

Cognome ..... Nome .....

***Istruzioni per lo svolgimento del tema:***

*Per ciascun problema, descrivere sinteticamente la soluzione evidenziando le leggi e/o i principi fisici invocati e le approssimazioni utilizzate. Rispondere alle domande poste fornendo la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, riportando, ove richiesto, il corrispondente risultato numerico con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.*

**Problema 1**

Due cariche puntiformi identiche  $q$  ruotano concordemente, con la stessa velocità angolare  $\omega$ , lungo una circonferenza di raggio  $R$  giacente nel piano cartesiano  $xy$  e con il centro nell'origine. I vettori posizione delle due cariche hanno costanti di fase  $-\Delta\phi/2$  e  $\Delta\phi/2$ . Nell'approssimazione di dipolo ideale, considerando la zona di radiazione, determinare:

- a) la polarizzazione della radiazione emessa lungo l'asse  $x$ ,
- b) la potenza totale emessa dalle cariche in moto e gli angoli iniziali tra i vettori posizione corrispondenti al massimo e al minimo di detta potenza.

Si supponga ora che le cariche ruotino con velocità angolari  $\omega$  e  $-\omega$  e siano sovrapposte al tempo  $t = 0$ . Determinare:

- c) la polarizzazione della radiazione emessa lungo l'asse  $x$ .

[Suggerimento: scrivere il momento di dipolo totale del sistema prima in coordinate polari e poi in coordinate cartesiane.]

**Problema 2**

I fasci luminosi emessi dalla maggior parte delle sorgenti laser, detti "gaussiani", sono caratterizzati, con buona approssimazione, da un profilo di intensità che diminuisce esponenzialmente in senso trasversale rispetto all'asse di propagazione. Le componenti trasversali dei campi di un fascio gaussiano linearmente polarizzato lungo  $x$ , che si propaghi lungo l'asse  $z$ , si possono scrivere, nelle vicinanze del piano  $z = 0$ , come

$$E_x = E_0 e^{-r^2/r_0^2} \cos(kz - \omega t) ; B_y = B_0 e^{-r^2/r_0^2} \cos(kz - \omega t)$$

dove  $r = \sqrt{x^2 + y^2} < r_0$  e  $k = \omega/c$ .

- a) Mostrare che i campi  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  del fascio gaussiano hanno anche componenti longitudinali.

b) Calcolare la media temporale su un periodo delle componenti del vettore di Poynting e determinare la direzione di propagazione dell'energia.

c) Calcolare la potenza totale trasportata dal fascio (\*).

[(\*) Suggerimento:  $\int_0^{\infty} x e^{-x^2/a^2} dx = a^2/2$  ]

### Problema 3

Secondo il modello di Bohr, l'elettrone dell'atomo di idrogeno si muove su un'orbita circolare di raggio  $r = 0.53 \cdot 10^{-10}$  m con una velocità di modulo costante  $v = 2.19 \cdot 10^6$  m/s. Determinare:

a) la perdita di energia per irraggiamento.

Supponendo la perdita di energia per irraggiamento costante nel tempo, calcolare:

b) il tempo necessario perché l'elettrone perda metà della sua energia di legame  $U = 13.6$  eV.

[1 eV =  $1.60 \cdot 10^{-19}$  J]

### Problema 4

Una particella, inizialmente ferma nel sistema di riferimento  $S$ , è accelerata linearmente fino a raggiungere la velocità  $v_1 = 0.70c$ , dove  $c$  è la velocità della luce. Successivamente, la particella viene di nuovo accelerata, sempre nella stessa direzione, incrementando la sua velocità della quantità  $v_2 = 0.70c$ , misurata però nel sistema di riferimento  $S'$  solidale con la particella al termine della prima fase di accelerazione. Determinare la velocità finale vista nel sistema di riferimento  $S$ .