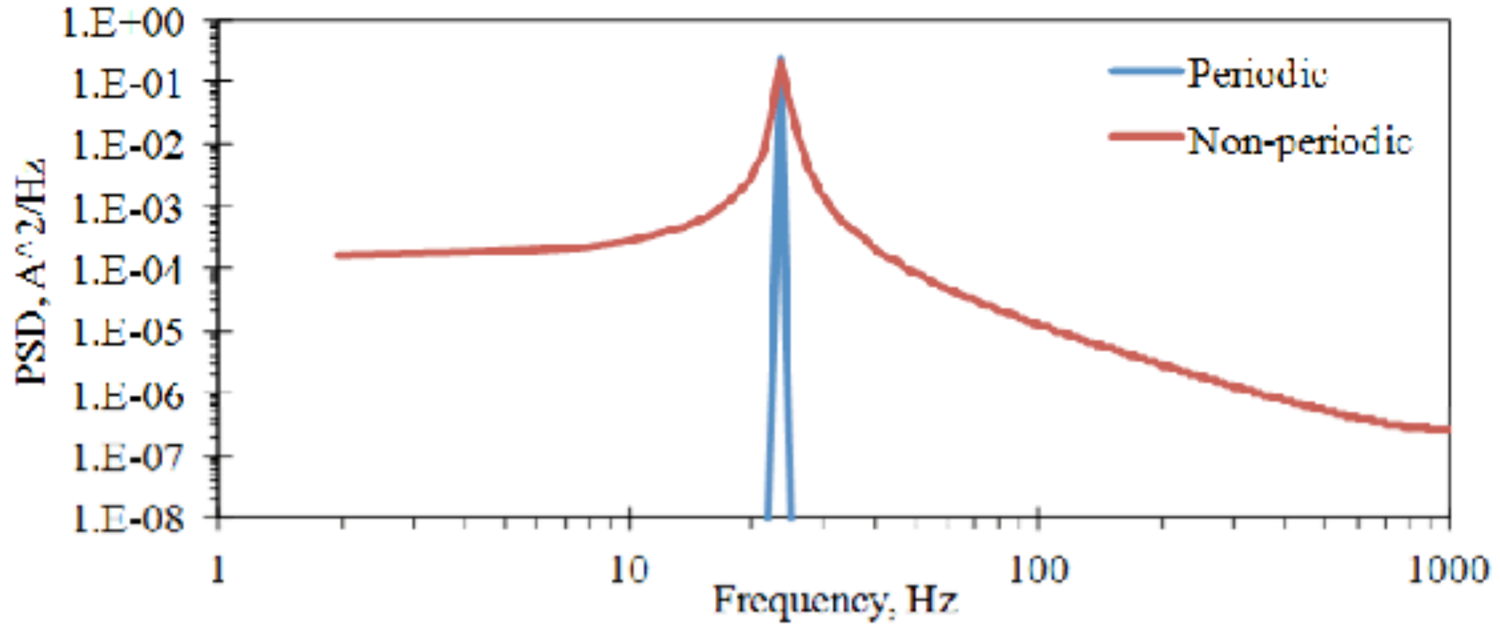
..qualora gli N campioni non descrivono compiutamente il segnale (es non rappresentano un numero intero di periodi del segnale) si ha il problema del **LEAKAGE** che si evidenza nel dominio della frequenza come una ridistribuzione delle ampiezze delle componenti spettrali!



discontinuità







Discontinuità non presenti nel segnale originario

Il leakage non si può eliminare (a priori non si conosce il periodo del segnale, c’è rumore nei dati) a meno di segnali transitori (iniziano e finiscono a zero)

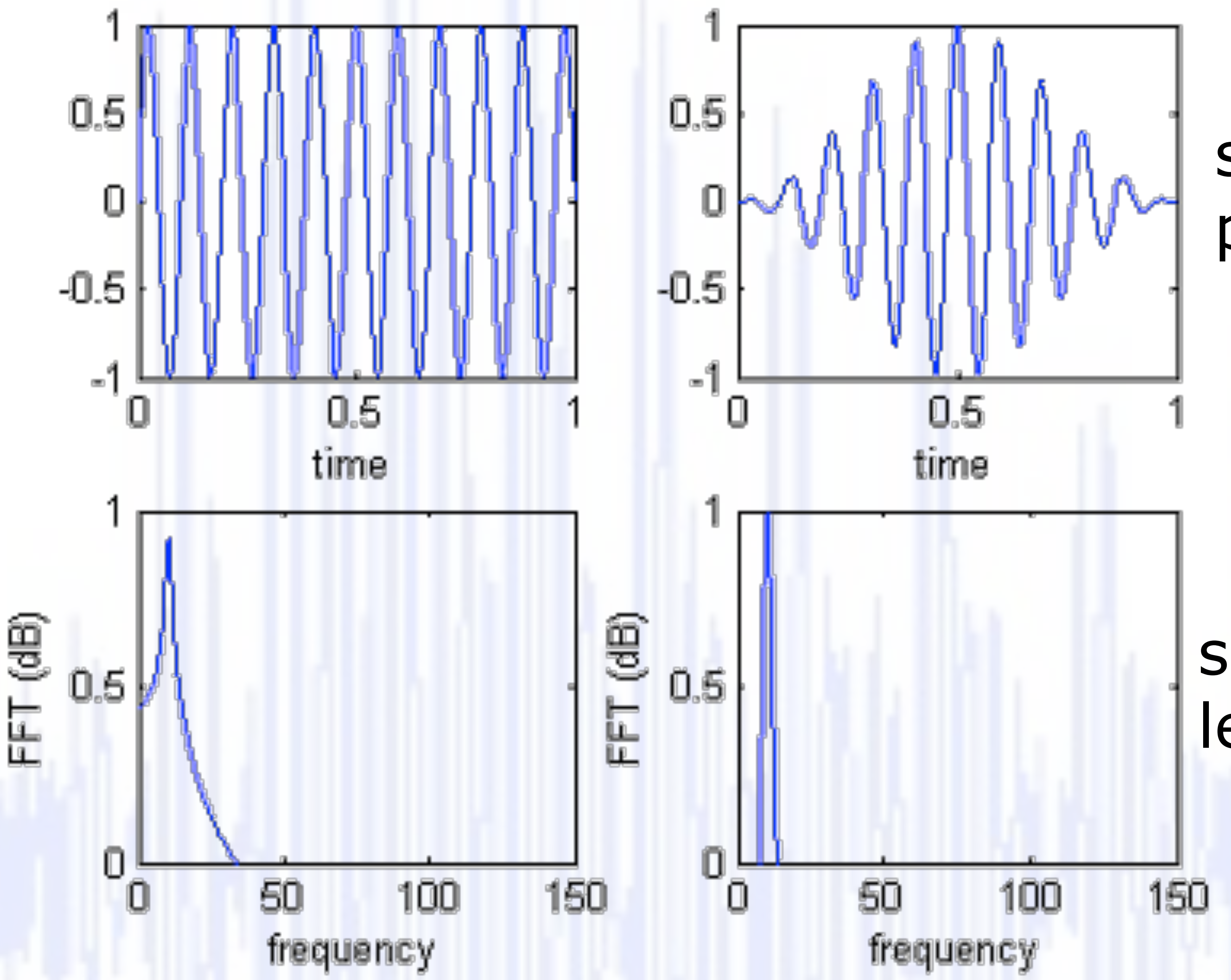
Si può ridurre tramite delle finestre di pesatura che simulano il fatto che il segnale sia un transitorio e quello che è contenuto nella finestra rappresenti un periodo del segnale.

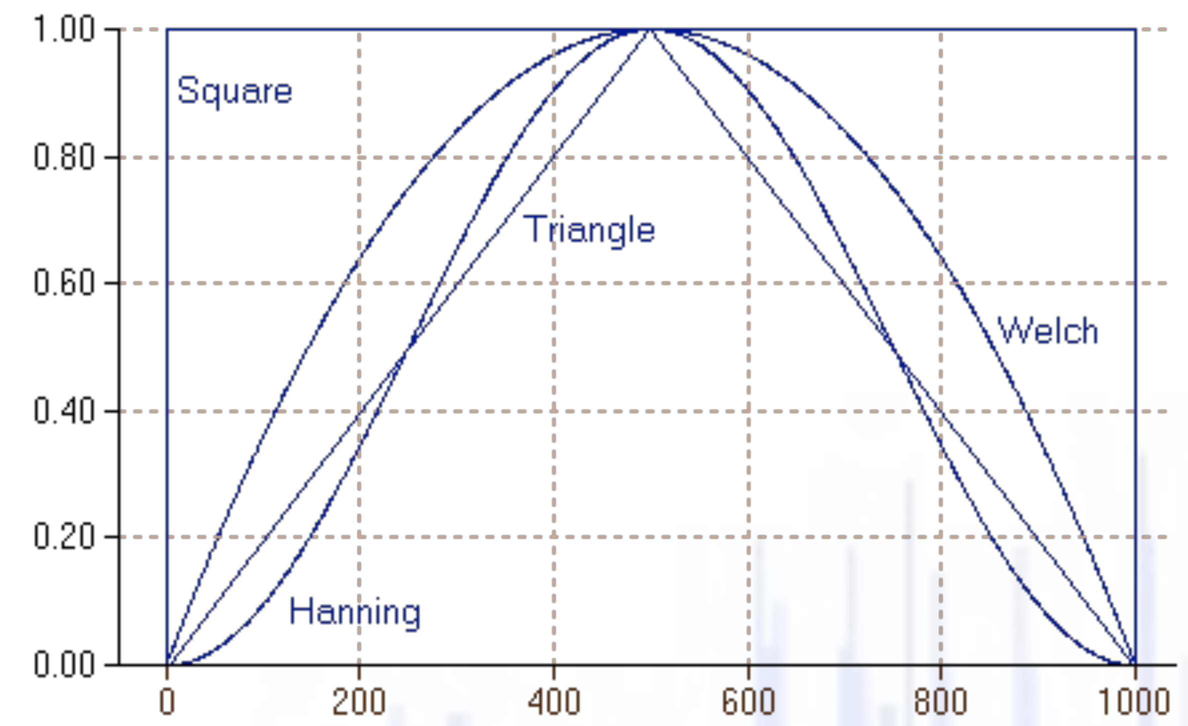
segnale originale

segnale pesato

spettro con leakege

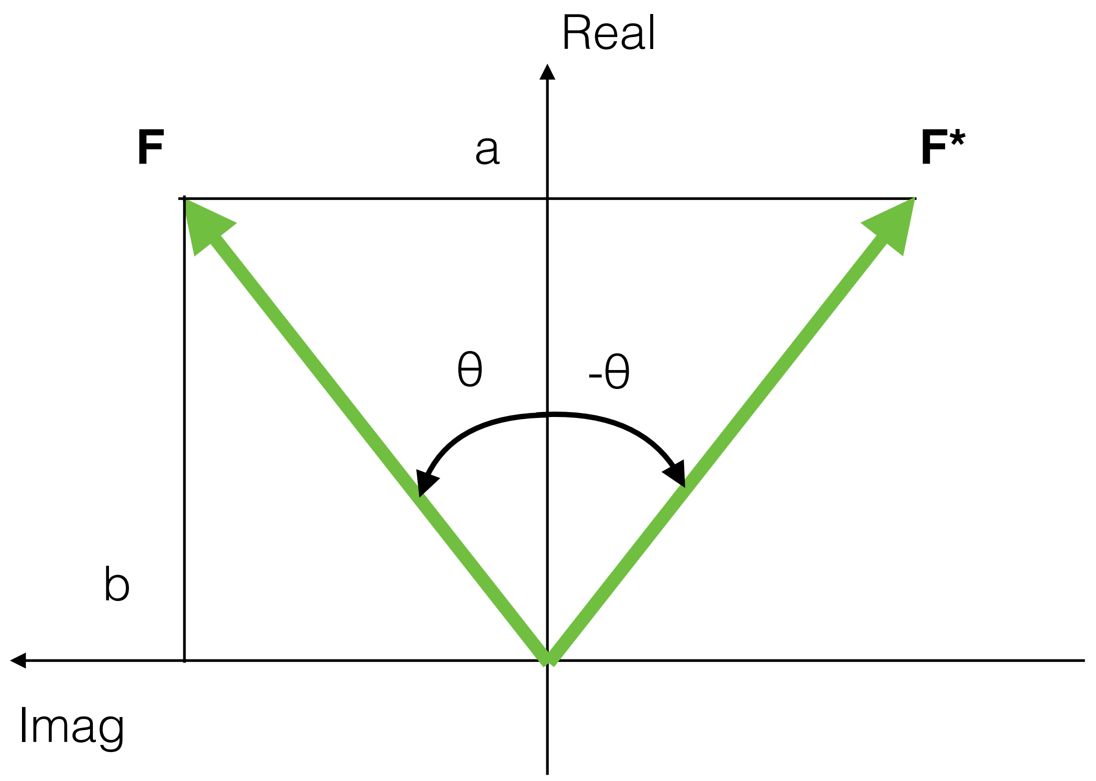
spettro senza leakege





* Le finestre di pesatura lavorano come filtri!
* Serve una correzione delle componenti dello spettro peer le riduzione di potenza del segnale!

Un po’ di formule per gradire..

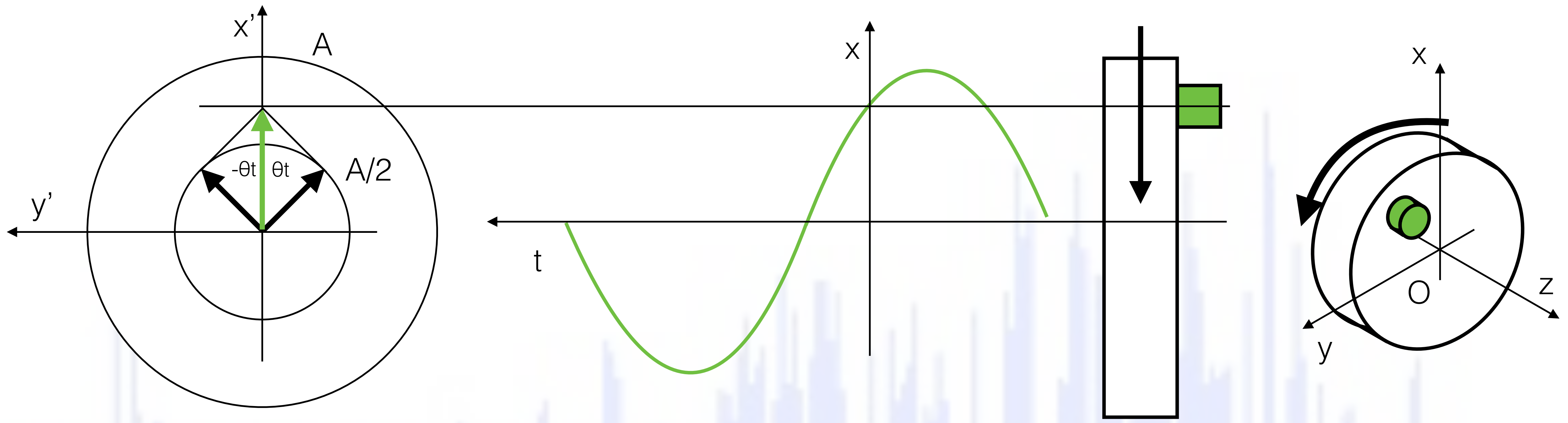


* Ogni vettore in un piano complesso
può essere descritto con

una somma complessa $$F = a + jb \qquad F^* = a - jb$$

un vettore rotante $$F = \left|F\right| e^{j\theta} \qquad F^* = \left|F\right| e^{-j\theta}$$

* Ogni componete armonica può essere
vista come la somma di due vettori contro-rotanti..



$$A = \left|\frac{A}{2}\right| e^{j\omega t} \qquad A^* = \left|\frac{A}{2}\right| e^{-j\omega t}$$

ricordiamo anche la formula di Eluero $$e^{j\theta} = cos(\theta) + jsin(\theta)$$

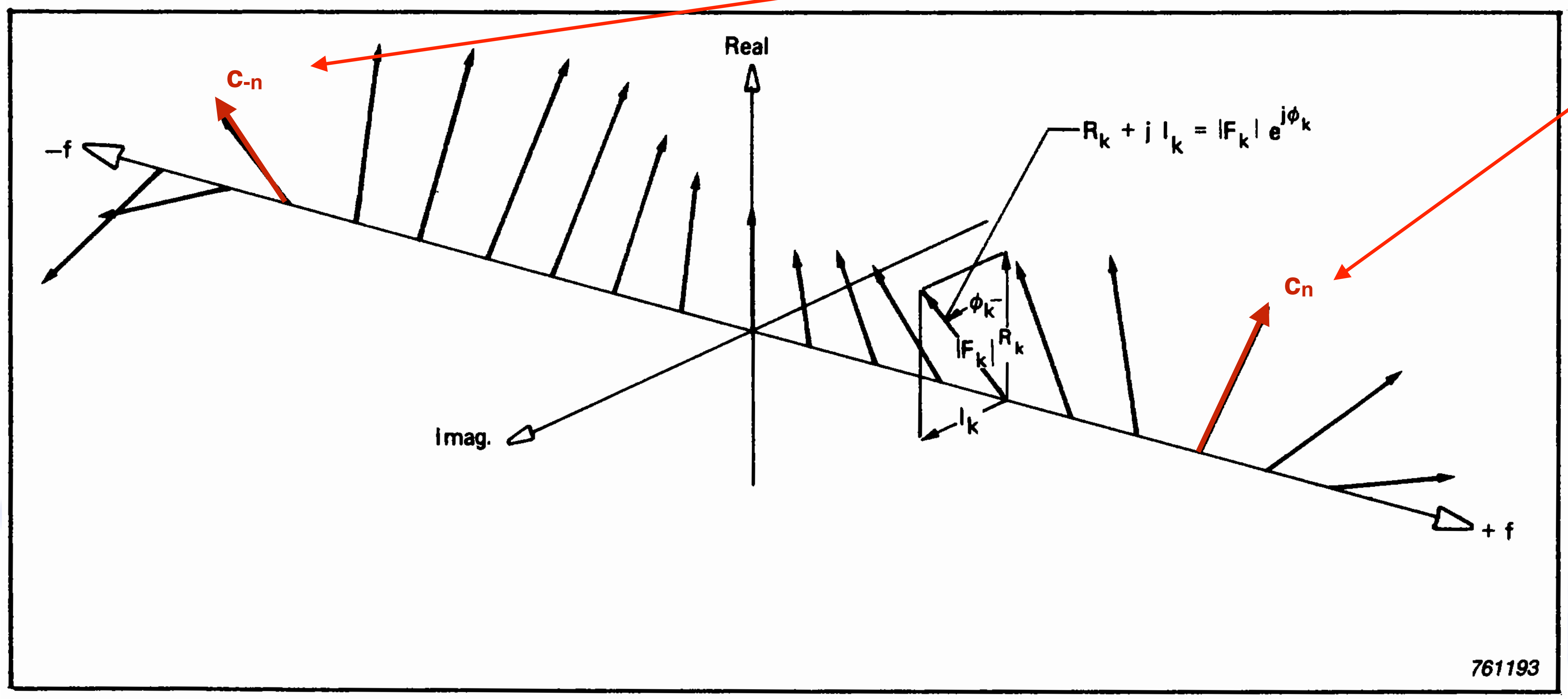
Con questa notazione possiamo modificare la forma della serie di Fourier:

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n cos(n\omega_o t) + b_n sin(n\omega_0 t) \qquad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

T_o, periodo del sengnale
ω_o, frequenza fondamentale

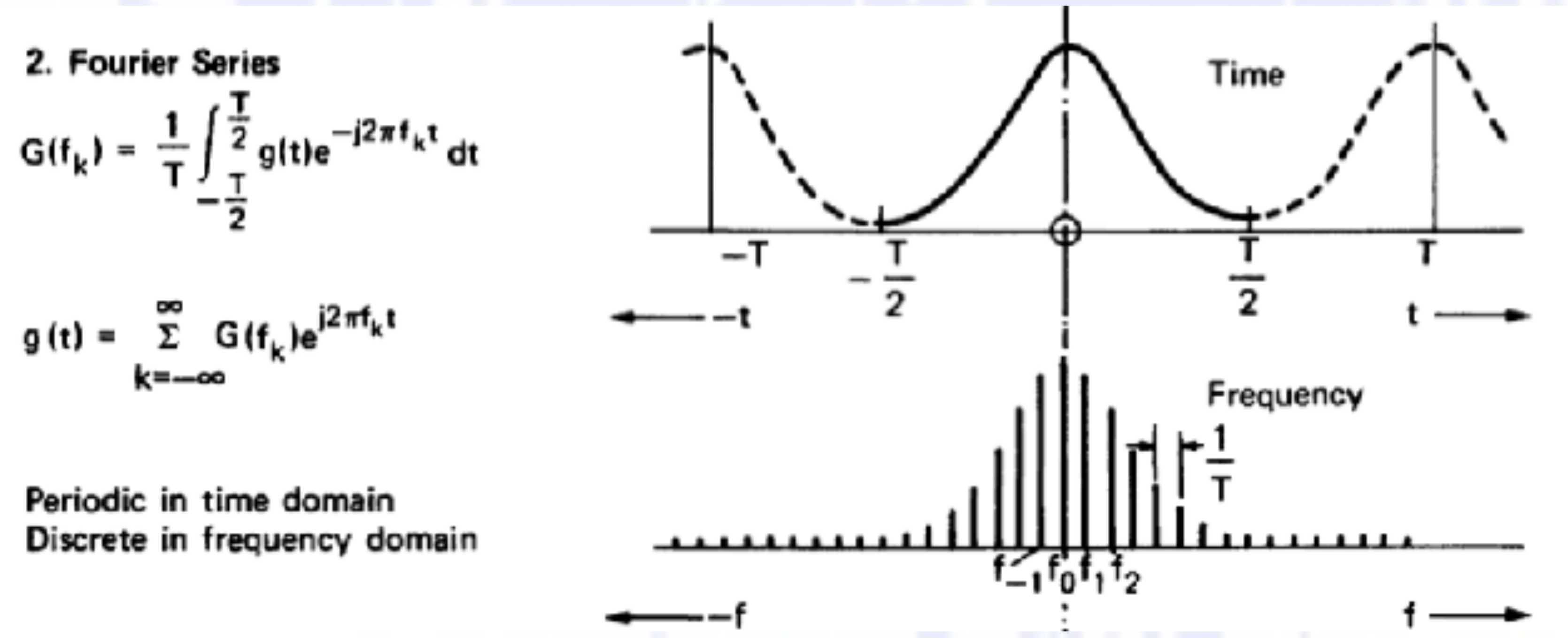
$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{jn\omega t} \qquad c_n = \frac{1}{2}(a_n \pm b_n) \qquad c_n = c_{-n}*$$

c_n ha simmetria Hermitiana

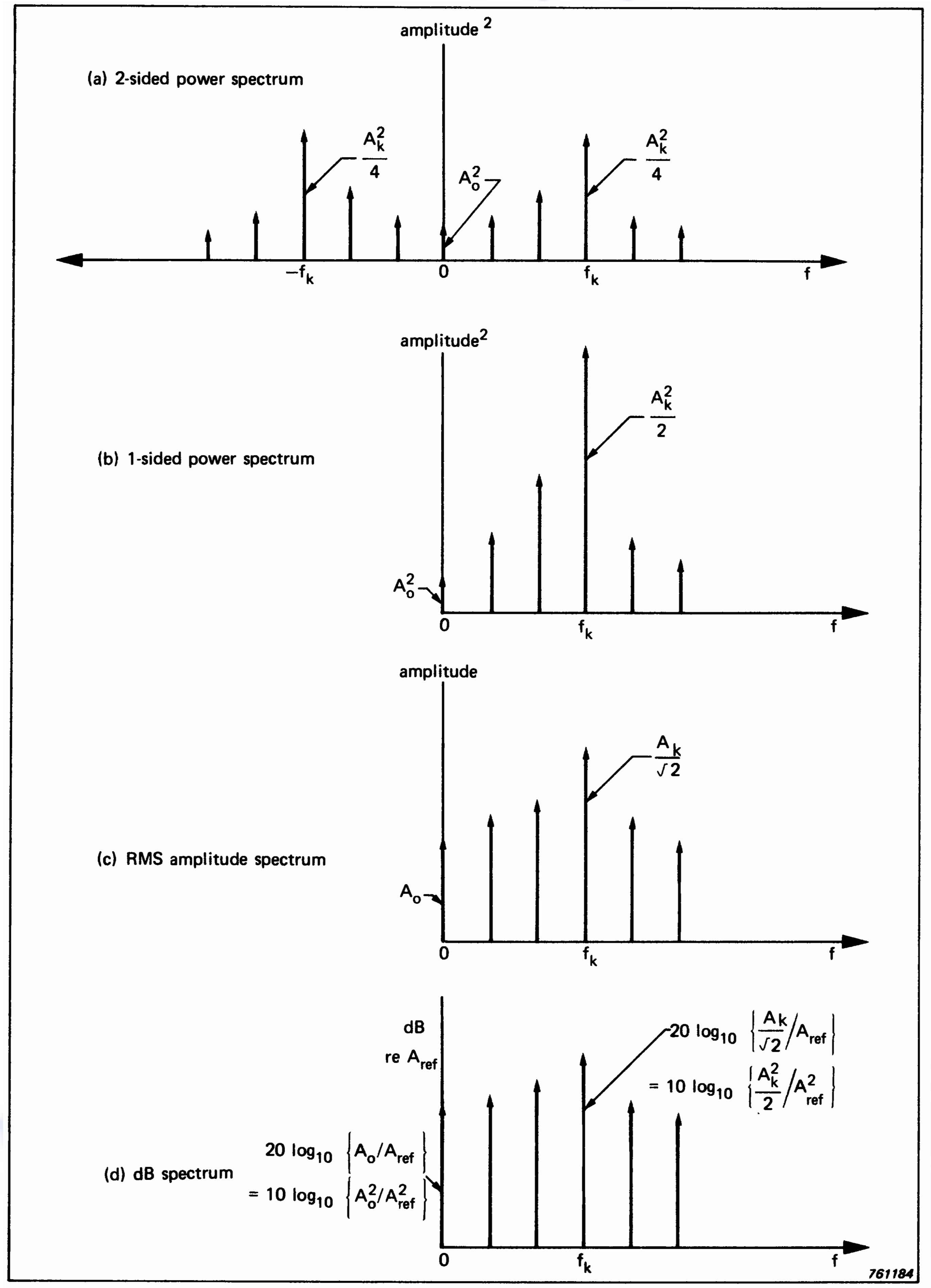


NB la serie di Fourier è definita solo per valori discreti di ω
> spettro discreto per funzioni periodiche

$$1 * \omega_o - 2 * \omega_o - 3 * \omega_o \ldots n * \omega_o$$



Non è pratico gestire una funzione che va da -infinito a + infinito, si utilizzano rappresentazioni differenti.. da 0 a +infinito solamente.



Lineare

RMS

dB

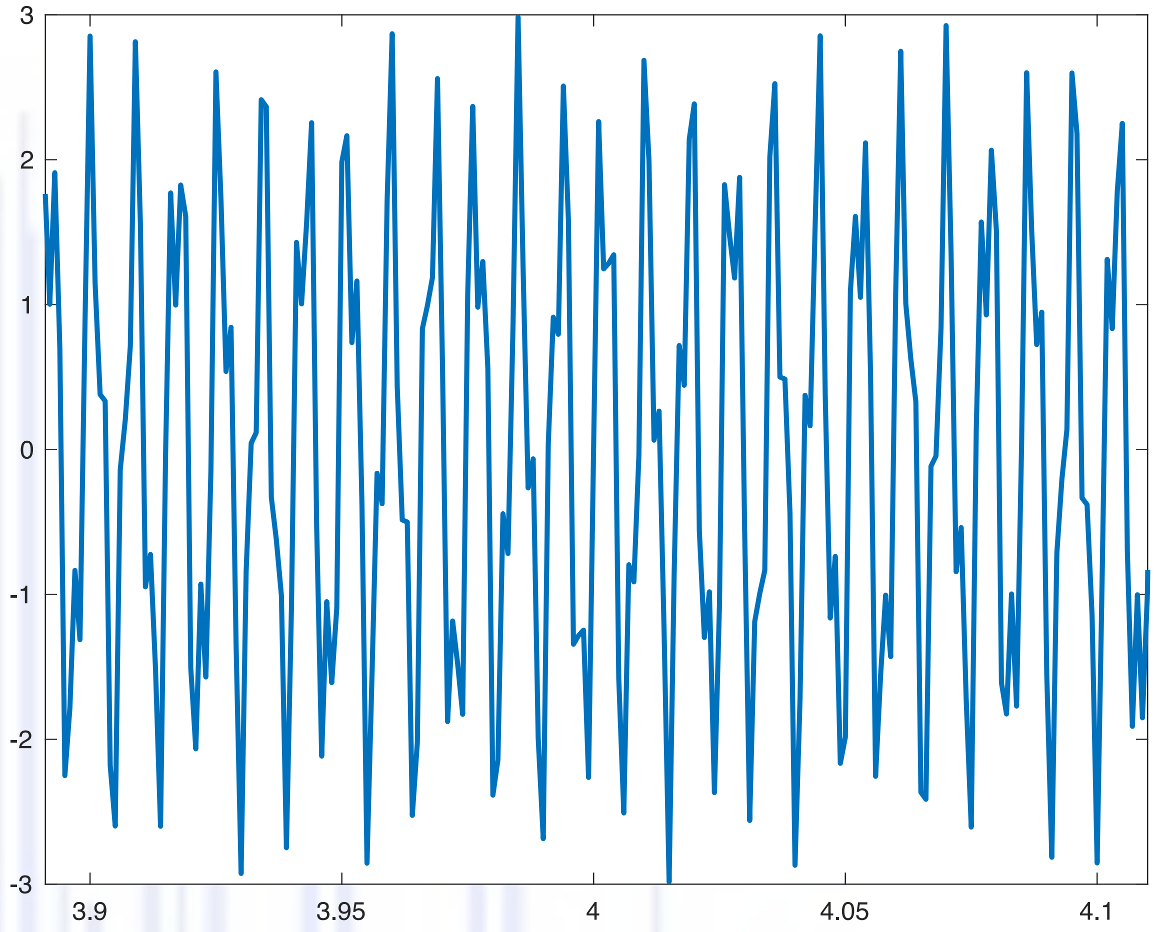
Di solito si preferisce visualizzare lo spettro (GG*) del segnale piuttosto che la trasformata (G).

Lo spettro ha le componenti “quadratiche” che sono proporzionali alla potenza del segnale a quella frequenza
(teorema Perseval)

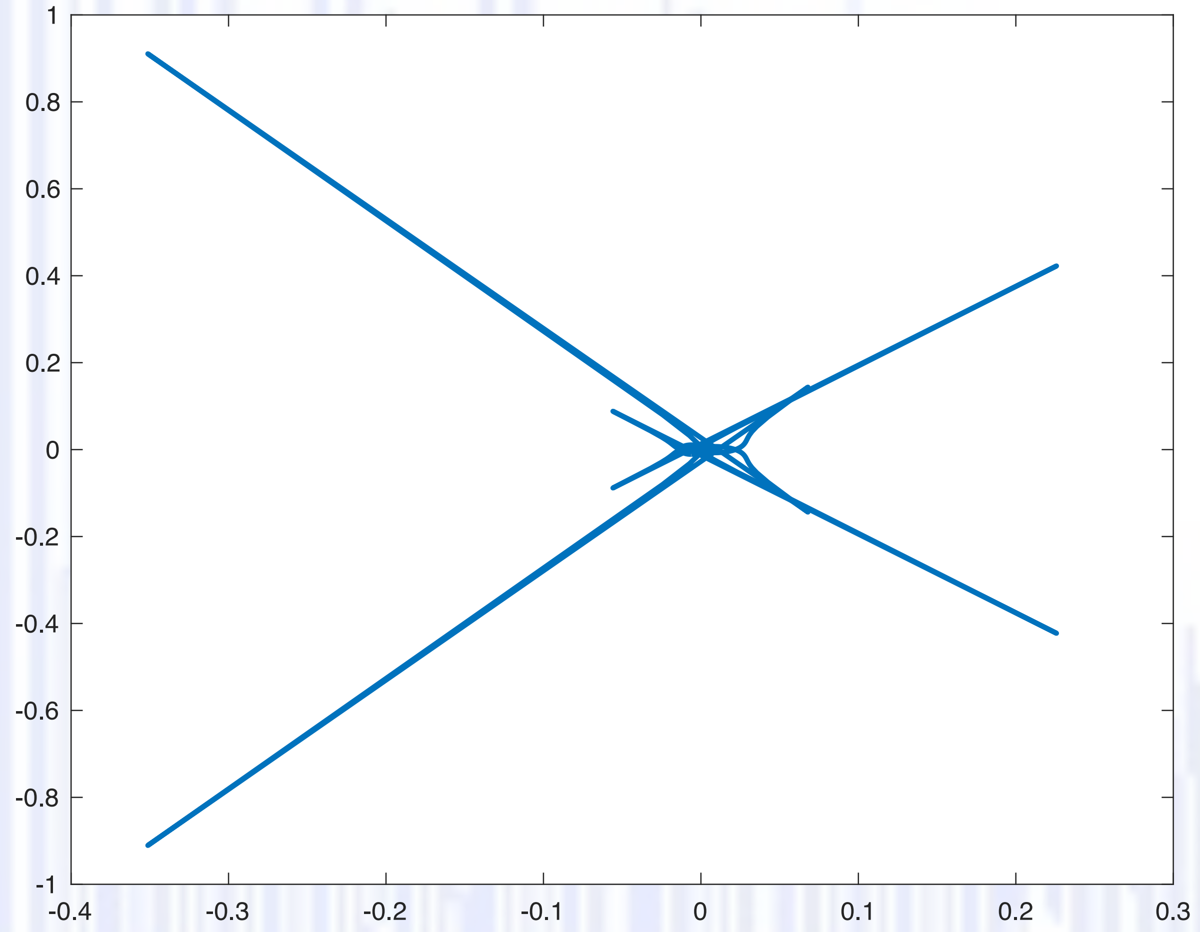
Attenzione all’utilizzo di MATLAB!
la funzione FFT calcola la trasformata (G)
non lo spettro (GG*), e visualizza il risultato
in maniera differente!!

1 Generiamo un segnale con due componenti armoniche

```
>> t=0:0.01:10;
>> a=sin(2*pi*34*t)+2*sin(2*pi*12*t);
>> plot(t(1:100),a(1:100))
```

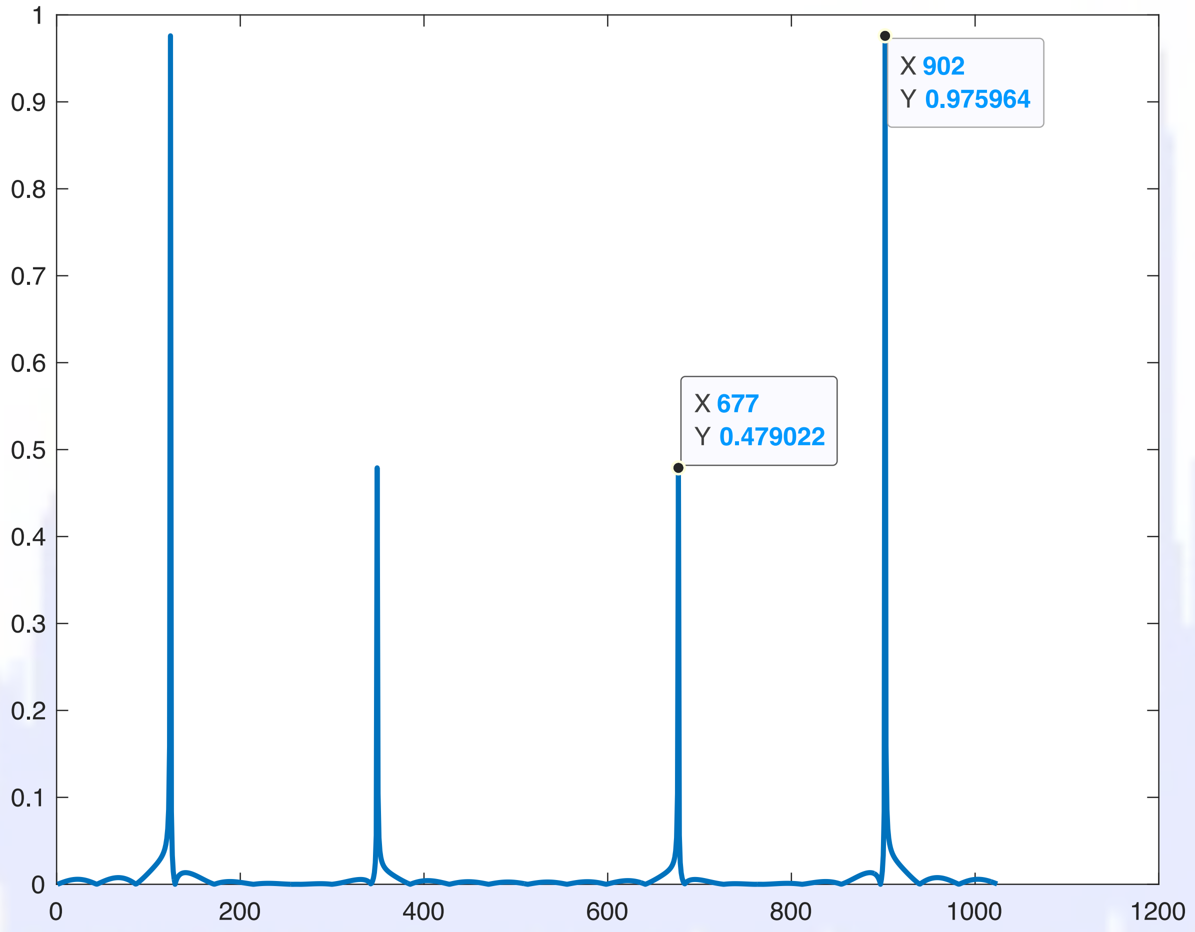



```
>> nfft=2^nextpow2(size(t,2));
>> A=fft(a,nfft)/size(t,2);
>> f=(50)*linspace(0,1,nfft/2+1);
>> plot(A)
```



2 la trasformata è complessa!

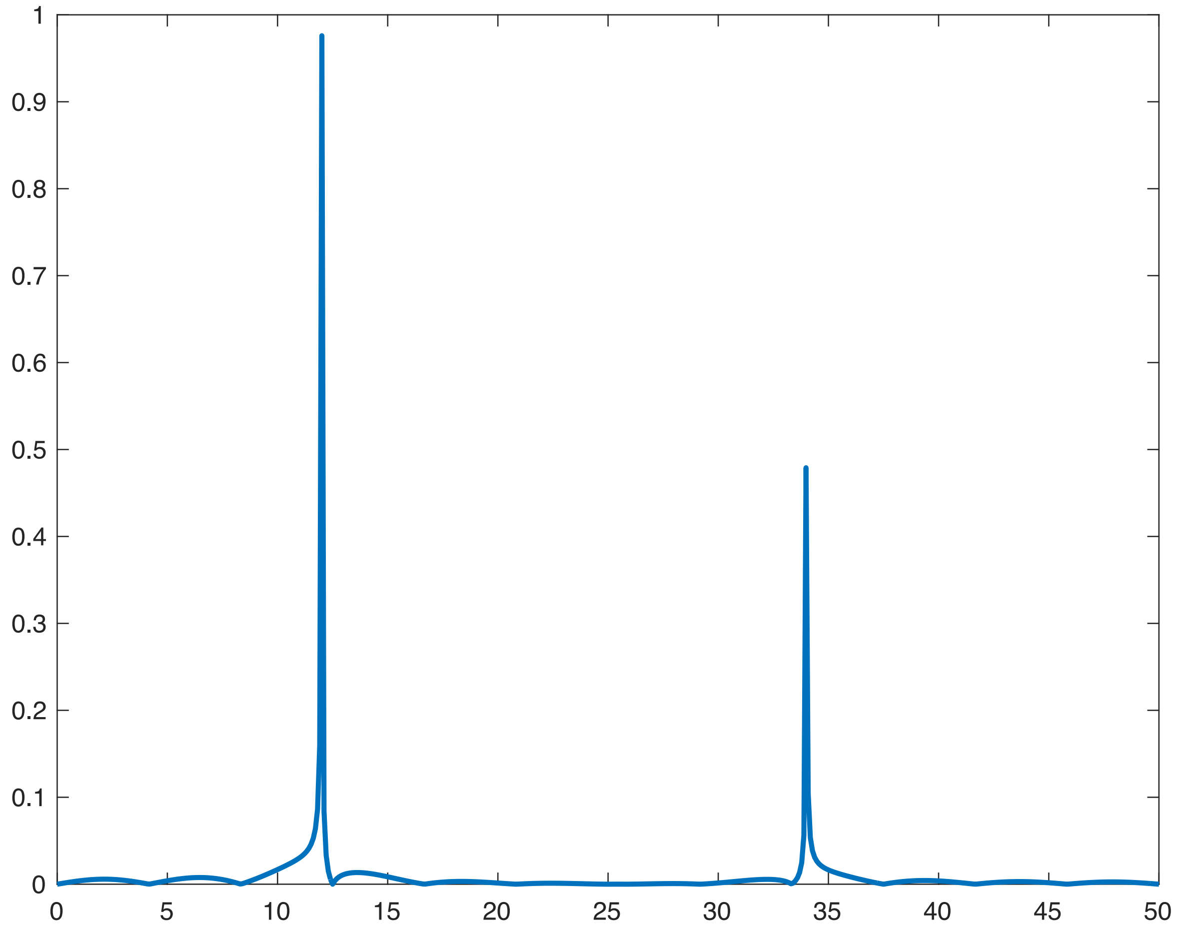
```
>> plot(abs(A))
```



3. prendiamo il valore assoluto

4. ne visualizziamo la prima metà

```
>> plot(f,2*abs(A(1:nfft/2+1)))
```



See il segnale non è periodico (To->∞) la frequenza fondamentale ω_o->0
e la distanza tra le diverse componenti armoniche ->0
quindi la sommatoria della serie di Fourier tende all'integrale di Fourier

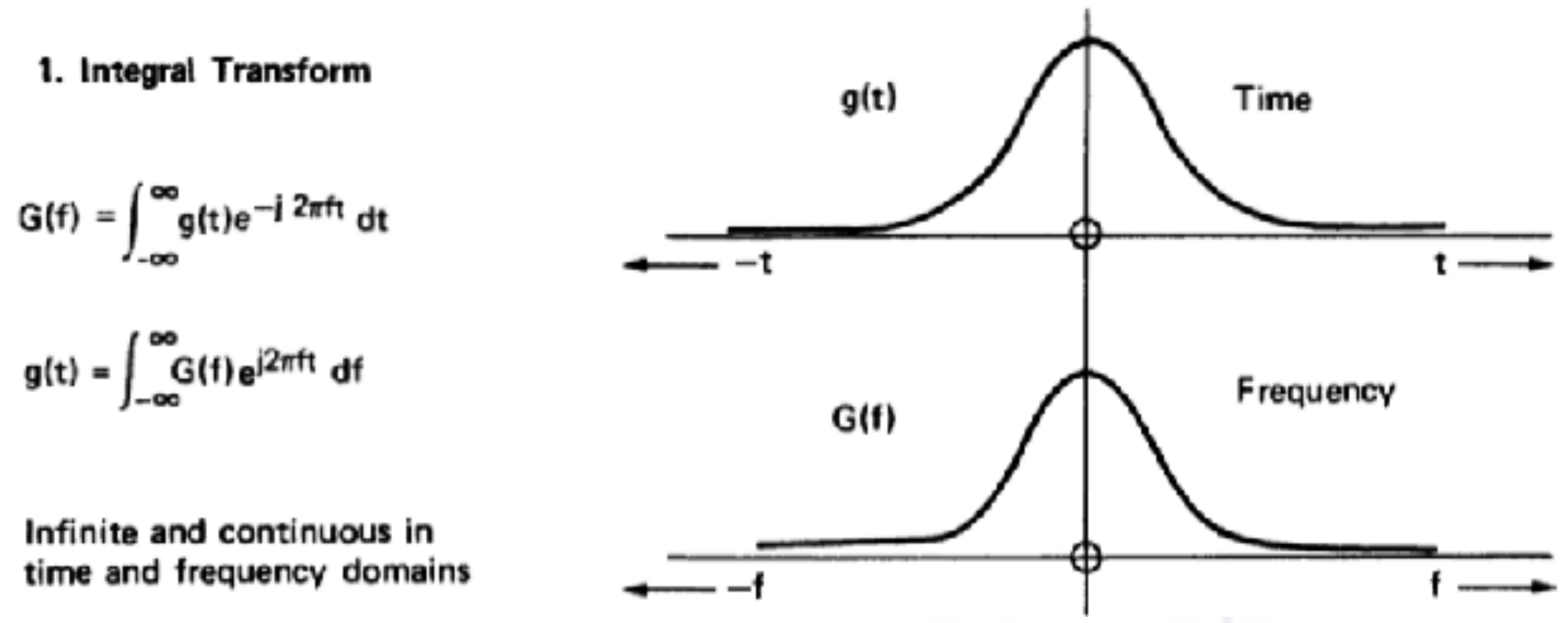
La trasformata quindi non è più definita per valori discreti ma diventa una funzione continua!

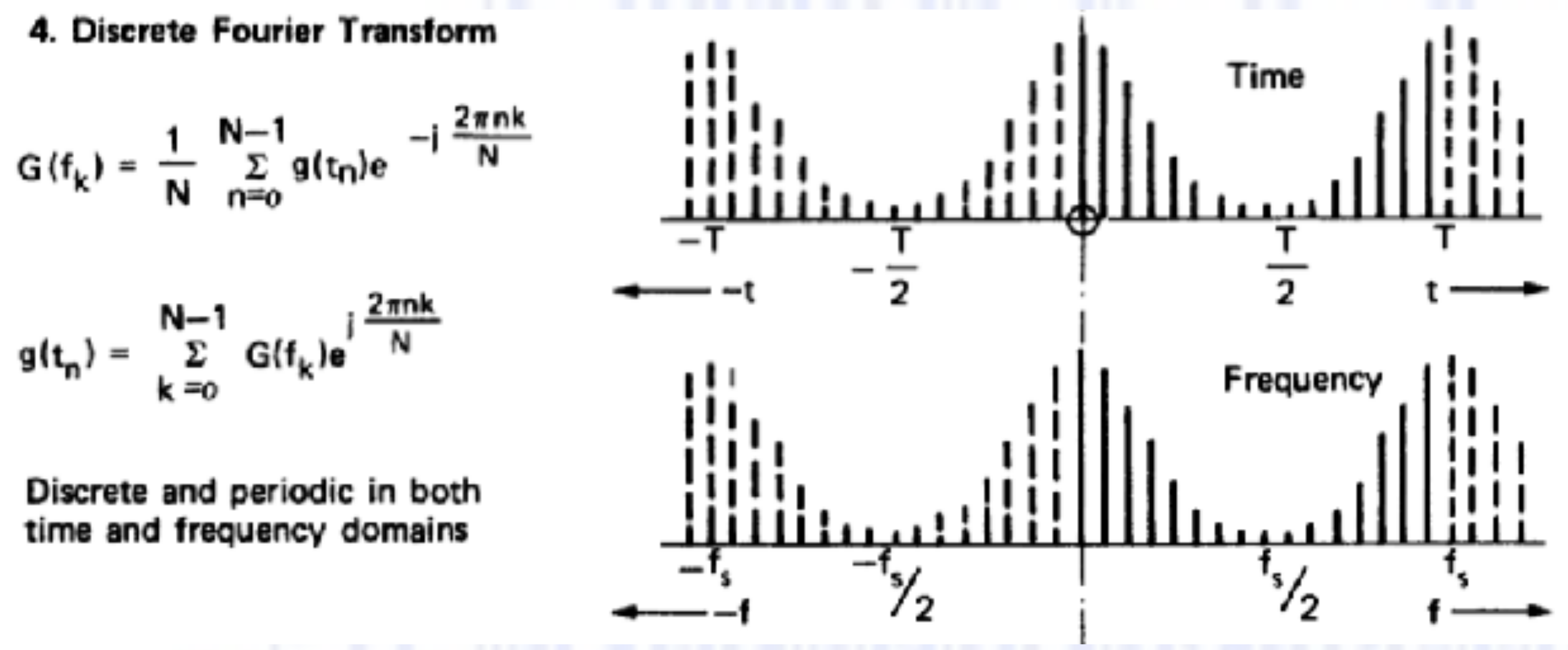
$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t}\,dt$$

F integrale di Fourier

$$F(\omega)=F^{*}(-\omega)$$

ha simmetria Hermitiana





>Il caso più interessante è la trasformata di un segnale periodico (perché deriva da un segnale di vibrazioni)
e
campionato (perché è stato acquisito con un DAQ)

In questo caso la funzione nel tempo f è definita solo su istanti discreti di tempo kΔt
(quelli campionati > è un approssimazione)
La trasformata sarà a sua volta definita solo su punti discreti (a sua volta un approssimazione)

$$\hat{F}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(k\Delta t)\, e^{-jk\omega\Delta t}$$

la trasformata discreta di Fourier

$$\hat{F}(\omega) = \hat{F}^*(-\omega)$$

ha simmetria Hermitiana

$$\hat{F}(\omega) = \hat{F}\left(\omega + \frac{2\pi}{\Delta t}\right)$$

ed in più è periodica!

Se ci sono componenti diverse da zero fuori dall'intervallo $\left(-\frac{2\pi}{\Delta t}, +\frac{2\pi}{\Delta t}\right)$
ci sarà aliasing, altrimenti no.

Proviamo ad esempio la periodicità della trasformata.
Supponiamo di avere N campioni della funzione del dominio del tempo e precisamente

$$f_0 = x(0\Delta t)\dots \qquad f_k = f(k\Delta t)\dots \qquad f_{N-1} = f((N-1)\Delta t)$$

a questi corrisponderanno N campioni in frequenza $F_0 \dots \quad F_k \dots \quad F_{N-1}$ con la formula :

$$F_{k+N} = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-\frac{2\pi j}{N}kn} \qquad k = 0,1,..N-1$$

vediamo che la DFT è , aggiungendo N campioni a k:

$$F_{k+N} = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-\frac{2\pi j}{N}(k+N)n} = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-\frac{2\pi j}{N}kn} e^{2\pi jn} = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-\frac{2\pi j}{N}kn} = F_k$$

uguale a 1

Proprietà della trasformata (sia continua che discreta)

$$x(t), y(t), h(t) \Leftrightarrow X(\omega), Y(\omega), H(\omega)$$

Linearità…

$$\boxed{\alpha x(t) + \beta y(t) \Leftrightarrow \alpha X(\omega) + \beta Y(\omega)}$$

Scalaggio nel tempo / frequenza…

$$x(kt) \Leftrightarrow \frac{1}{|k|} X\left(\frac{\omega}{k}\right) \qquad \frac{1}{|k|} x\left(\frac{t}{k}\right) \Leftrightarrow X(k\omega)$$

Scorrimento nel tempo / frequenza…

$$x(t \pm t_o) \Leftrightarrow X(\omega) e^{\pm j\omega t_0} \qquad x(t) e^{\pm j\omega t_0} \Leftrightarrow X(\omega \mp \omega_0)$$

Integrale…

$$\int x(t)dt \Leftrightarrow \frac{X(\omega)}{j\omega}$$

Derivata…

$$\frac{\partial x(t)}{\partial t} \Leftrightarrow j\omega X(\omega)$$

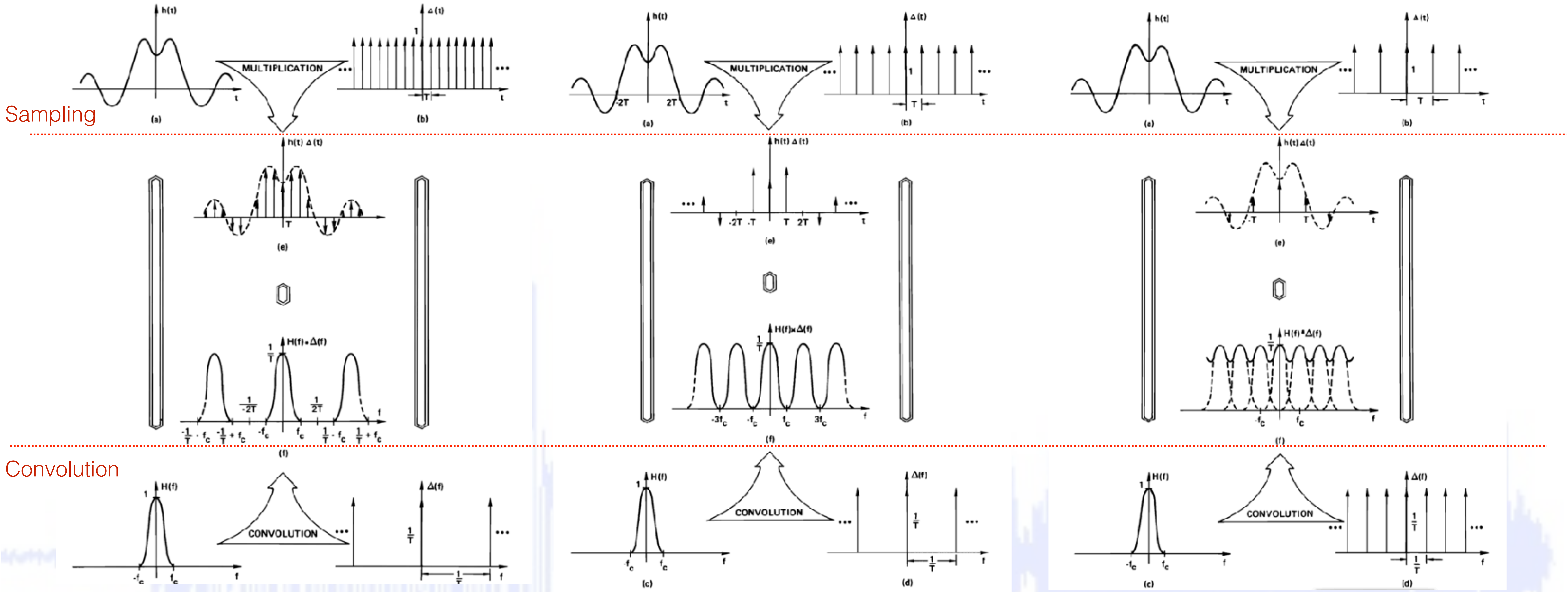
Convoluzione / Prodotto…

$$h(t) = \int x(t) y(t-\tau) d\tau \Leftrightarrow H(\omega) = X(\omega) Y(\omega)$$

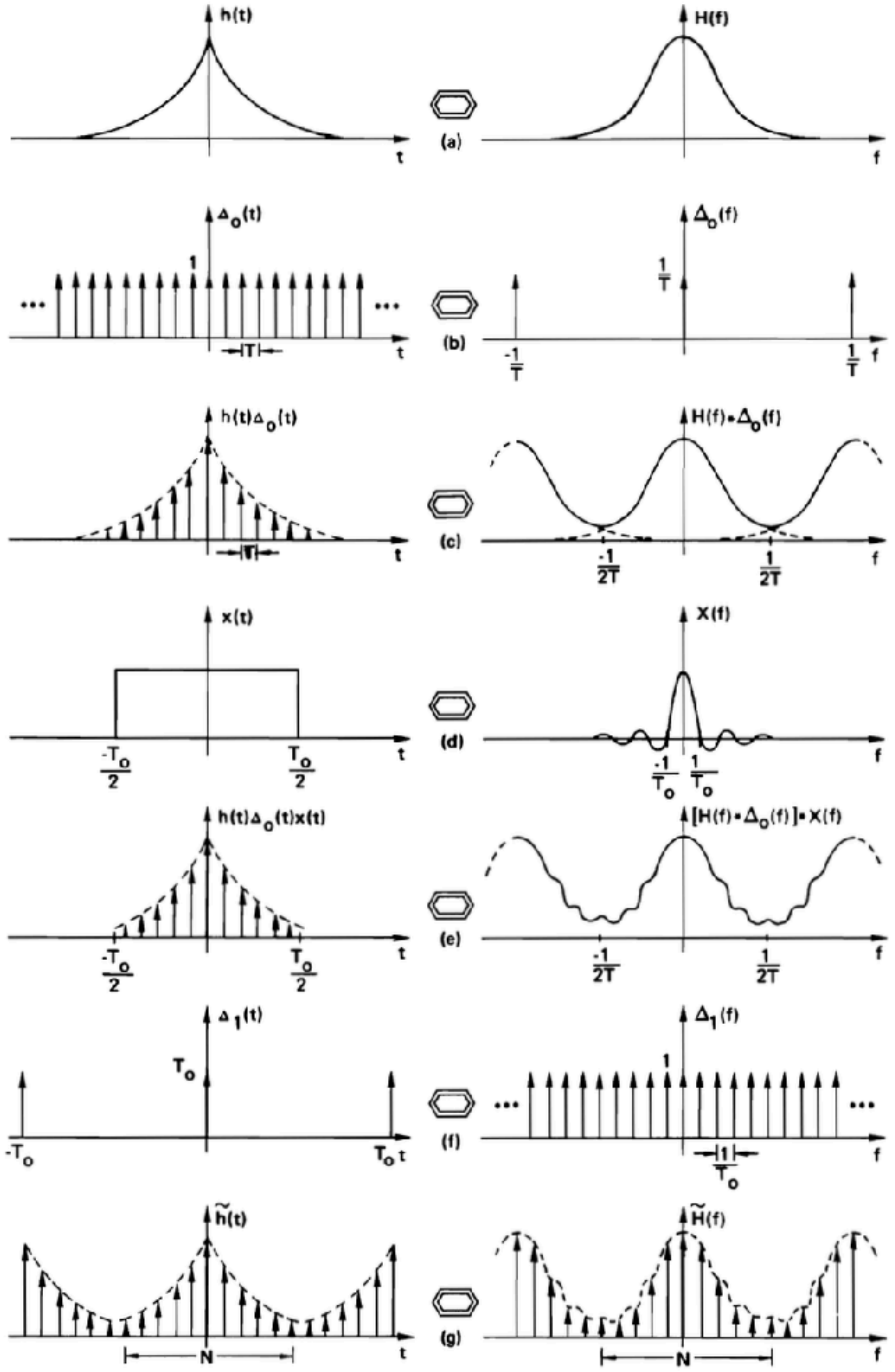
$$h(t) = x(t) y(t) \Leftrightarrow H(\omega) = \int X(\omega) Y(\omega - \nu) d\nu$$

Le più interessanti

Vediamo lo sviluppo grafico dell'**aliasing**

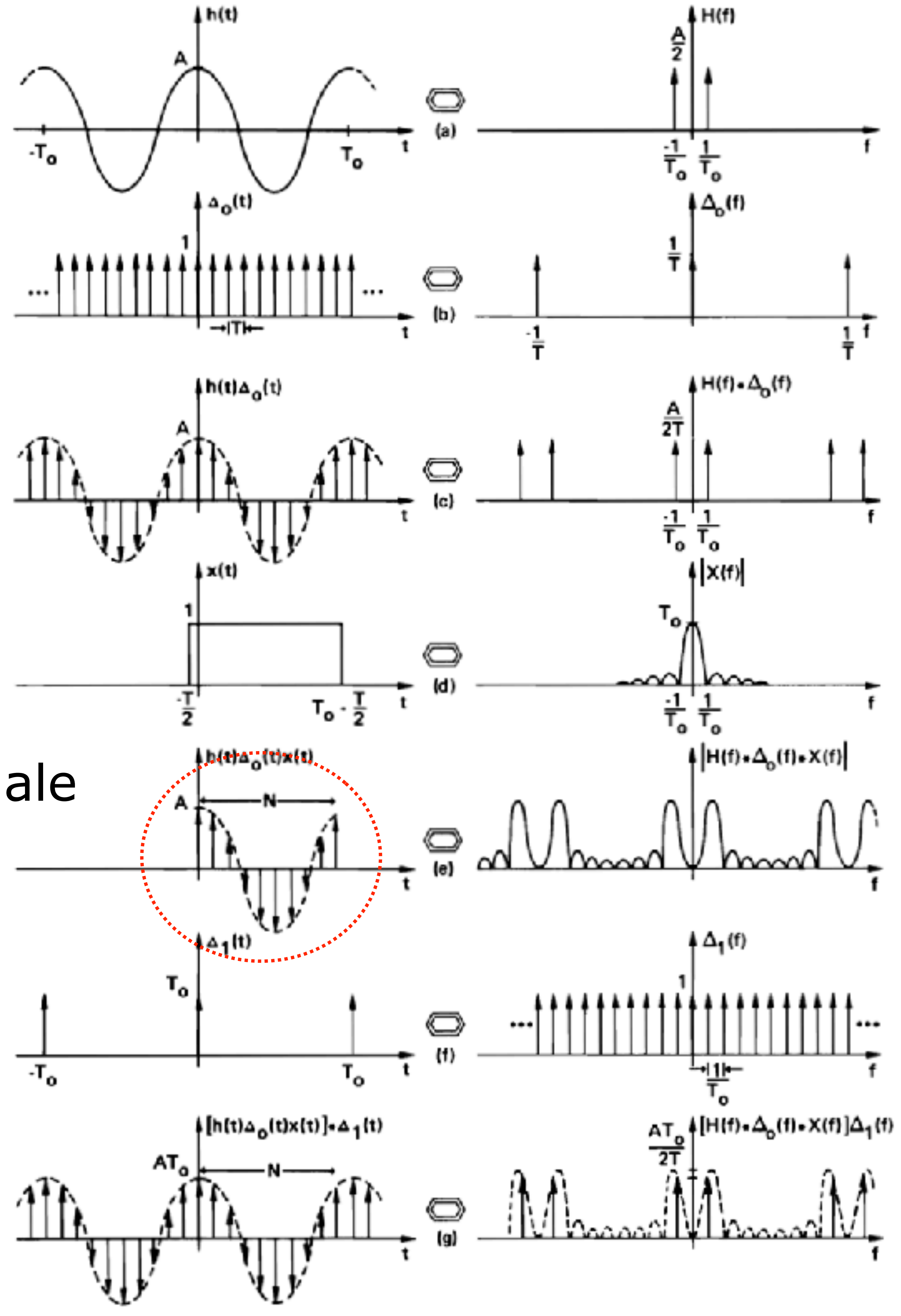


Vediamo lo sviluppo grafico alla **DFT**

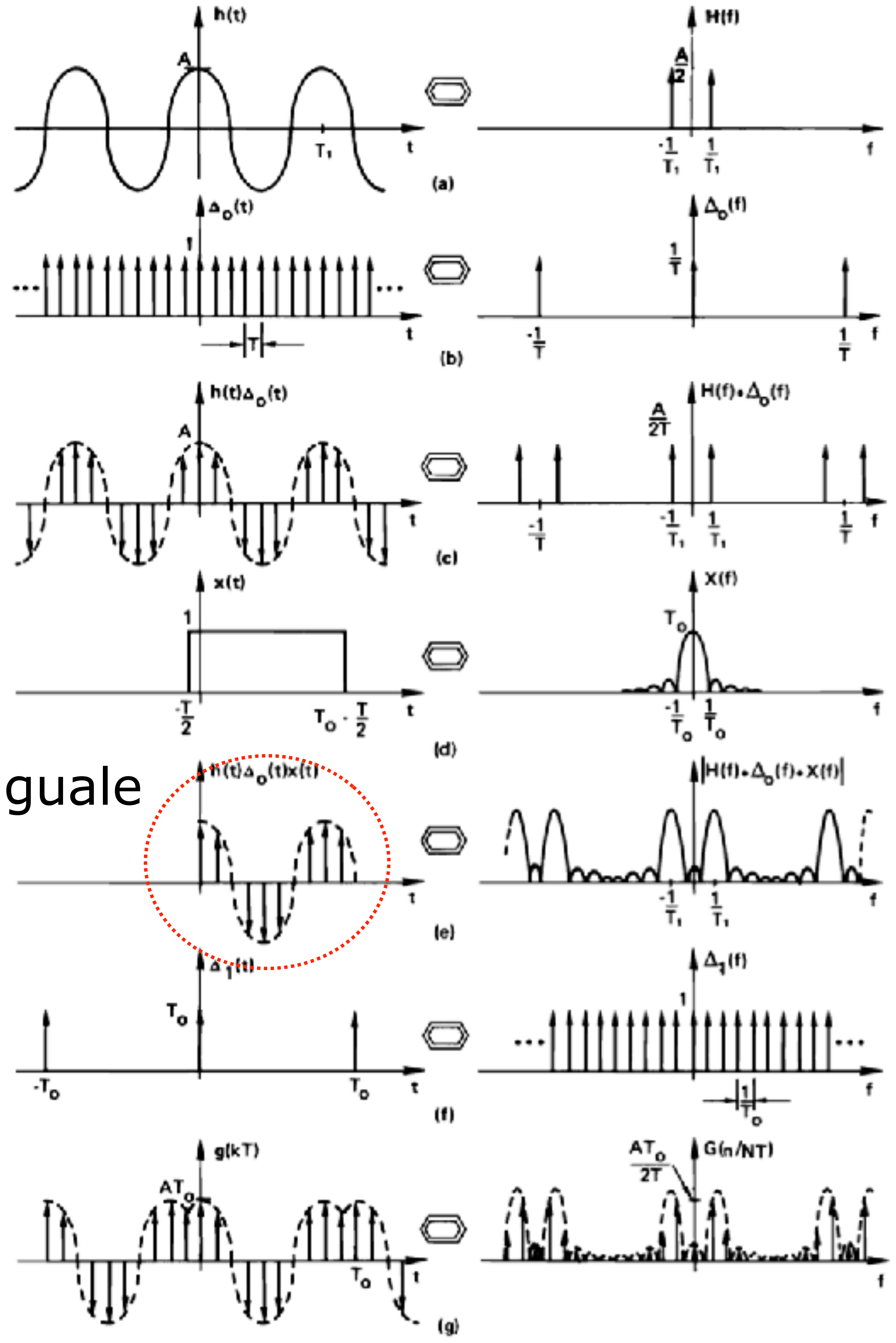


Vediamo lo sviluppo grafico del **leakage**

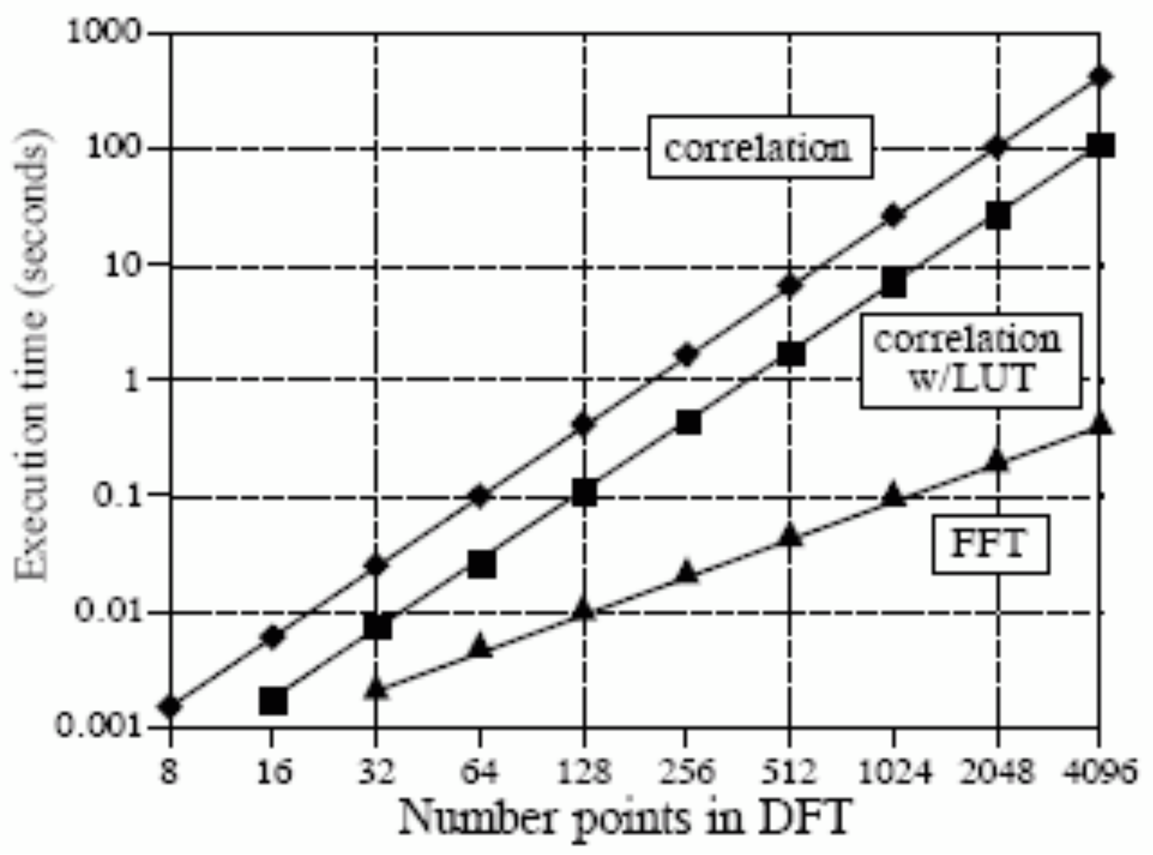
intervallo di troncatura uguale al periodo



intervallo di troncatura non uguale al periodo



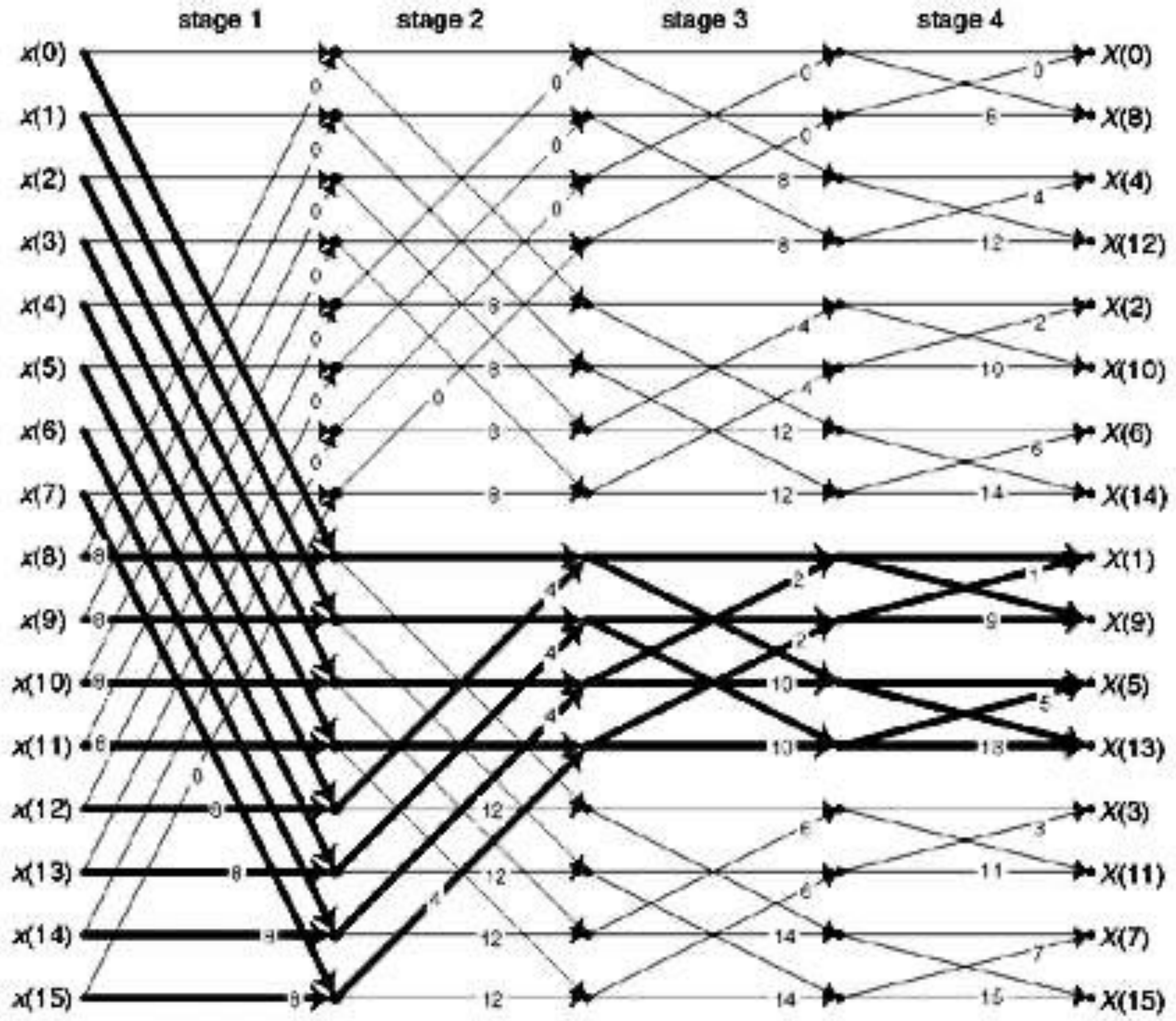
Esistono diversi algoritmi per il calcolo della DFT
il più comune ed economico è quello della FFT (Fast Fourier Transform)
sviluppato da Cooley e Tuckey (1965)
(ma ipotizzata da Gauss circa due secoli prima!)



Carl Friederich Gauss
1777-1865

N/2
Reale

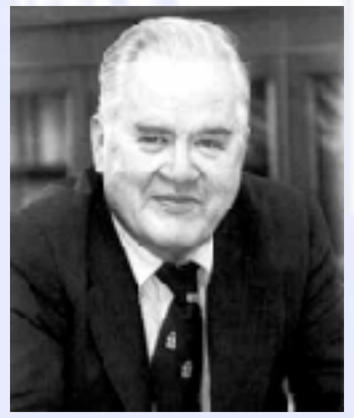
N=16
nel tempo



N=16
nella frequenza

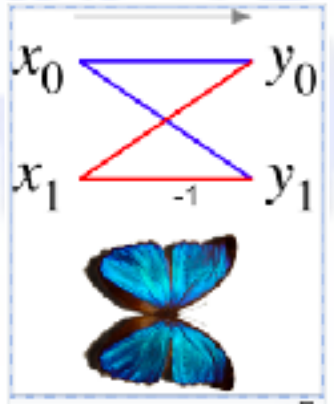
James William Cooley
1926-2016

N/2
Immaginario



John Tuckey
1915-2000

frequenza



$$y_0 = x_0 + x_1$$
$$y_1 = x_0 - x_1$$

tempo

2 trasf
N=8

4 trasf
N=4

8 trasf
N=2