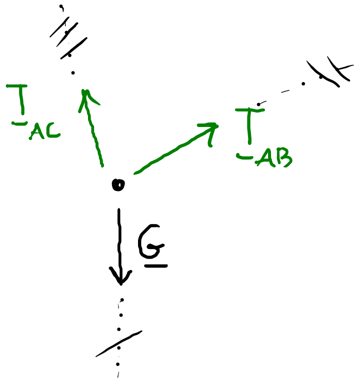
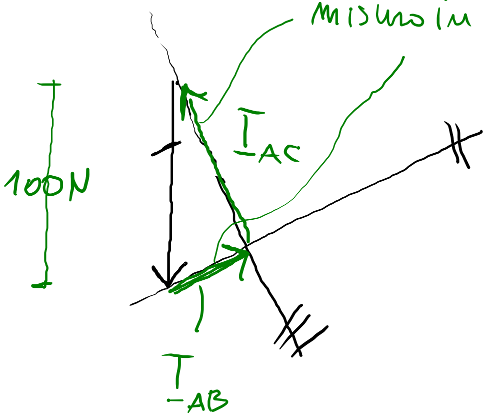
... ESERCIZIO DI IERI

2) METODO GRAFICO (EQUILIBRIO: AL ~~POLIGONO~~ TRIANGOLO DELLE FORZE "CHIUSO")

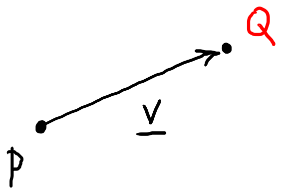


misuro in scala il segmento



VETTORI APPLICATI

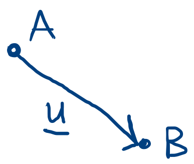
UN VETTORE APPLICATO È UNA COPPIA $(P, \underline{v})$ DOVE P È IL PUNTO DI APPLICAZIONE DEL VETTORE $\underline{v}$ (IN GENERALE NELLO SPAZIO)



P.TO DI APPLICAZIONE

PQ

dove $|PQ| = |\underline{v}|$



AB

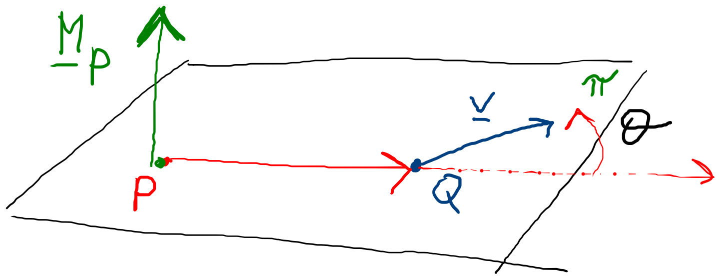
$(A, \underline{u})$

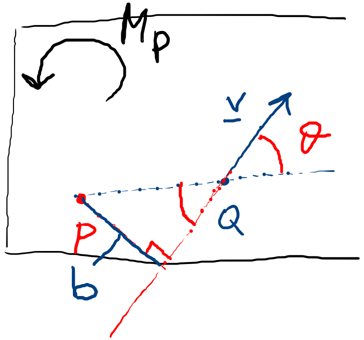
MOMENTO DI UN VETTORE APPLICATO

(SI CALCOLA RISPETTO AD UN PUNTO P)

$$\underline{M}_P(Q, \underline{v}) = PQ \times \underline{v}$$

$M_P \perp \pi$



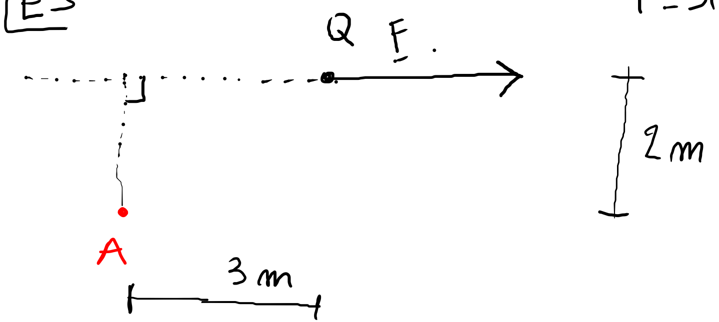


b : BRACCIO

$$|\underline{M}_P| = |PQ| \, v \sin\theta$$

$$= v\, b$$

ES



F=3N

$\underline{M}_A(Q,\underline{F})$?

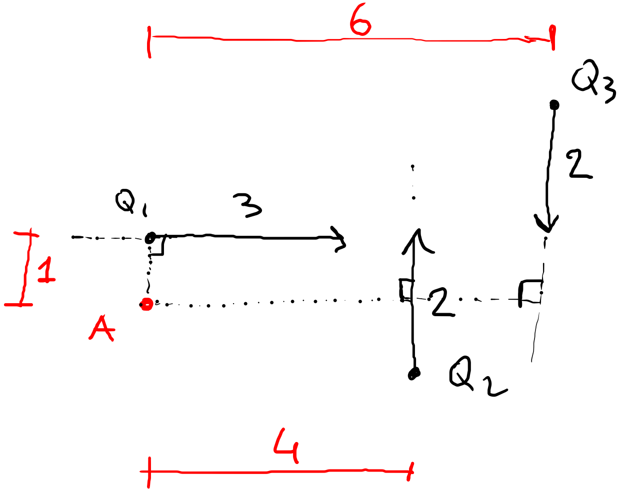
POLO DI CALCOLO DEI MOMENTI

(ORARIO!)

$$M_A = Fb = (3N)\cdot(2m) = 6\ N\cdot m$$

$$\underline{M}_A = \underline{0}$$

MOMENTO DI UN SISTEMA PIANO DI VETTORI (ESERCIZIO)



$\underline{M}_A(Q_1,\underline{v}_1; Q_2,\underline{v}_2; Q_3,\underline{v}_3)$?

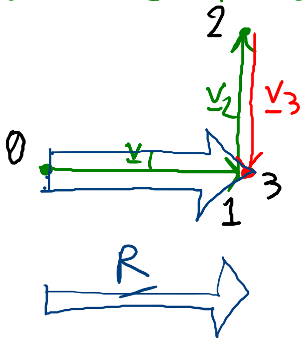
7

$$M_A: -\underbrace{3\cdot 1}_{\underline{v}_1} + \underbrace{2\cdot 4}_{\underline{v}_2} - \underbrace{2\cdot 6}_{\underline{v}_3}$$

$$= -3+8-12 = -7$$

e il RISULTANTE?

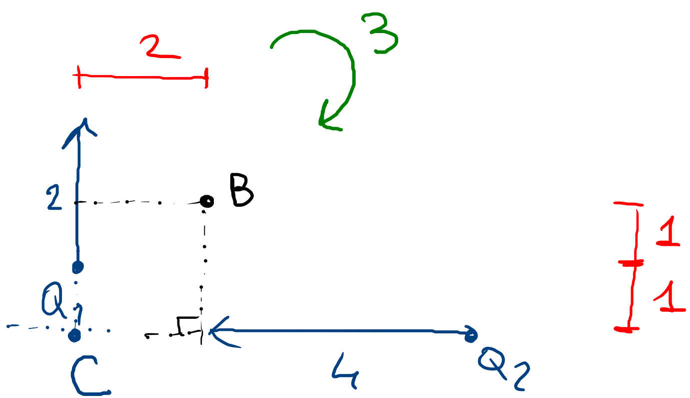
DISEGNO IL POLIGONO DEI VETTORI



$\underline{R} = 03$

$|\underline{R}| = 3$

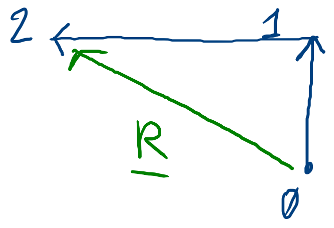
MOMENTO DI UN SISTEMA PIANO DI VETTORI CON, IN PIÙ, UN MOMENTO CONCENTRATO



$M_B \curvearrowleft 15$

$M_C \curvearrowright 3$

RISULTANTE? NON ENTRA IL MOMENTO CONC.



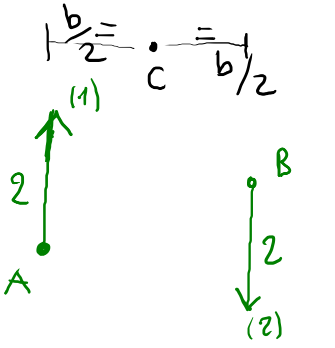
$|\underline{R}| = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

$\overset{+}{\curvearrowleft} M_B : -2\cdot 2 - 4\cdot 2 - 3 = -15$

$\overset{+}{\curvearrowleft} M_C : 0 + 0 - 3 = -3$

$$\boxed{\underline{M}_B \neq \underline{M}_C \neq \underline{M}_P \text{ CON } P: \text{PUNTO QUALSIASI}}$$

UN PARTICOLARE SIST. PIANO DI VETTORI: LA COPPIA



braccio della coppia $= b$

$\underline{R} = \underline{0}$

$(M_{??} \neq 0)$

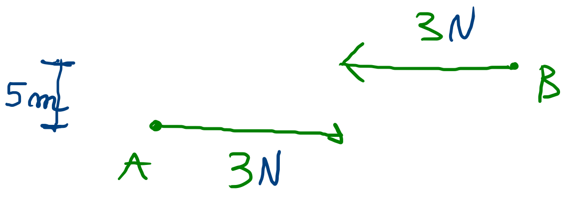
$\underline{M}$ è INDIPENDENTE DAL POLO; È UNA CARATTERISTICA DELLA COPPIA

$(M = 2b)$ → INTENSITA'

$\overset{+}{M_A}: \; 0 + 2 \cdot b = 2b$

$\overset{+}{M_B}: \; +2 \cdot b + 0 = +2b$

$\overset{+}{M_C}: \; +2 \cdot \frac{b}{2} + 2 \cdot \frac{b}{2} = 2 \cdot 2\frac{b}{2} = 2b$



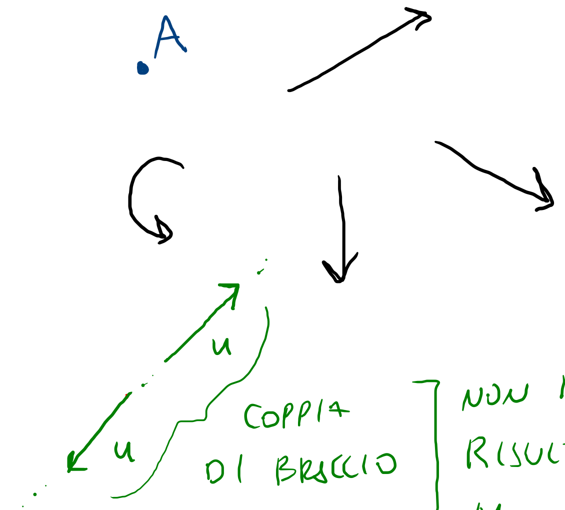
M? 15 Nm

$(b=0)$

COPPIA DI BRACCIO NULLO

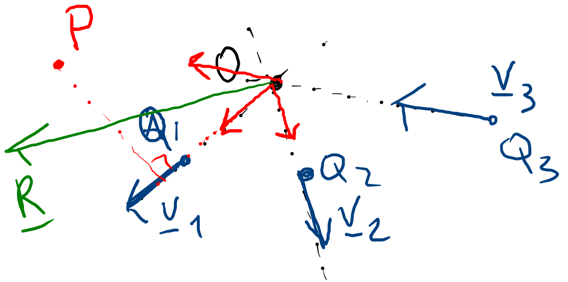
$M = 0$!

ES



COPPIA DI BRACCIO NULLO — NON MODIFICA RISULTANTE E M_A RISPETTO AL SISTEMA INIZIALE FORMATO DAI VETTORI NERI.

TEOREMA DI VARIGNON (NELLO SPAZIO)



VETTORI APPLICATI LE CUI RETTE D'AZIONE PASSANO PER O

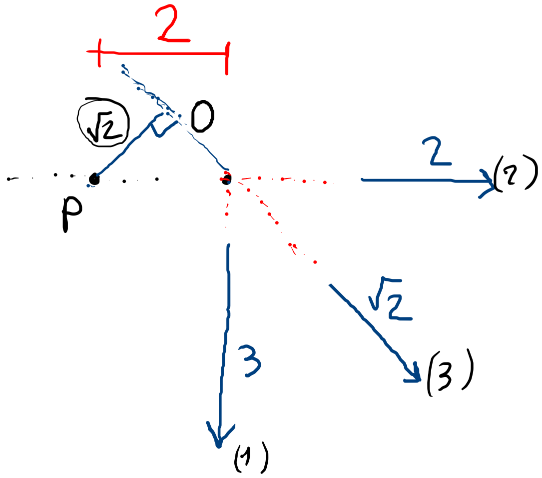
$\underline{M}_P$ (SISTEMA DI VETTORI) ?

ENUNCIATO: IL MOMENTO DEL SIST DI VETTORI ASSEGNATO RISPETTO AD UN PUNTO QUALSIASI (P) EQUIVALE AL MOMENTO DEL SOLO RISULTANTE APPLICATO AD O

$$\underline{M}_P = \sum_{i=1}^{n} PQ_i \times \underline{v}_i = \sum_{i=1}^{n} PO \times \underline{v}_i = PO \times \overbrace{\sum_{i=1}^{m} \underline{v}_i}^{\underline{R}} = PO \times \underline{R}$$

TRASLO I VETTORI E LI APPLICO TUTTI AD O

ES



$M_P \to$ CALCOLO CLASSICO

$M_P \to$ TH. DI VARIGNON (PROSSIMA VOLTA)

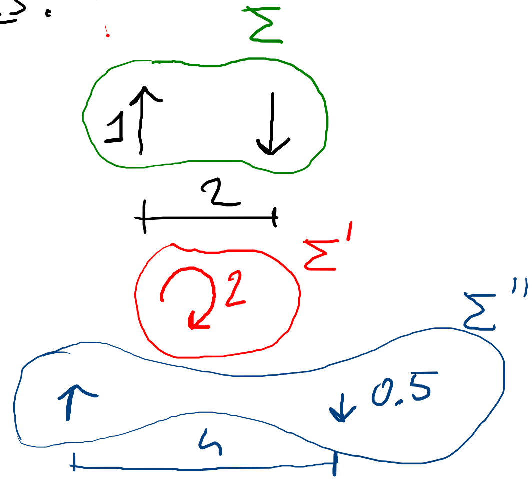
$$\overset{+}{\curvearrowright} \quad M_P : +3 \cdot 2 + \emptyset + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 6 + 2 = +8$$

EQUIVALENZA DI SISTEMI DI VETTORI

DUE SIST. Σ e Σ' SONO EQUIVALENTI (EQUIPOLLENTI) SE E SOLO SE ESSI CONDIVIDONO LO STESSO RISULTANTE E LO STESSO MOMENTO RISPETTO AD UN POLO GENERICO

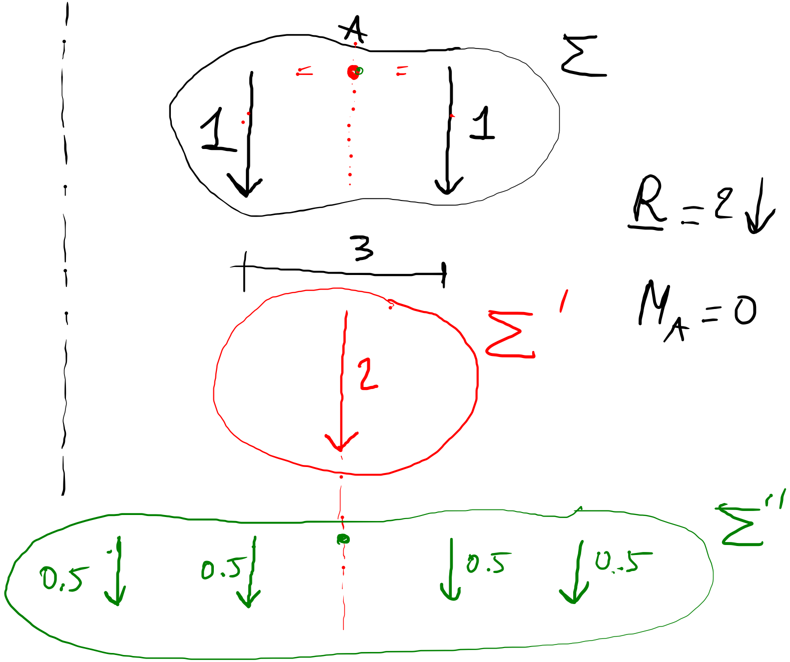
$$\boxed{\Sigma \doteq \Sigma'} \iff \boxed{\begin{array}{l} \underline{R} = \underline{R}' \text{ e} \\ \underline{M}_P = \underline{M}'_P \quad \forall P \end{array}}$$

LES.



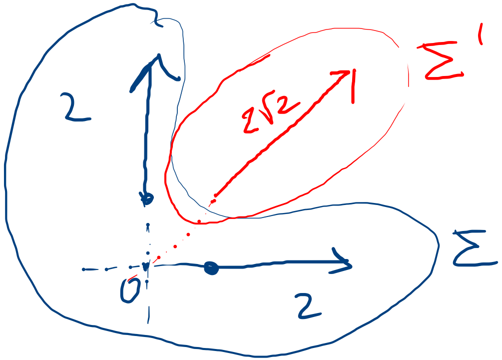
$\underline{R} = \underline{R}' = \underline{R}'' = \underline{0}$

$\underline{M} = \underline{M}' = \underline{M}'' = 2 \circlearrowright$



$\underline{R} = 2 \downarrow$

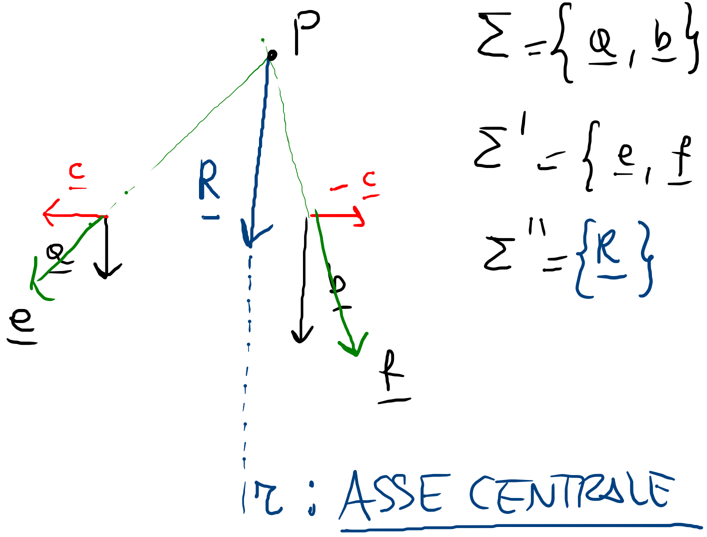
$M_A = 0$



$\underline{R} = \underline{R}' = 2\sqrt{2} \nearrow$

$\underline{M}_O = \underline{M}'_O = \underline{0}$

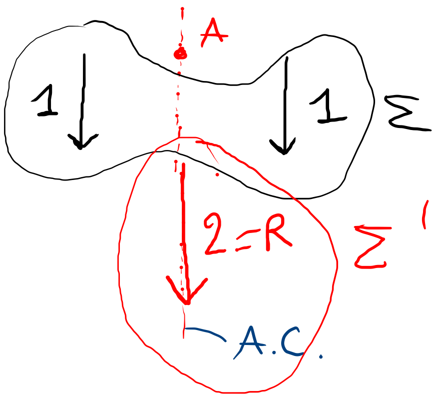
OSSERVAZ. SULL' ESERCIZIO DI IERI



$$\Sigma = \{\underline{a}, \underline{b}\}$$
$$\Sigma' = \{\underline{e}, \underline{f}\}$$
$$\Sigma'' = \{\underline{R}\}$$

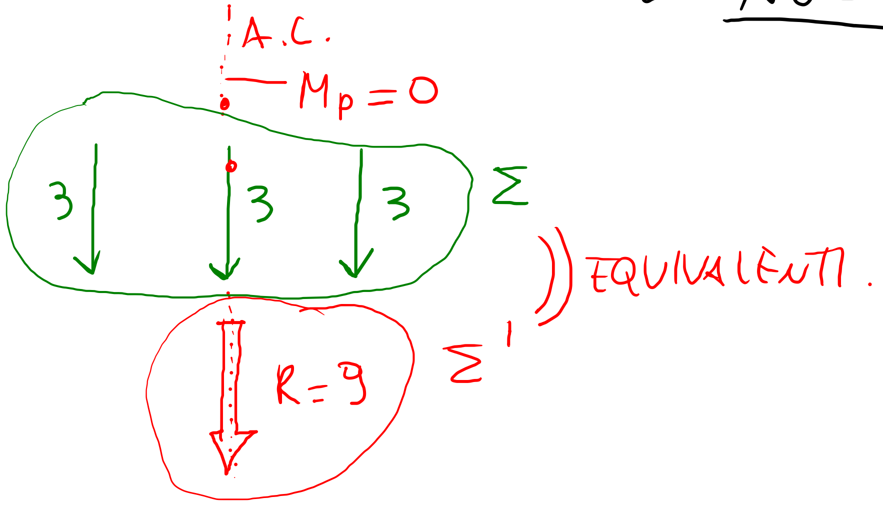
TUTTI EQUIVALENTI TRA DI LORO $(\underline{R}, \underline{M}_P)$

OGNI SISTEMA DI VETTORI PIANO AVENTE $\underline{R} \neq \underline{0}$ AMMETTE UNA RAPPRESENTAZ. EQUIVALENTE FORMATA DAL SOLO VETTORE RISULTANTE. LA RETTA D'AZIONE DI QUEST'ULTIMO VETTORE SI CHIAMA ASSE CENTRALE

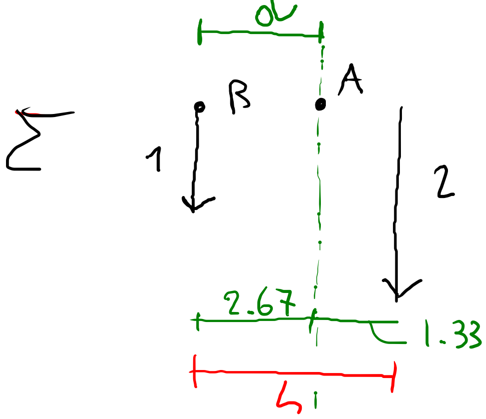


A ∈ ASSE CENTRALE $\Longrightarrow$ $\boxed{\underline{M}_A \overset{?}{=} 0}$

SE ∃ L'ASSE CENTRALE PER UN SISTEMA PIANO, IL MOMENTO CALCOLATO RISPETTO AD OGNI PUNTO DELL'ASSE CENTRALE È <u>NULLO</u>



ES CALCOLARE L'ASSE CENTRALE DI Σ e DISEGNARE UN SIST. Σ' EQUIVALENTE A Σ FORMATO DALLA SOLA RISULTANTE

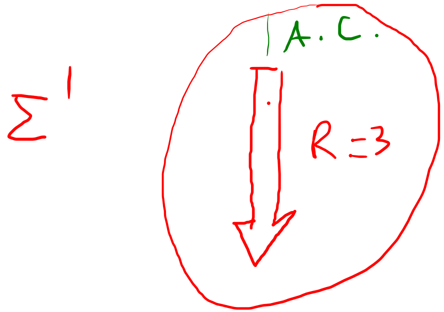


d?

$+\curvearrowright \quad M_A = 0 \; ; \quad -1\cdot d + 2(4-d) = 0$

$-d + 8 - 2d = 0 \, , \quad -3d = -8$

$$\boxed{d = \frac{8}{3} = 2.67}$$

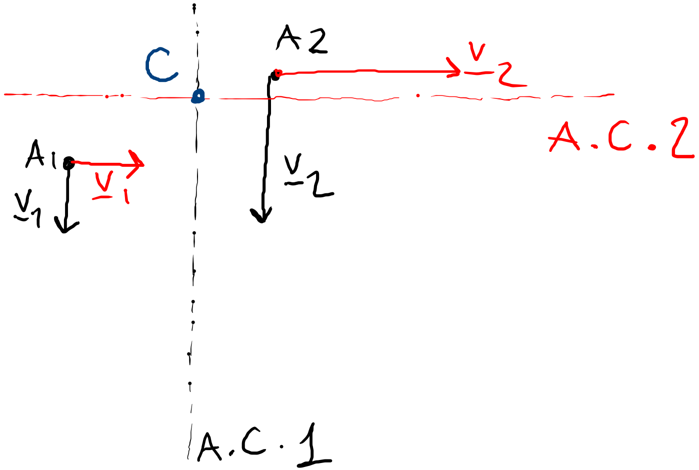


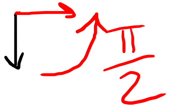
POTEVO TROVARE d IMPONENDO CHE

$+\curvearrowright \quad M_B^{\Sigma} = M_B^{\Sigma'}$

$1\cdot 0 + 2\cdot 4 = +3\cdot d \rightarrow 8 = 3d \, ; \quad d = \frac{8}{3}$

CENTRO DI UN SIST. DI VETTORI APPLICATI PARALLELI

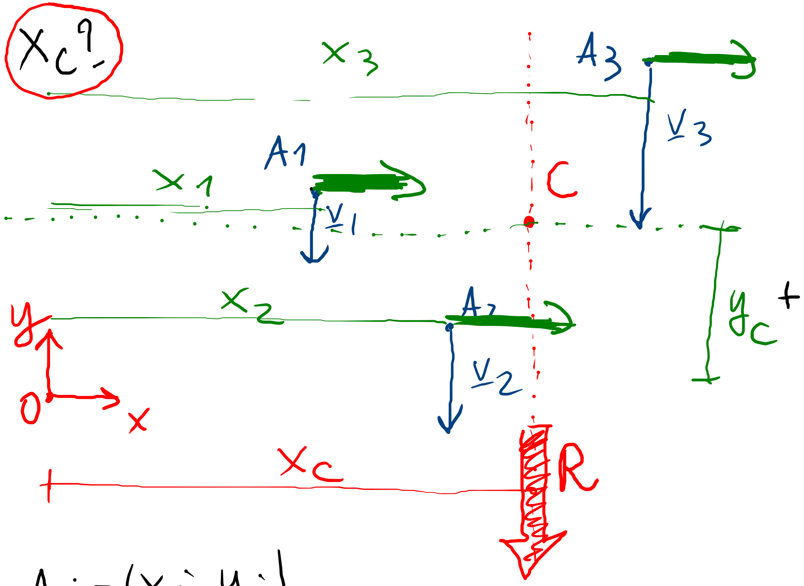




C: CENTRO

CENTRO DI ROTAZIONE DEGLI A.C. QUANDO I VETTORI VENGONO TUTTI RUOTATI DI UNO STESSO ANGOLO.

PROBLEMA: TROVARE LE COORDINATE DEL CENTRO C NEL PIANO IN FUNZIONE DELLE COORDINATE DEI PUNTI $A_1, A_2, \dots$ e INTENSITA' DEI VETTORI $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \dots$



$\Sigma = \{(A_1, \underline{v}_1), (A_2, \underline{v}_2), (A_3, \underline{v}_3)\}$; $\Sigma' = \{\underline{R}\}$

$R = v_1 + v_2 + v_3$

$M_O^{\Sigma} = M_O^{\Sigma'} \Rightarrow x_C$ INCOGNITA

$\circlearrowright^{+}$: $v_1 x_1 + v_2 x_2 + v_3 x_3 = +R\, x_C$

$$\boxed{x_C = \frac{\sum_{i=1}^{3} v_i x_i}{R}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} v_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} v_i}$$

$$\boxed{y_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} v_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} v_i}}$$

$A_i = (x_i, y_i)$

$x_i, y_i \gtrless 0$

$v_i \begin{matrix} >0 \\ <0 \end{matrix}$